

Моделирование механизмов формирования Тропических Циклонов (ТЦ).

¹Архипкин О.О., ²П.Б.Руткевич

Институт космических исследований РАН, Москва

1 email: Olegolas@mail.ru

2 email: peter@d902.iki.rssi.ru

Содержание

- Модель
- Постановка задачи
- Конденсационная часть
- Конвективная часть
- Заключение

Модель

Основные предположения.

- Основным энергетическим источником формирования и развития ТЦ, полагается процесс резкой конденсации (до звуковой конденсационный скачок) паров воды в области формирования ТЦ.
- Область стены «глаза» ТЦ разбивается на две области: **конденсационную** и **конвективную**, следовательно, и задача разбивается на две части. В конденсационной части рассматривается процесс связанный только с конденсацией. Конвективная часть представляет собой учет выделившегося тепла и связанного с ним движение сухого воздуха.

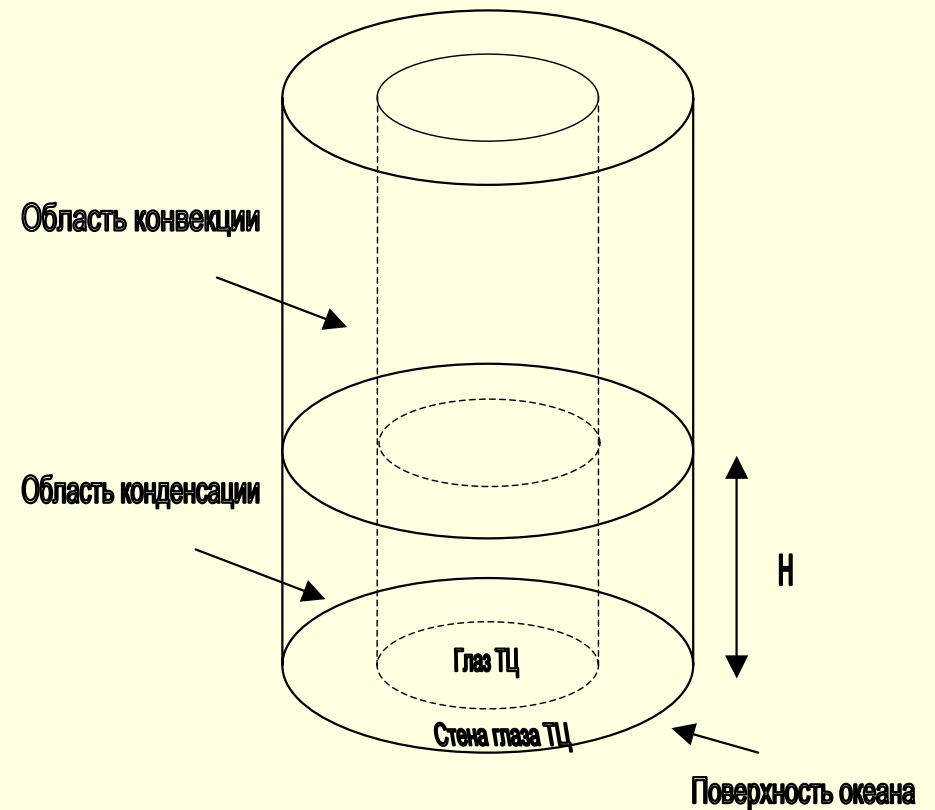


Рис. 1. Схема модели

Модель. Связь конвекции с конденсацией.

- Из решения задач для области конденсации мы можем оценить градиенты температур.
- Градиенты температур, необходимы для решения задачи на устойчивость и оценки критических чисел Релея в области конвекции.

Постановка задачи

- Конденсационная часть.

1. Скорости конденсации.
2. Размер области.
3. Оценка градиента температур.

- Конвективная часть.

Решение задачи на устойчивость системы.

Конденсационная часть

- Рассматривается процесс, в котором область конденсации выделяет в окружающее пространство тепло (от конденсации водяного пара) и при этом всасывая в себя из окружающего пространства пары воды
- Для простоты рассмотрения процесс полагается стационарным. Количество сконденсированного пара в единицу времени равно количеству пара поступившего из окружающего пространства.

Конденсационная часть. Поток конденсации.

■ Поток конденсации

$$\rho_1 \cdot v_1 = \rho_2 \cdot v_2 = j$$

$$p + \rho \cdot v^2 - g \cdot \int_0^x \rho \cdot d\xi = const \quad \text{Плотность потока импульса}$$

$$\rho \cdot v \cdot \left(\frac{v^2}{2} + w \right) - g \cdot \int_0^x \rho \cdot v \cdot d\xi = const \quad \text{Плотность потока энергии}$$

$$\Rightarrow j^2 = \frac{p_2 - p_1 + g \cdot \int_0^x (\rho_1 - \rho_2) \cdot d\xi}{V_1 - V_2}$$

Поток j представляет количество водяного пара конденсирующегося в единицу времени

Конденсационная часть. Размер области конденсации. Градиент температур.

Граница области конденсации, находится следующим образом Интегрируем функцию распределения плотности водяного пара по высоте, получаем массу водяного пара на м² поверхности и приравниваем к функции $j(x)$.

$$\int_0^x \rho_n(s) ds = j(x)$$

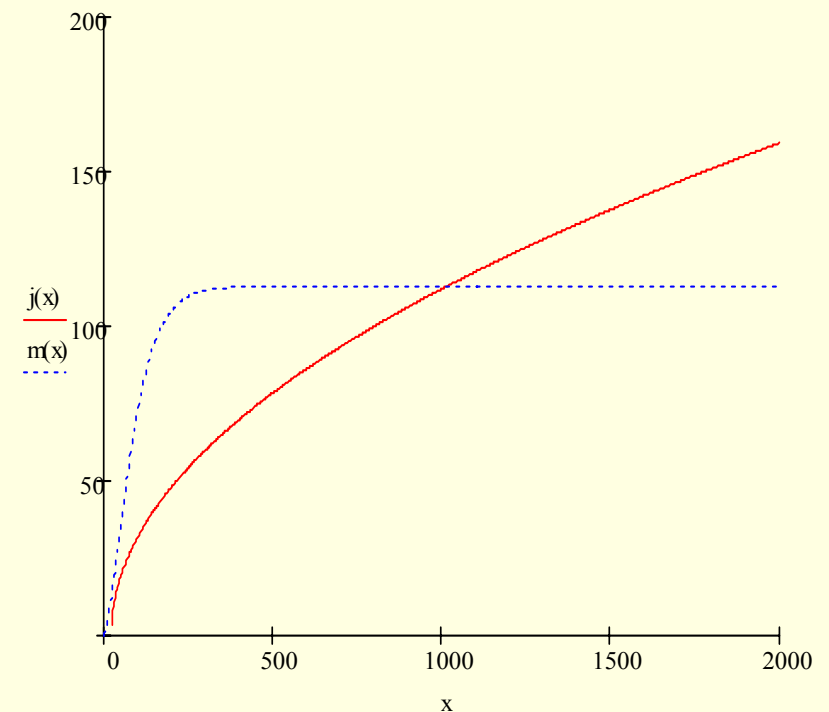
Решаем уравнение и находим, высоту, до которой идет конденсация.

Идет до той высоты пока скорость конденсации, превышает количество пара, а когда скорость конденсации становится больше, чем количество пара процесс конденсации прекращается.

Количество тепла выделяющегося в ед. времени

$$Q(x) = \lambda \cdot \int_0^x j(\xi) \cdot d\xi$$

Градиент температуры, тогда $\nabla T = \frac{1}{C} \cdot Q'(H)$



Высота области конденсации около $H=1000$ м

Конвективная часть.

Рассмотрим воздух, заполняющий бесконечный цилиндрический канал, окруженной теплопроводящей средой. В цилиндрическом канале и рассмотрим внутренний бесконечный цилиндрический канал, отличающийся от внешнего, рядом физических свойств.

Оба цилиндрических канала подогреваются снизу. Вертикальный градиент температуры постоянен, но в отличие от задачи Остроумова, градиент температуры во внутреннем канале отличается от градиента во внешнем канале.

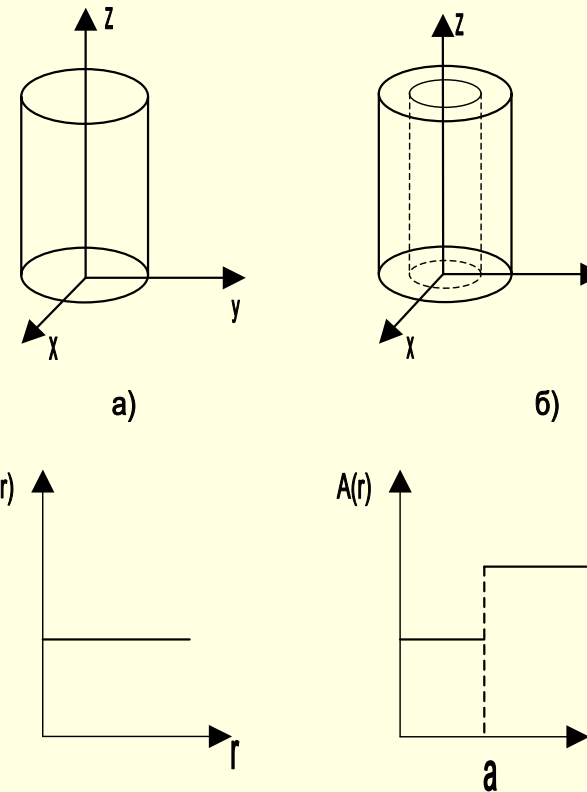


Рис. а) задача Остроумова, б) наша задача.

$$A_1 = \frac{g}{c_p}$$

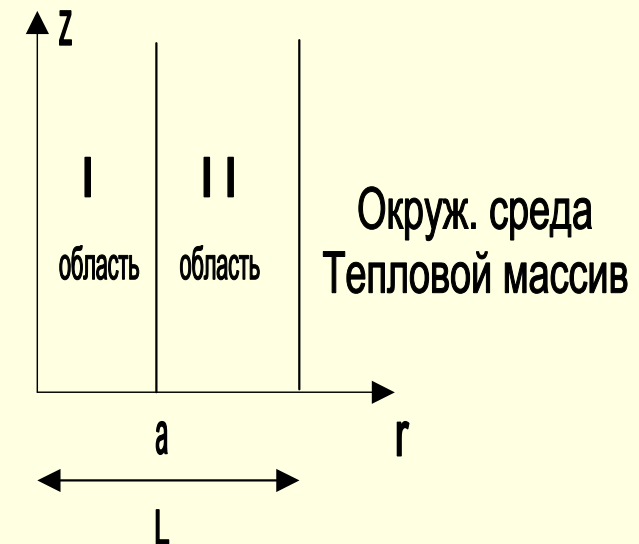
$$A_2 = \frac{1}{C} \cdot Q'(H)$$

Конвективная часть.

Внутренний канал - область I, а внешний канал областью II.

Будем считать, что основным различием в физических свойствах между областями является только разные значения вертикального градиента температур, A_1 для области I и A_2 для области II. Мы пренебрегаем различием в теплопроводности между областью один и два.

$$A_1 = \frac{g}{c_p} \quad A_2 = \frac{1}{C} \cdot Q'(H)$$



Задача заключается в определении устойчивости данной системы.

$$(v, p, T) \propto \exp(-\lambda \cdot t)$$

где v , p , T малые не стационарные возмущения p , T , v давления

Конвективная часть. Устойчивость системы.

При $\lambda=0$ в безразмерных координатах получаем следующую систему.

$$\begin{cases} \Delta v + \Re \cdot T = C \\ \Delta T + v = 0 \\ \Delta T_m = 0 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{Граничные условия для области I и II} \\ \begin{cases} u_I(a) = u_{II}(a) \\ T_I(a) = T_{II}(a) \end{cases} \quad \begin{cases} u_{II}(1) = 0 \\ T_{II}(1) = T_m(1) \\ \chi \cdot T_{II}^{\perp}(1) = T_m^{\perp}(1) \end{cases} \end{array}$$

Решение для областей 1 будем искать в виде

$$\begin{aligned} v_I(r, \varphi) &= u_I(r) \cdot \cos(n \cdot \varphi) & u_I(r) &= C_1 \cdot J_n(\gamma_I \cdot r) + C_2 \cdot I_n(\gamma_I \cdot r) \\ T_I(r, \varphi) &= T_I(r) \cdot \cos(n \cdot \varphi) & T_I(r) &= \frac{1}{\gamma_I^2} (C_1 \cdot J_n(\gamma_I \cdot r) - C_2 \cdot I_n(\gamma_I \cdot r)) \end{aligned}$$

$$\gamma_I = \sqrt[4]{\Re_1}$$

Для области 2

$$\begin{aligned} v(r, \varphi) &= u_{II}(r) \cdot \cos(n \cdot \varphi) & u_{II}(r) &= B_1 \cdot J_n(\gamma_{II} \cdot r) + B_2 \cdot I_n(\gamma_{II} \cdot r) \\ T(r, \varphi) &= T_{II}(r) \cdot \cos(n \cdot \varphi) & T_{II}(r) &= \frac{1}{\gamma_{II}^2} (B_1 \cdot J_n(\gamma_{II} \cdot r) - B_2 \cdot I_n(\gamma_{II} \cdot r)) \\ T_m(r, \varphi) &= T_m(r) \cdot \cos(n \cdot \varphi) & T_m(r) &= \frac{B_3}{r^n} \end{aligned}$$

$$\gamma_{II} = \sqrt[4]{\Re_2}$$

Конвективная часть. Устойчивость системы.

Граничные условия для областей I и II. Обозначим $\gamma_I = \gamma$ и $\gamma_{II} = b \gamma$, $b = \sqrt[4]{\frac{|A_2|}{|A_1|}}$

$$\left\{ \begin{array}{l} C_1 \cdot J_n(\gamma \cdot a) + C_2 \cdot I_n(\gamma \cdot a) - B_1 \cdot J_n(b \cdot \gamma \cdot a) - B_2 I_n(b \cdot \gamma \cdot a) = 0 \\ \frac{1}{\gamma^2} \cdot (C_1 \cdot J_n(\gamma \cdot a) - C_2 \cdot I_n(\gamma \cdot a)) - \frac{1}{(b \cdot \gamma)^2} \cdot (B_1 \cdot J_n(b \cdot \gamma \cdot a) - B_2 \cdot I_n(b \cdot \gamma \cdot a)) = 0 \\ B_1 \cdot J_n(b \cdot \gamma) + B_2 \cdot I_n(b \cdot \gamma) = 0 \\ B_1 \cdot J_n(b \cdot \gamma) - B_2 \cdot I_n(b \cdot \gamma) - (b \cdot \gamma)^2 \cdot B_3 = 0 \\ B_1 \cdot J'_n(b \cdot \gamma) - B_2 \cdot I'_n(b \cdot \gamma) + \frac{n \cdot b \cdot \gamma}{\chi} \cdot B_3 = 0 \end{array} \right.$$

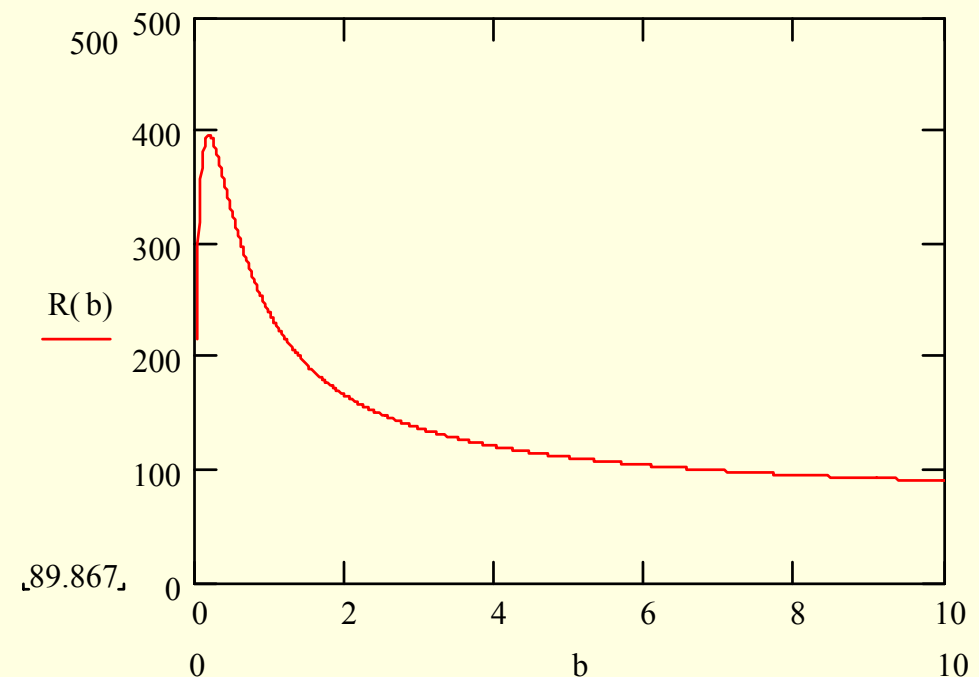
Однородную систему относительно C_1, C_2, B_1, B_2, B_3 . Условием существования нетривиального решения данной системы является равенство нулю её определителя.

Конвективная часть. Критическое число Релея

$$\frac{J'_n(b \cdot \gamma)}{J_n(b \cdot \gamma)} + \frac{I'_n(b \cdot \gamma)}{I_n(b \cdot \gamma)} = -\frac{2 \cdot n}{\gamma \cdot \chi \cdot b^2} \quad \Rightarrow \quad \frac{J'_n(\gamma)}{J_n(\gamma)} + \frac{I'_n(\gamma)}{I_n(\gamma)} = -\frac{2 \cdot n}{\gamma \cdot \chi \cdot b}$$

Решая это уравнение при $\chi = 1$
находим зависимость $R(b)$

Как видно из графика при
возрастание b критическое
число Релея уменьшается и
следовательно увеличивается
неустойчивость системы.



Заключение

- В ходе работы получена зависимость скорости конденсации от высоты. Оценены градиенты температур.
- Найдены размеры области конденсации.
- Найдена зависимость критических чисел Релея от отношения градиентов.