Формирование облачности над теплым океаном при вторжении холодного воздуха с континента

Г.С.Голицын[1)], Б.П.Руткевич [2)], П.Б.Руткевич [3)]

[1)] *Институт физики атмосферы РАН, 119017, Москва, Пыжевский пер., 3, E-mail:* mail_adm@ifaran.ru*;*

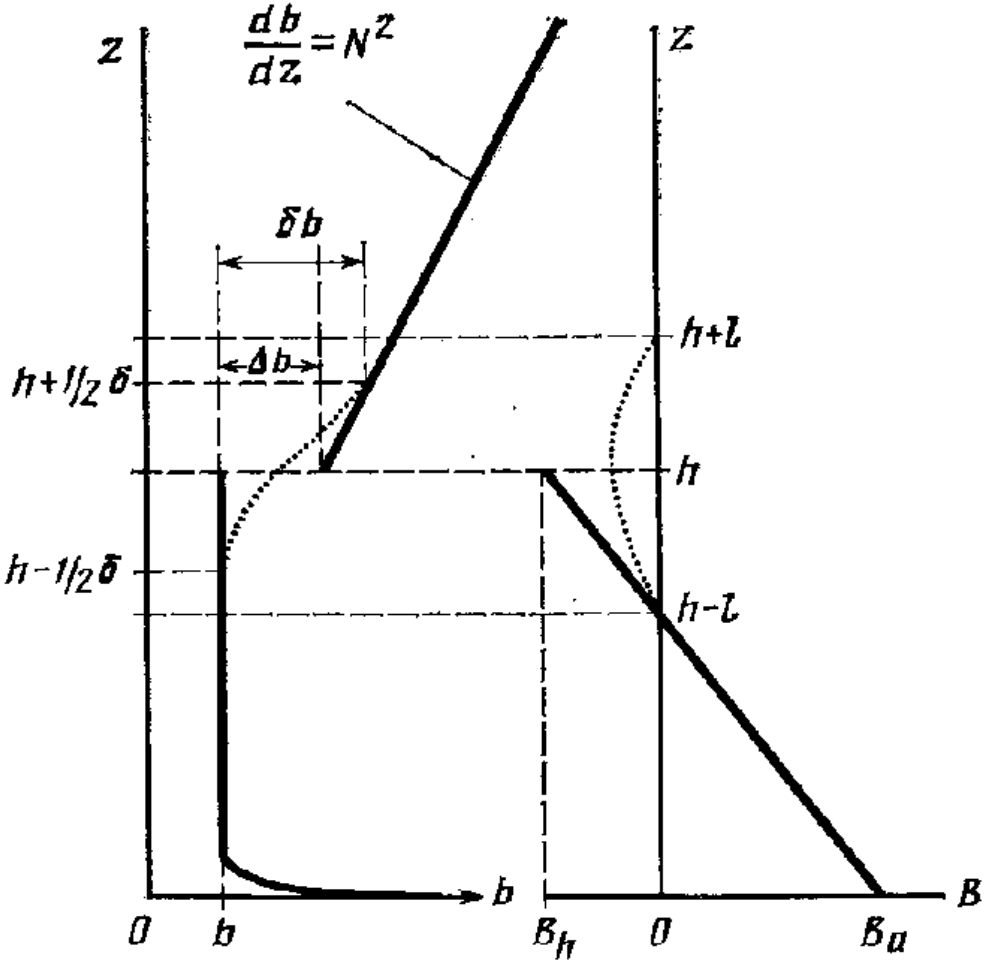
[2)] *Радиоастрономический Институт НАН Украины, ул. Краснознаменная 4, Харьков 61002, Украина*

[3)] Институт космических исследований РАН, Москва
email: peter@d902.iki.rssi.ru

Формирование облачности:

- Без учёта зависимости термодинамических параметров от высоты
- С учётом зависимости термодинамических параметров от высоты
- Нижняя граница облака

Вертикальные профили плавучести b и вертикального профиля потока плавучести B при нестационарной проникающей конвекции



$$b \equiv g\left(\rho_0 - \rho\right)/\rho_0 = g\beta\left(T - T_0\right),$$

$$\partial b/\partial t = -\partial B/\partial z,$$

$$N^2 = -\frac{g}{\rho_0}\partial\rho/\partial z,$$

$$\frac{1}{2}\frac{\partial h^2 N^2}{\partial t} = B_a,$$

$$B_a = B\Big|_{z=0}$$

Зилитинкевич С.С. Теоретическая модель проникающей конвекции турбулентной атмосферы. Изв. АН СССР ФАО, Т 23, №6. 1987, стр. 593-610.

Определение зависимости высоты слоя как функции расстояния от берега

$$F_{QT} = c_T \rho c_P U_{10} \Delta T \quad F_q = c_E \rho U_{10} \Delta q \quad c_T = c_E = c_0 = 1.2 \cdot 10^{-3}$$

$$\frac{1}{2}\frac{\partial h^2 N^2}{\partial t} = B_a, \quad B_0 = c_0 g U_{10}\left(\frac{\delta T}{T} + 0.608\delta q\right) \quad h^2 = \frac{2g}{N^2}\frac{\delta T}{T}x,$$

$$\frac{1}{2}\frac{\partial h^2 N^2}{\partial t} = c_0 g U_{10}\frac{\delta T}{T}, \quad x = c_0 U_{10} t, \quad L_0 = \frac{g}{N^2}\frac{\delta T}{T_0} \quad y = h/L_0$$

$$x' = x/L_0$$

$$\frac{y dy}{dx'} = 1 \quad y = \sqrt{x}$$

Smith S.D. Coefficients for Sea Surface Wind Stress, Heat Flux, and Wind profiles as a Function of Wind Speed and Temperature. J. Geophys. Res., 93, C12, 15467-15472, (1988).

Учитываем, что при распространении
холодного воздуха от берега он нагревается от океана.

Количество тепла в слое искомой толщины h $\delta Q = c_p \rho h \delta T$

Поток тепла от океана можно представить как: $\frac{dQ}{dt} = c_p \rho h \frac{dT}{dt}$

С другой стороны этот поток определяется по формуле: $F_{QT} = c_T \rho c_P U_{10} \Delta T$

$$h\frac{d\delta T}{dt} = -c_T U_{10}\delta T \quad \theta = \frac{\delta T}{T_0} \quad \theta_0 = \frac{\delta \mathrm{T}_0}{\mathrm{T}_0} \quad \theta = \theta_0\tilde{\theta} \quad \frac{d\tilde{\theta}}{dx'} = -\frac{\tilde{\theta}}{y}$$

$$\frac{d}{2dt}\left(h^2 N^2\right) = \mathrm{c}_0 \mathrm{g} \mathrm{U}_{10} \frac{\delta \mathrm{T}}{\mathrm{T}_0} \qquad \frac{dy}{dx'} = \frac{\tilde{\theta}}{y}$$

$$\begin{cases} \dfrac{d\tilde{\theta}}{dx'} = -\dfrac{\tilde{\theta}}{y} \\ \dfrac{dy}{dx'} = \dfrac{\tilde{\theta}}{y} \end{cases} \qquad \frac{dy}{dx'} + \frac{d\tilde{\theta}}{dx'} = 0$$

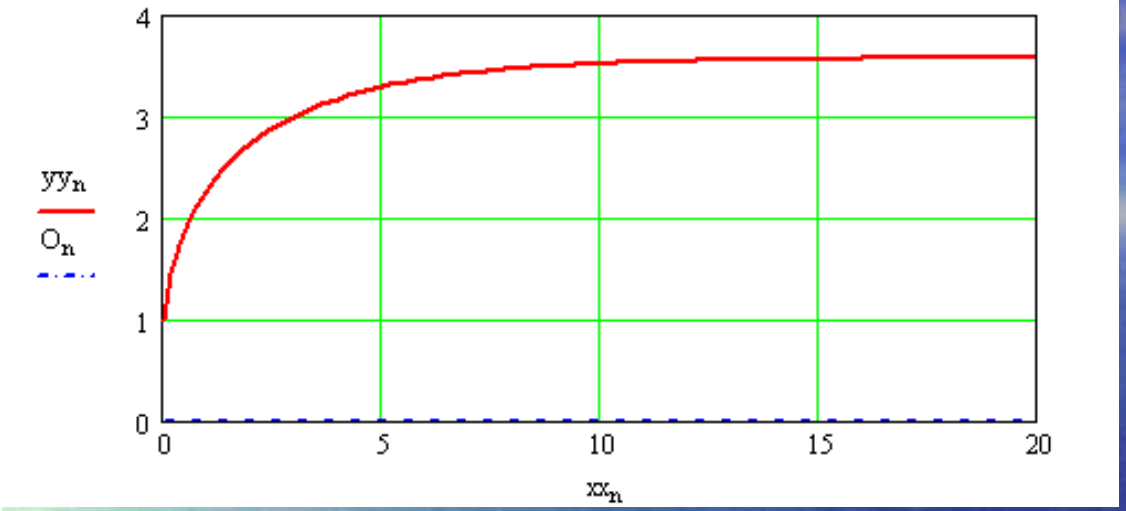
Первый интеграл имеет вид:

$$y + \tilde{\theta} = const = y_0 + \tilde{\theta}_0$$

θ0 = 3 U = 3

$$\frac{Lo}{(co \cdot U) \cdot 3600} = 6.806$$

ΔT = 3 To = 300 X = 20 N = 100 $y_0 = 1$ Lo = 88.2 $Lo \cdot y_0 = 88.2$



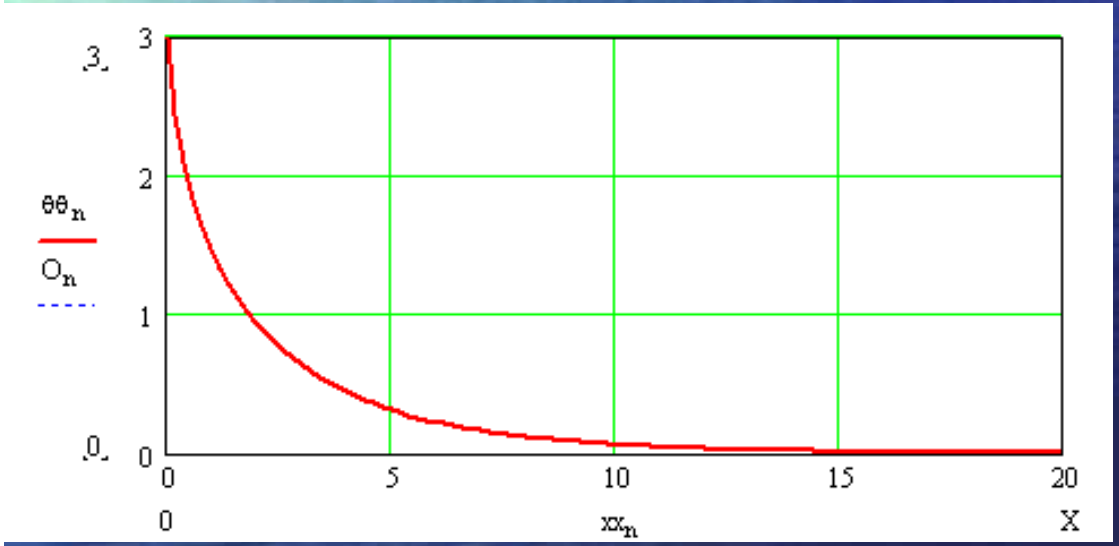
Аналитическое решение

$$\tilde{\theta} = y_0 + \tilde{\theta}_0 - y$$

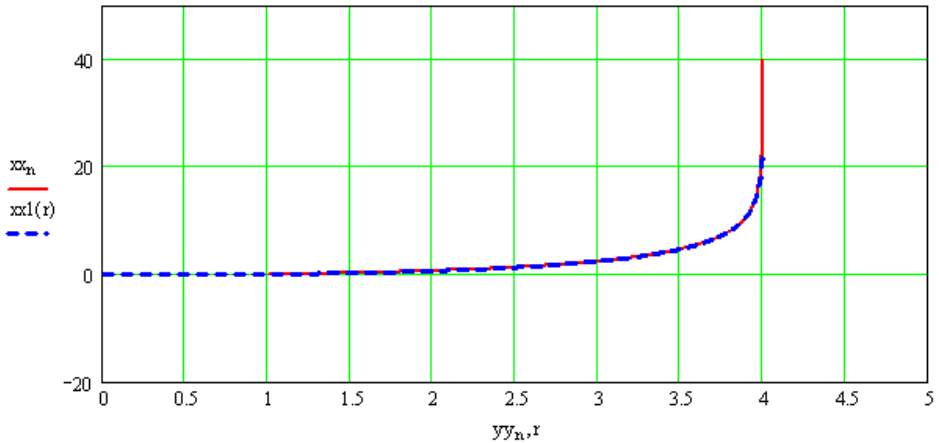
$$\frac{dy}{dx'} = \frac{y_0 + \tilde{\theta}_0}{y} - 1$$

Неявное решение:

$$-y - \left(y_0 + \tilde{\theta}_0\right) \ln \frac{y_0 + \tilde{\theta}_0 - y}{y_0 + \tilde{\theta}_0} = x'$$



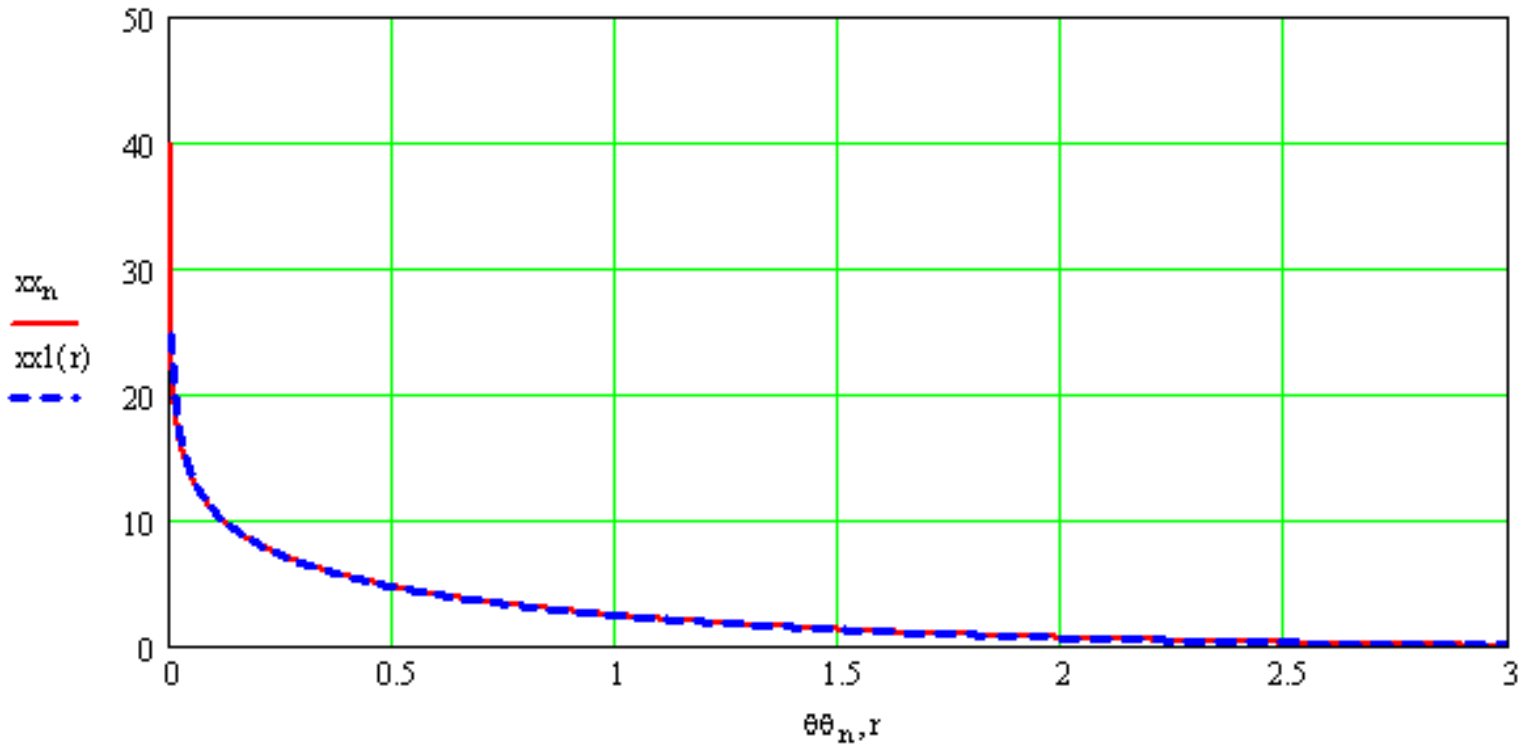
$xx1(r) := f0 - r - (f0 + \theta\theta0) \cdot \ln\left(1 + \frac{f0 - r}{\theta\theta0}\right)$ θθ0 = 3 f0 = 1 Lo = 980 Gcn = 0.17848 NV = 0.01



Аналогично второе уравнение:

$$\tilde{\theta} - \tilde{\theta}_0 - \left(y_0 + \tilde{\theta}_0\right)\ln\frac{\tilde{\theta}}{\tilde{\theta}_0} = x'$$

$xx1(r) := r - \theta\theta0 - (f0 + \theta\theta0)\cdot\ln\left(\frac{r}{\theta\theta0}\right)$ $\theta\theta0 = 3$ $f0 = 1$ $Lo = 980$ $Gcn = 0.17848$ $NV = 0.01$



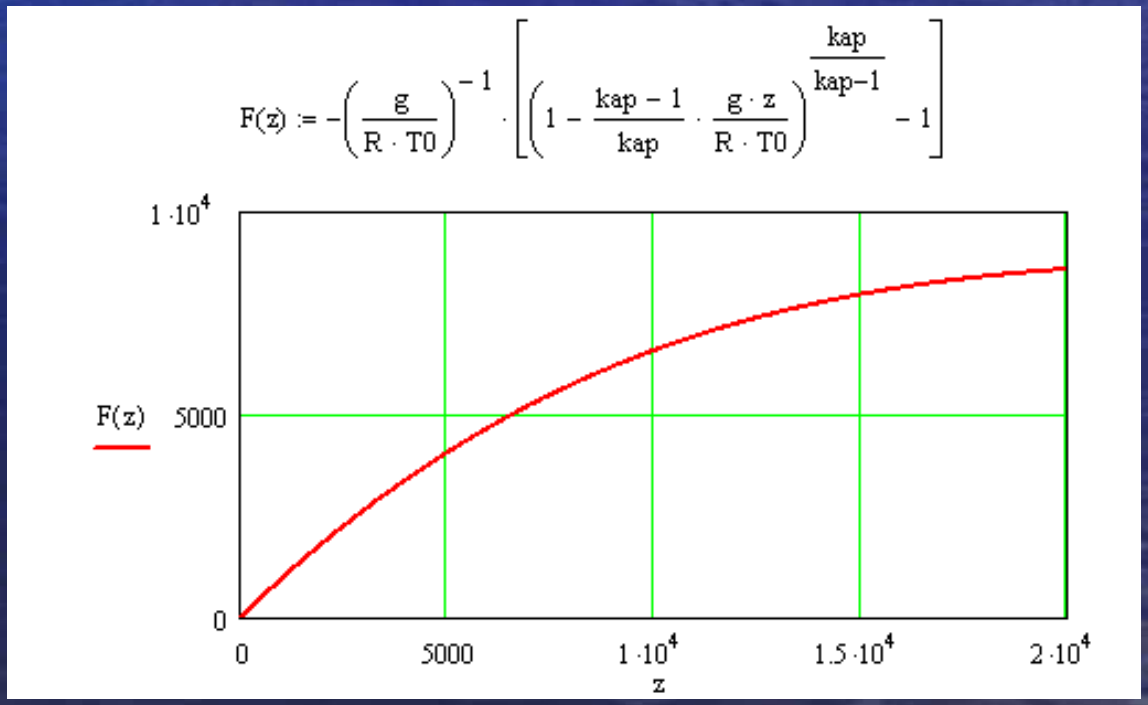
С учётом зависимости термодинамических параметров от высоты

$$T = T_0\left(1-\frac{\kappa-1}{\kappa}\frac{g}{RT_0}z\right) \qquad P = P_0\left(1-\frac{\kappa-1}{\kappa}\frac{g}{RT_0}z\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} \qquad \rho = \rho_0\left(1-\frac{\kappa-1}{\kappa}\frac{g}{RT_0}z\right)^{\frac{1}{\kappa-1}}$$

$$\delta Q = \int_0^h dz\, c_p \rho(z)\delta T \qquad \delta Q = \int_0^h dz\, c_p \rho_0\left(1-\frac{\kappa-1}{\kappa}\frac{g}{RT_0}z\right)^{\frac{1}{\kappa-1}}\delta T$$

$$F(h) = \int_0^h dz\left(1-\frac{\kappa-1}{\kappa}\frac{g}{RT_0}z\right)^{\frac{1}{\kappa-1}}$$

$$F(z) := -\left(\frac{g}{R\cdot T0}\right)^{-1}\cdot\left[\left(1-\frac{kap-1}{kap}\cdot\frac{g\cdot z}{R\cdot T0}\right)^{\frac{kap}{kap-1}}-1\right]$$



$$\frac{d\delta T}{dx} = \frac{\frac{gL_0}{RT_0}\delta T}{\left[\left(1-\frac{\kappa-1}{\kappa}\frac{g}{RT_0}h\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}-1\right]}$$

$$L_0 = \frac{\mathrm{g}}{N^2}\frac{\delta \mathrm{T}_0}{\mathrm{T}_0} = \frac{\mathrm{g}\theta_0}{N^2} \qquad c^2 = \kappa R T_0$$

Естественно ввести новое безразмерное число:

$$Gcn = \frac{g}{cN}\sqrt{\frac{(\kappa-1)\Delta T}{T_0}}$$

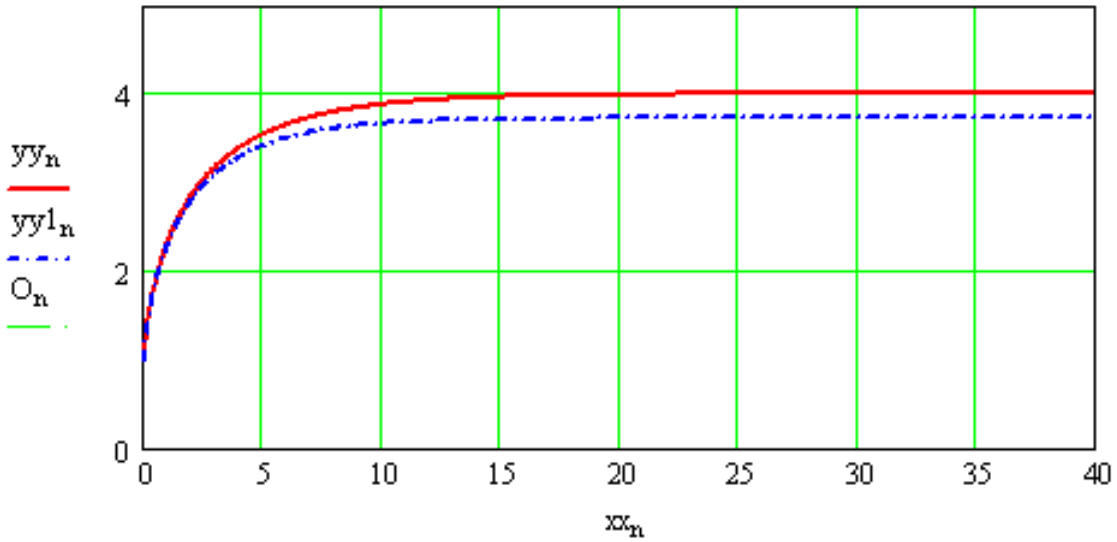
Получается система:

$$\frac{d\tilde{\theta}}{dx'} = \left(\frac{\kappa}{\kappa-1}\right)Gcn^2\frac{\tilde{\theta}}{\left[\left(1-Gcn^2 y\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}-1\right]}$$

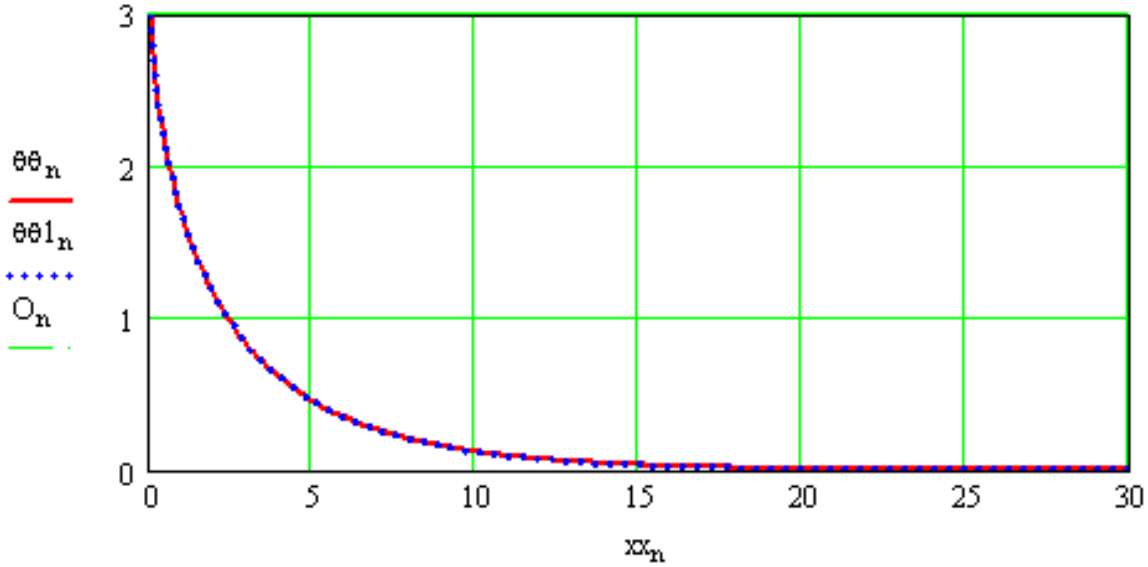
$$\frac{dy}{dx'} = \frac{\tilde{\theta}}{y}$$

$U = 3 \quad NV = 0.01 \quad \frac{g}{c \cdot NV} \cdot \sqrt{(kap - 1) \cdot \frac{\Delta T}{To}} \quad Gcn = 0.17848 \quad \frac{Lo}{(co \cdot U) \cdot 3600} = 75.617$

$\Delta T = 3 \quad To = 300 \quad X = 40 \quad N = 1 \times 10^3 \quad y_0 = 1 \quad Lo = 980 \quad Lo \cdot y_0 = 980$



$Lo \cdot X = 2.646 \times 10^3 \quad Lo \cdot 4 = 352.8 \quad Lo \cdot 20 = 1.764 \times 10^3 \quad Lo \cdot 70 = 6.174 \times 10^3$

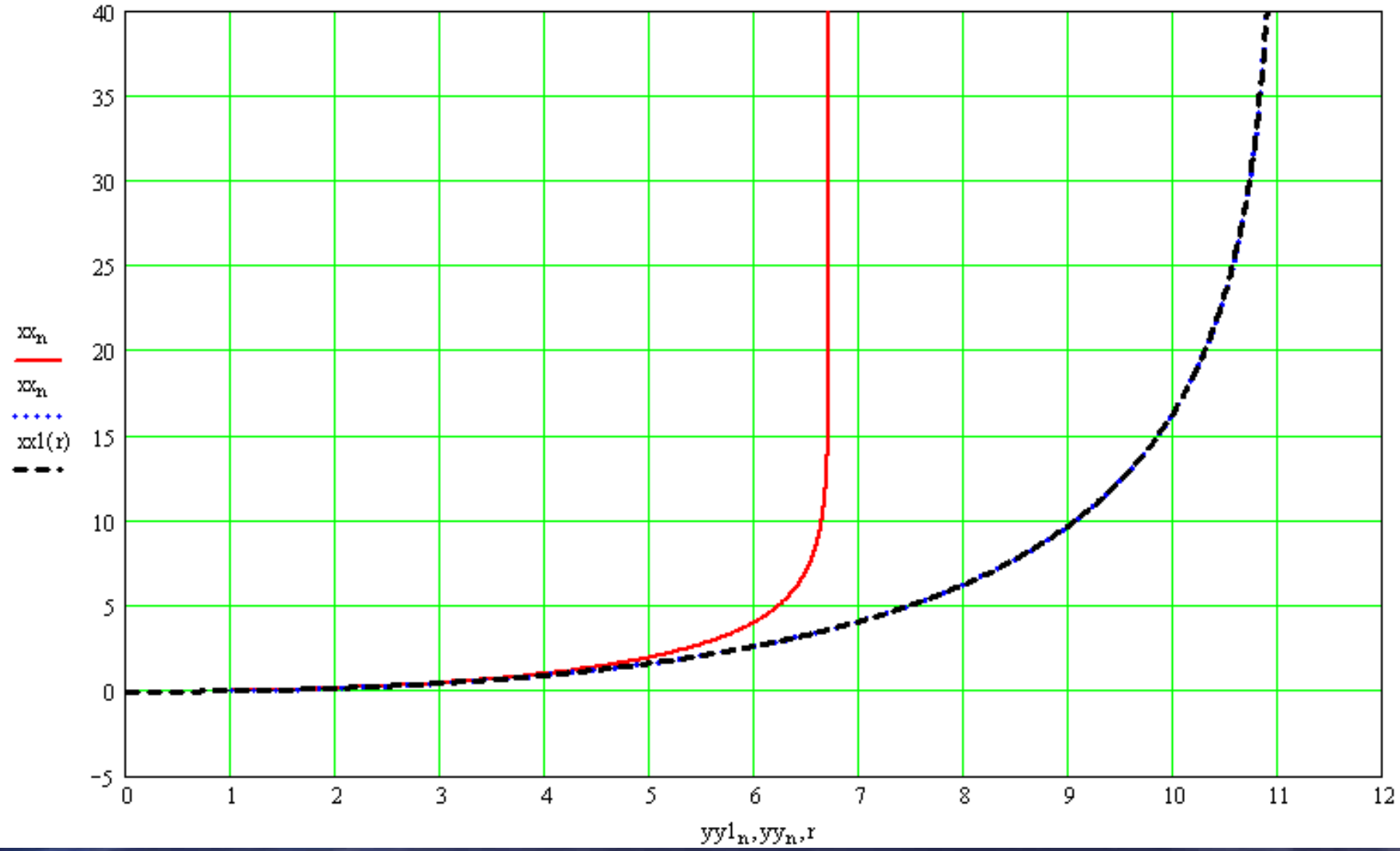


Случай очень холодного воздуха над тёплым океаном

$$U = 3 \quad \frac{g}{c \cdot NV} \cdot \sqrt{(kap - 1) \cdot \frac{\Delta T}{To}} = Gcn = 0.32585 \qquad \frac{Lo}{(co \cdot U) \cdot 3600} = 252.058$$

$$\Delta T = 10 \quad To = 300 \quad X = 40 \quad N = 1 \times 10^{3} \quad y_0 = 1 \qquad Lo \cdot y_0 = 3.267 \times 10^{3}$$

$$xx1(r) := f0 - r - (f0 + \theta\theta 0) \cdot \ln\left(1 + \frac{f0 - r}{\theta\theta 0}\right) \qquad \theta\theta 0 = 10 \quad f0 = 1 \qquad Lo = 3.267 \times 10^{3} \qquad c = 347.154$$



Граница облачности

Уравнение Клапейрона – Клаузиуса

$$E(z) = E_{s0} \exp\left[\frac{L}{R_w}\left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T(z)}\right)\right],$$

Распределение плотности пара с высотой можно определить как:

$$q(z) = const = q(0) = q_0$$

$$\rho(z) = \rho_0 \left(1 - \frac{\kappa - 1}{\kappa} \frac{g}{RT_0} z\right)^{\frac{1}{\kappa - 1}}$$

$$T(z) = T_0 \left(1 - \frac{\kappa - 1}{\kappa} \frac{g}{RT_0} z\right)$$

$$E = q\rho R_w T = q_0 \rho(z) R_w T(z),$$

$q_0 = \frac{\rho_w(0)}{\rho_d(0)}$ – относительная влажность над поверхностью океана

$$q_0 \left(1 - \frac{gz}{c_p T_0}\right)^{\frac{c_p}{R}} = \exp\left[\frac{L}{R_w}\left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T(z)}\right)\right]$$

$$\varepsilon_c = \frac{\ln(q_0^{-1})}{\alpha},$$

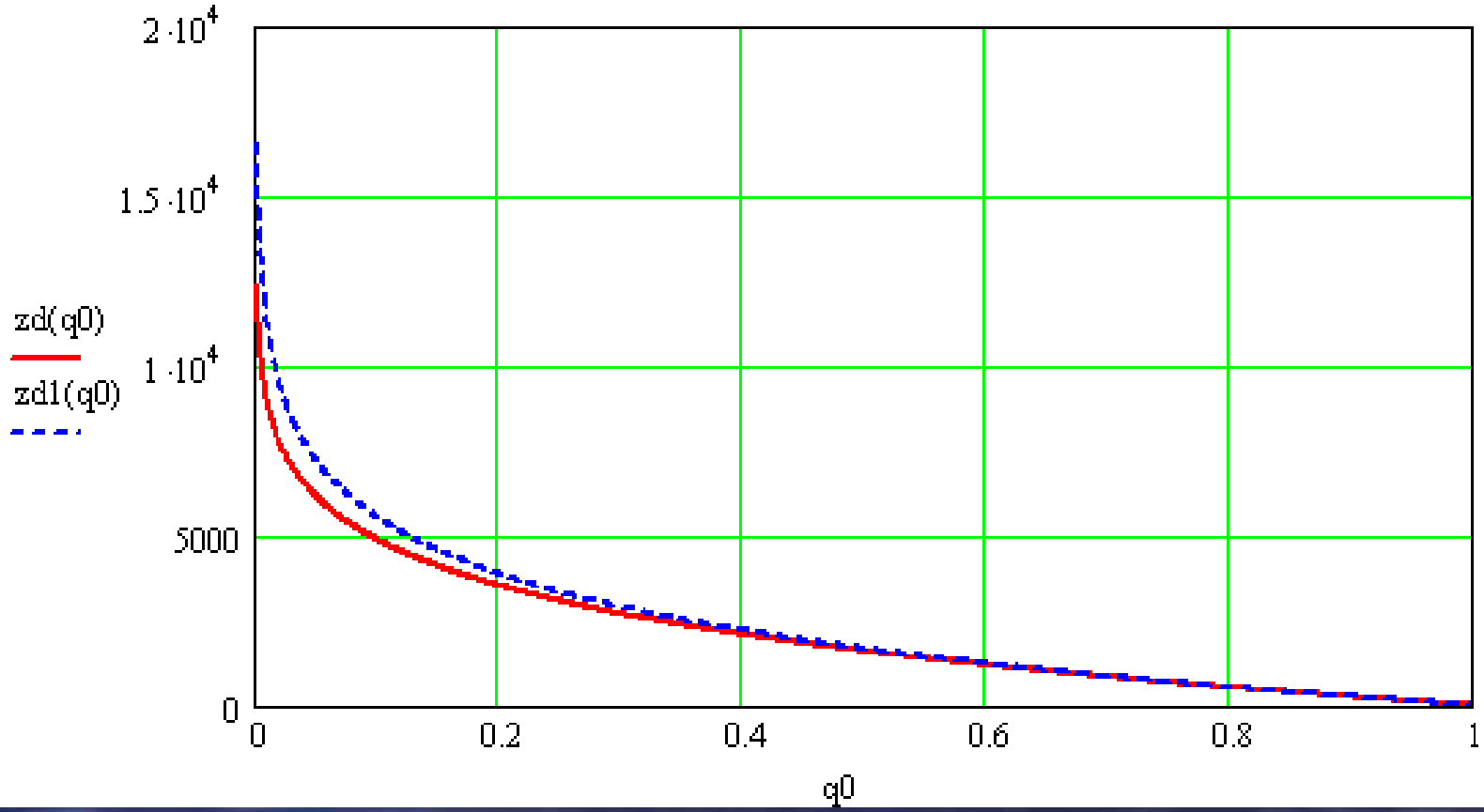
$$\varepsilon = 1 - \frac{T(z)}{T_0} = \frac{gz}{c_p T_0} << 1 \qquad \alpha = \frac{L}{R_w T_0} - \frac{c_p}{R},$$

$$\varepsilon = \frac{R}{c_p} \frac{\alpha - \sqrt{\alpha^2 + 2c_p/R \ln q_0 - 4\alpha \ln q_0}}{1 - 2\alpha R/c_p}$$

$$\ln(q_0^{-1}) - \alpha\varepsilon + \left(\frac{c_p}{2R} - \alpha\right)\varepsilon^2 + o(\varepsilon) = 0,$$

$$z_c = z^* = \frac{c_p T_0 \varepsilon_c}{g}$$

Зависимость высоты облачности от относительной влажности на поверхности океана

$$zd(q0) := \frac{Cp \cdot T0}{g} \cdot \left(\frac{R}{Cp} \cdot \frac{\alpha - \sqrt{\alpha^2 + 2 \cdot \ln(q0) \cdot \frac{Cp}{R} - 4 \cdot \alpha \cdot \ln(q0)}}{1 - 2 \cdot \alpha \cdot \frac{R}{Cp}} \right)$$

$$zd1(q0) := \frac{Cp \cdot T0}{g} \cdot \frac{\ln\left[(q0)^{-1}\right]}{\alpha}$$