

Возможный способ ослабления смерча

М.В. Заволженский¹⁾, П.Б. Руткевич²⁾

*1) Институт Водных Проблем РАН, Южный
Отдел. 344098 Ростов-на-Дону, пр. Стачки,
198. zavolzhensky@rambler.ru*

2) Институт космических исследований РАН,
Москва
email: peter@d902.iki.rssi.ru

В мощных облачных слоях в атмосфере нижняя и верхняя граница часто находятся в разных температурных условиях. Сохранить устойчивость положения равновесия такой слой может только при линейном изменении температуры по его толщине и только при малых значениях градиента температуры.



Облака в атмосфере моделируем слоем тяжёлой вязкой несжимаемой жидкости, вращающейся с постоянной угловой скоростью вокруг неподвижной оси. Величина угловой скорости определяется параметром Кориолиса синоптического вихря. При образовании смерчей угловая скорость определяется начальной закруткой материнского облака и горизонтальным градиентом скорости в сдвиговом или встречном воздушном течении.





© Copyright 2004 Eric Nguyen

$$\frac{\partial \vec{v}'}{\partial t'} + (\vec{v}' \cdot \nabla) \vec{v}' + 2\vec{\omega}' \times \vec{v}' = -\frac{1}{\rho} \nabla (p' - p_1 + \rho g z') - \beta T' \vec{g} + \nu \nabla^2 \vec{v}' \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \vec{v}' = 0, \quad \rho c \left(\frac{\partial T'}{\partial t'} + \vec{v}' \cdot \nabla T' \right) = \lambda \nabla^2 T' + \mu \Phi, \quad \vec{v}' = \{v_r, v_\varphi, v_z\},$$

$$\frac{\partial \zeta'_j}{\partial t'} + \vec{v} \cdot \nabla \zeta'_j = v_z \quad (z' = \zeta'_j) \quad p_{nn} = -p_j, \quad p_{n\tau} = p_{ns} = 0, \quad T' = \mathcal{G}',$$

$$p_2 = p_1 + \rho g h \left(1 + \frac{1}{2} \beta \mathcal{G}' \right), \quad \mathcal{G}'_1 = 0, \quad \mathcal{G}'_2 = \mathcal{G}', \quad \vec{v} = 0, \quad T' = 0, \quad r' = \infty, \quad j = 1; 2$$

Здесь n, s и τ - нормаль и два взаимно перпендикулярных касательных направления к границам ζ'_1 и ζ'_2 слоя, Φ - диссипативная функция.

Коэффициенты: вязкость ν , плотность ρ , удельная теплоемкость c , теплопроводность λ , коэффициент термического расширения β ,

g ускорение силы тяжести и давление p_1 у нижней границы слоя толщины h постоянны.

Переход в системе (1) к безразмерным переменным:

$$\begin{aligned} \{v_r, v_\varphi, v_z\} &= \frac{\nu \varepsilon}{h} \{u, v, w\}, & p' &= p_1 + \frac{\rho \nu^2 \varepsilon}{h^2} p, & \varepsilon &= \frac{\nu^2}{gh^3}, & \gamma &= \frac{\rho \nu c}{\lambda}, \\ T' &= T_1' + \frac{\varepsilon^2}{\beta} T, & \zeta_1' &= \varepsilon^2 h \zeta_1, & \zeta_2' &= h(1 + \varepsilon^2 \zeta_1), & r &= \frac{r'}{h} s, & z &= \frac{z'}{h} s, \\ t &= \frac{\nu t'}{h^2} \sigma, & p_1' &= p_1 - \rho g z' - \frac{\rho g \beta \vartheta'}{2h} z'^2, & T_1' &= -\frac{\vartheta'}{h} z', & \vartheta &= \frac{\rho g \beta \vartheta'}{\lambda \nu} h^3, \end{aligned} \quad (2)$$

$\omega = \frac{2\omega' h^2}{\nu}$. Величины p_1', T_1' определяют равновесное состояние слоя

в отсутствие конвективных потоков ($\vec{v} = 0, \zeta_1' = 0, \zeta_2' = h$).

Безразмерный параметр S - аналог волнового числа пространственно периодического течения.

Характеристики рассматриваемого течения ищем в виде рядов по целым положительным степеням параметра ε

Ограничимся исследованием спектральной задачи нулевого приближения. Соответствующая система уравнений и граничных условий получается после подстановки (2) в условия задачи (1), разложения граничных условий в ряды по степеням $\varepsilon^2 \zeta_j$ на верхней и нижней границы слоя и отбрасывания величин порядка $O(\varepsilon)$:

$$\begin{aligned} \sigma \gamma \frac{\partial T}{\partial t} &= \nabla^2 T + \mathcal{G} \omega, & \sigma \frac{\partial V}{\partial t} &= \nabla^2 v - \nabla p - \omega \times v + kT, & \nabla \cdot v &= 0, \\ w = T = \frac{\partial u}{\partial z} &= 0, & \zeta_j &= p - 2 \frac{\partial w}{\partial z}, & (z = 0; \quad 1, \quad j = 1; \quad 2) \\ v = 0, T = 0, & (r = \infty) \end{aligned} \tag{3}$$

Здесь $k = \{0, 0, 1\}$ -- единичный орт оси Oz.

Задача (3) решается методом разделения переменных. Полагаем

$$(u, v, w, p, T(r, \varphi, z, t), \zeta_j(r, \varphi, y)) = (\bar{U}, \bar{V}, \bar{W}, \bar{P}, \bar{\Theta}(r, z), Z_j(r)) e^{im\varphi + t} \quad (4)$$

$$j = 1, 2; m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

Решение задачи (3,4) даёт искомые характеристики локального конвективного течения в слое жидкости $(S = k^2 \pi^2 + s^2)$

$$\begin{aligned} u &= \frac{Ak\pi}{s} \left[J'_m(r) + \frac{im\omega}{r(S+\sigma)} J_m(r) \right] e^{\sigma\tau + im\varphi} \cos k\pi z & w &= AJ_m(r) e^{\sigma\tau + im\varphi} \sin k\pi z \\ v &= \frac{Ak\pi}{s} \left[\frac{im}{r} J_m(r) - \frac{\omega}{S+\sigma} J'_m(r) \right] e^{\sigma\tau + im\varphi} \cos k\pi z & T &= \frac{A\vartheta \sin k\pi z}{S + \sigma\gamma} J_m(r) e^{\sigma\tau + im\varphi} \end{aligned} \quad (5)$$

$$p = -\frac{Ak\pi \cos k\pi z}{s^2(S+\sigma)} \left[(S+\sigma)^2 + \omega^2 \right] J_m(r) e^{\sigma\tau + im\varphi} \quad m = 0, \pm 1, \dots k = \pm 1, \pm 2, \dots$$

$$\zeta_1 = -Ak\pi \cos k\pi z \left[2 + \frac{(S+\sigma)^2 + \omega^2}{s^2(S+\sigma)} \right] J_m(r) e^{\sigma\tau + im\varphi} \quad \zeta_2 = (-1)^k \zeta_1 \quad \tau = \frac{vt'}{h^2}$$

Числа k связаны с параметрами $\omega, s, \vartheta, \sigma$ уравнением:

$$S\gamma\sigma^3 + S^2(2\gamma+1)\sigma^2 + \left[S^3(\gamma+1) + k^2\pi^2\omega^2(\gamma-1) - \frac{\zeta}{S} \right] \sigma = \zeta \quad \zeta = S(s^2\vartheta - S^3 - k^2\pi^2\omega^2) \quad (6)$$

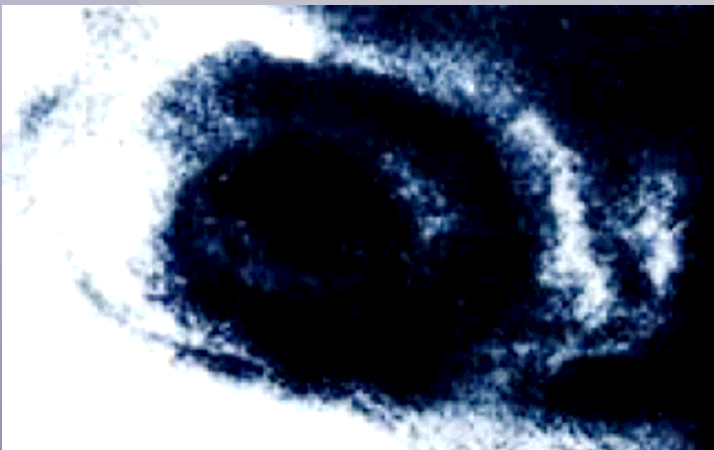
Закрученность течения (5) описывается его нулевой модой

$$v_0 = \frac{Ak\pi\omega}{s(k^2\pi^2 + s^2 + \sigma)} J_1(r)e^{\sigma\tau} \cos k\pi z \quad u_0 = -\frac{Ak\pi}{s} J_1(r)e^{\sigma\tau} \cos k\pi z$$

$$w_0 = AJ_0(r)e^{\sigma\tau} \sin k\pi z \quad k = \pm 1, \pm 2, \dots \quad r = \frac{r's}{h} \quad (7)$$

Проекции линий тока в моде (7) на плоскость $z = \text{const}$ - спирали

$$r = C \exp\left(- (k^2\pi^2 + s^2) \frac{\varphi}{\omega}\right) \quad \mathcal{G}_1(s, \omega) = \frac{(k^2\pi^2 + s^2)^3 + \omega^2 k^2 \pi^2}{s^2}$$



Известна фотография внутренней полости смерча, подтверждающая спиральный характер течения в вихре.

Из формул (6) следует, что критическое число Рэлея, характеризующее границу монотонной неустойчивости равновесного состояния слоя равно минимуму следующей функции по параметру S

$$\mathcal{G}_1(s, \omega) = \frac{(k^2 \pi^2 + s^2)^3 + \omega^2 k^2 \pi^2}{s^2}$$

При $\omega = 0$ этот минимум известен из теории эффекта Бенара:

$$\mathcal{G}_1(s, 0) = \mathcal{G}_* = \frac{27\pi^4}{4} 657.5 \quad \text{Минимум достигается при} \quad s^*(0) = \frac{\pi}{\sqrt{2}} \approx 2.2$$

Вращение оказывает стабилизирующее влияние на течение жидкости.

Этот факт является обобщением на случай вихревых возмущений результата о том, что вращение оказывает стабилизирующее влияние на жидкость по отношению к традиционным пространственно-периодическим возмущениям вида: $\{v_x, v_y, v_z\} \propto \exp(imx + iny + t)$

Гидротермо - характеристики течения (5), (7) исчезают с ростом расстояния от оси $r \rightarrow \infty$. Нулевая мода $m=0$ в формуле (7) носит вихревой характер винтового течения с осью Oz.

При $S \rightarrow \infty$ течение (5) (в которых номер моды m не возрастает) и (7) представляет собой вихрь, резко локализованный в окрестности своей оси.

При чётном k мода $m=0$ функции ζ_2 в формулах (5) деформирует верхнюю границу слоя в виде конического углубления течения. Такие деформации стимулируют воронки конвективной природы на поверхности воды.



Таким образом, в работе обнаружена локальная форма потери устойчивости, все характеристики которой исчезают на бесконечности вдоль слоя.

