

Литература

1. К.С. Шифрин. Рассеяние света в мутной среде, ГИ ТТЛ, Москва-Ленинград, 1951 год.
2. К. Борен, Д. Хафмен. Поглощение и рассеяние света малыми частицами. Москва, «Мир», 1986 г.
3. А.И. Потехин. Некоторые задачи дифракции электромагнитных волн. Изд. «Советское радио», Москва, 1948 г.
4. В.В. Никольский. Теория электромагнитного поля. Изд. «Высшая школа», Москва, 1964 г.
5. В.В. Никольский, Т.И. Никольская. Электродинамика и распространение радиоволн. Москва «Наука», Гл. ред. ФМЛ, 1989 г.
6. Г.Т. Марков, А.Ф. Чаплин. Возбуждение электромагнитных волн. Изд. «Энергия», Москва-Ленинград, 1967 г.
7. А.Н.Матвеев. Оптика. М.: Высшая школа, 1985.- 351с.
8. В.В. Батыгин, И.Н. Топтыгин. Сборник задач по электродинамике. Гос. Изд. ФМЛ, Москва, 1962 г.
9. Л.У. Рикетс, Дж.Э. Бриджес, Дж. Майлетта. Электромагнитный импульс и методы защиты. Перевод с англ. под ред. Н.А. Ухина, Москва-Атомиздат, 1979 год.
10. Дейрменджан Д. Рассеяние электромагнитного излучения сферическими полидисперсными частицами. – М: Мир. 1971. – 165 с., стр. 27)

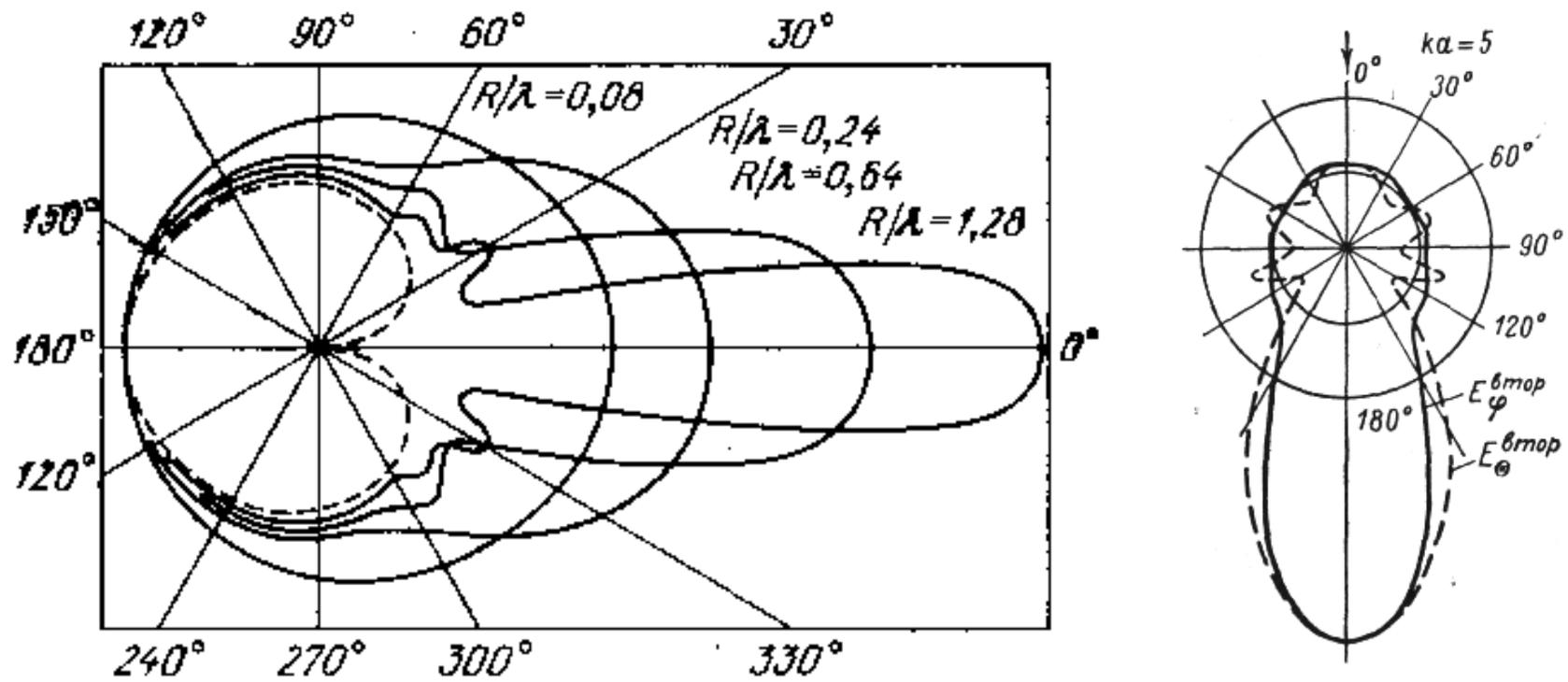


Рис. 1. Диаграммы направленности рассеянного на цилиндре поля.

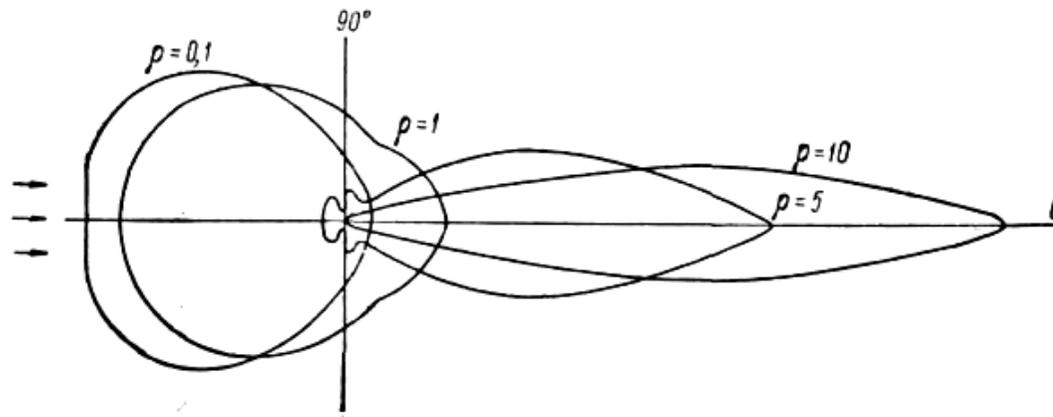


Рис. 37. Полные индикатриссы для абсолютно отражающих частиц. (Случаи $\rho=0,1$; 1; 5; 10).

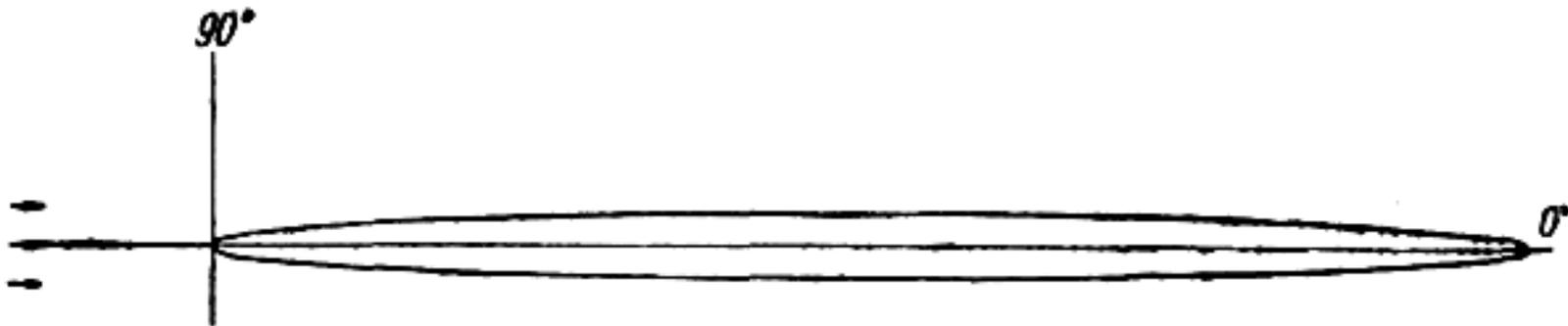


Рис. 56. Индикатрисса облачной капли ($m = 1,33$; $\rho = 60$).

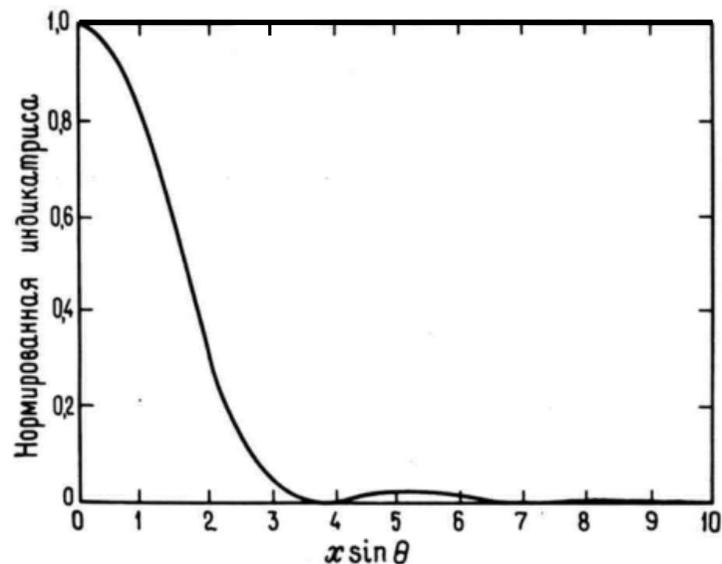


Рис.2. Индикатриса рассеяния в случае дифракции на круглом диске

$$\theta \approx 10/\chi.$$

Для капли воды (радиус 1 мм):

$\chi \approx 11424$; $2\theta \approx 6$ угловых минут

Для Луны (радиус: 1738 км):

$\chi = 1,99 \cdot 10^{13}$; $2\theta \approx 1,01 \cdot 10^{-12}$ радиан или $\approx 2,08 \cdot 10^{-7}$ угловых секунд.

Площадь сечения :

$$S \approx 9,5 \cdot 10^{12} \text{ м}^2$$

Солнечная постоянная:

$$\gamma = 1320 \text{ Вт/м}^2$$

Мощность солнечного излучения, падающая на Луну:

$$W \approx 1,25 \cdot 10^{10} \text{ МВт.}$$

Среднее расстояние до Земли:

384,4 тысячи км

Диаметр пятна на Земле :

0,39 мм

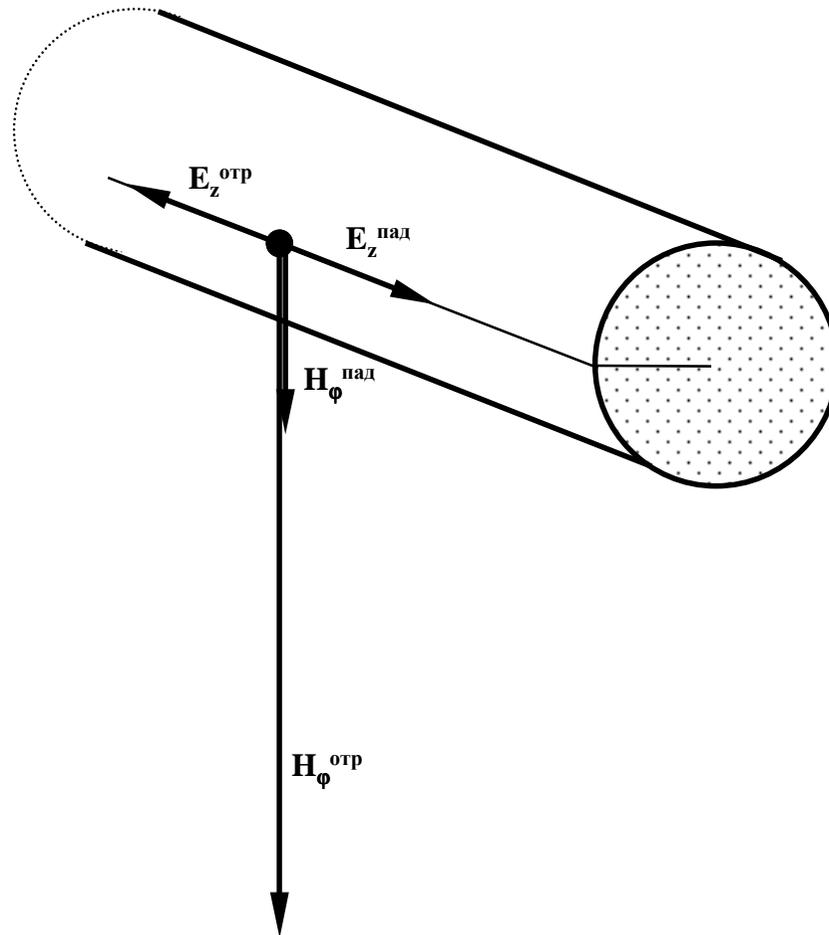


Рис. 3. Традиционное решение задачи дифракции поля на цилиндре

$$e^{-jkr \cos \varphi} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(kr) e^{jn(\varphi - \frac{\pi}{2})},$$

Падающее поле:

$$E_z^{nad} = z_0 \cdot E_m^0 e^{-jkr \cos \varphi} = z_0 \cdot E_m^0 \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(kr) e^{jn(\varphi - \frac{\pi}{2})},$$

Отраженное поле:

$$E_z^{omp} = z_0 \cdot E_m^0 \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n \cdot H_n^{(2)}(kr) \cdot e^{in(\varphi - \frac{\pi}{2})}$$

Но при $r = \rho$: $E_z^{omp}(k\rho) = -E_z^{nad}(k\rho)$

$$A_n = -\frac{J_n(k\rho)}{H_n^{(2)}(k\rho)}$$

Итак:

$$E_z^{omp} = z_0 \cdot E_m^0 \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left(-\frac{J_n(k\rho)}{H_n^{(2)}(k\rho)} \right) \cdot H_n^{(2)}(kr) \cdot e^{in(\varphi - \frac{\pi}{2})}$$

$$H_{\varphi}^{omp}(r, \varphi) = -\frac{i}{\omega\mu} \frac{\partial E_z^{omp}(r, \varphi)}{\partial r} = -\frac{ik}{\omega\mu} E_0 \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} (-i)^n \frac{J_n(k\rho)}{H_n^{(2)}(k\rho)} H_n'^{(2)}(kr) e^{in\varphi}$$

$$\frac{k}{\omega\mu} = \frac{1}{\rho_0} \approx \frac{1}{377 \text{ ом}}$$

$$I = \oint H_{\varphi}^{cymM}(\rho) dl = \int dl = \rho d\varphi = \rho \int_0^{2\pi} H_{\varphi}^{cymM}(\rho) d\varphi$$

$$I = -2\pi\rho i \left[J_0'(k\rho) - J_0(k\rho) \frac{H_0'^{(2)}(k\rho)}{H_0^{(2)}(k\rho)} \right] H_0$$

$$E(t) = E_0 (e^{-\alpha t} - e^{-\beta t}), \text{ где } \alpha=10^4 \text{ 1/сек, } \beta=10^6 \text{ 1/сек}$$

$$E(i\omega) = E_0 \left(\frac{1}{\alpha + i\omega} - \frac{1}{\beta + i\omega} \right)$$

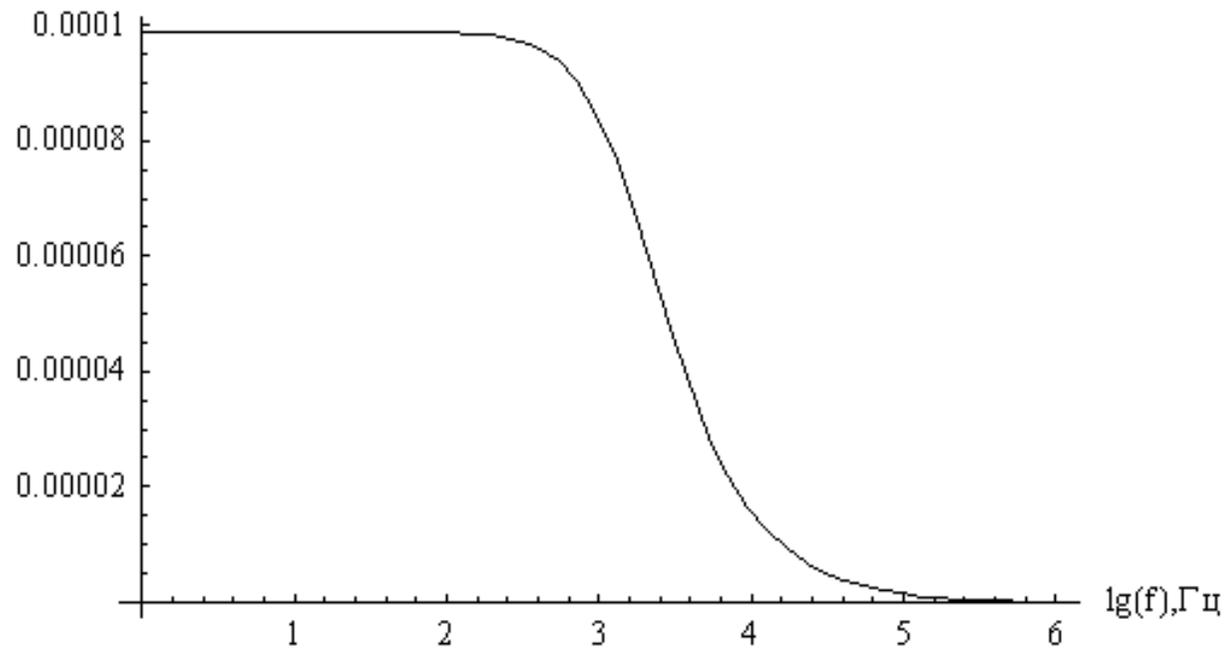


Рис.4. Модуль спектральной плотности ЭМИ грозы.

$$J_0(k\rho) \approx 1; \quad J'_0(k\rho) \approx -\frac{k\rho}{2};$$

$$N_0(k\rho) \approx -\frac{2}{\pi} \ln \frac{2}{1,781k\rho}; \quad N'_0(k\rho) \approx \frac{2}{\pi k\rho}$$

Таблица 1

Частота, f	Аргумент, параметр дифракции, kρ	Постоянная составляющая магнитного поля, А/м	Наводимый ток, А
10 Гц	1,047·10 ⁻⁹	(4,6 + i0,35)·10 ⁺⁷	(0,108 – i1,44)·10 ⁺⁶
10 кГц	1,047·10 ⁻⁶	(6,8 + i0,77)·10 ⁺⁴	(0,24 – i2,14)·10 ⁺³
10 МГц	1,047·10 ⁻³	(1,32 + i0,29)·10 ⁺²	(0,91 – i4,1)·10 ⁺⁰

$$I = -2\pi r i \left[J'_0(k\rho) - J_0(k\rho) \frac{H_0^{(2)'}(k\rho)}{H_0^{(2)}(k\rho)} \right] H_0$$

Результаты расчетов по магнитному полю и наводимому току.

Величина	Частота F		
	10 Гц	10 кГц	10 МГц
$k = \frac{\omega}{c}$	$2,094 \cdot 10^{-7}$	$2,094 \cdot 10^{-4}$	0,20944
ka	$1,047 \cdot 10^{-9}$	$1,047 \cdot 10^{-6}$	$1,047 \cdot 10^{-3}$
$J'_0(ka)$	$5,236 \cdot 10^{-10}$	$5,236 \cdot 10^{-7}$	$5,236 \cdot 10^{-4}$
$N_0(ka)$	-13,237	-8,8397	-4,4421
$N'_0(ka)$	$6,079 \cdot 10^{+8}$	$6,079 \cdot 10^{+5}$	607,93
$\text{Re } H_0^{omp}, \text{ A/м}$	$4,566 \cdot 10^{+7}$	67903	130,26
$\text{Im } H_0^{omp}, \text{ A/м}$	$0,345 \cdot 10^{+7}$	7681,6	29,323
$ H_0^{omp} , \text{ A/м}$	$4,579 \cdot 10^{+7}$	68337	133,51
$\text{Re } I_{np}, \text{ A}$	$0,10838 \cdot 10^{+6}$	241,33	0,9212
$\text{Im } I_{np}, \text{ A}$	$-1,4346 \cdot 10^{+6}$	-2133,2	-4,0921
$ I_{np} , \text{ A}$	$1,439 \cdot 10^{+6}$	2146,9	4,1945

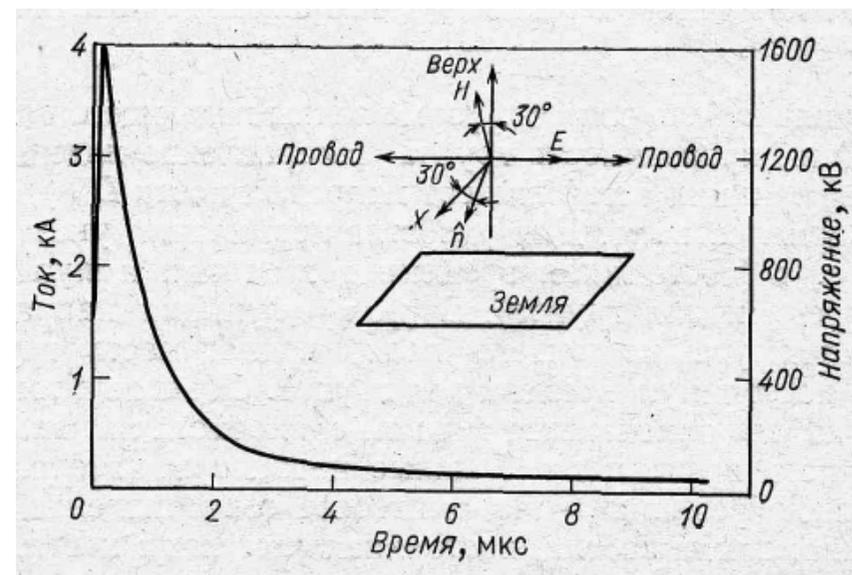
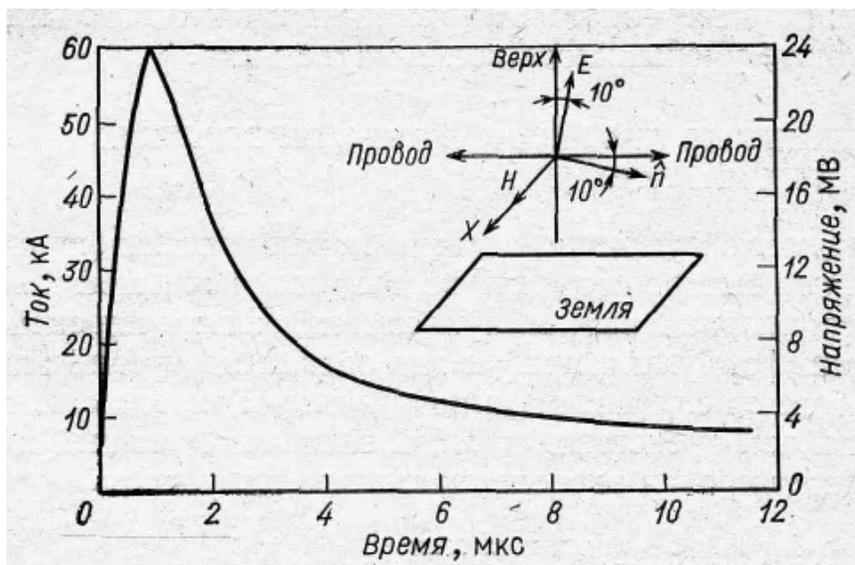
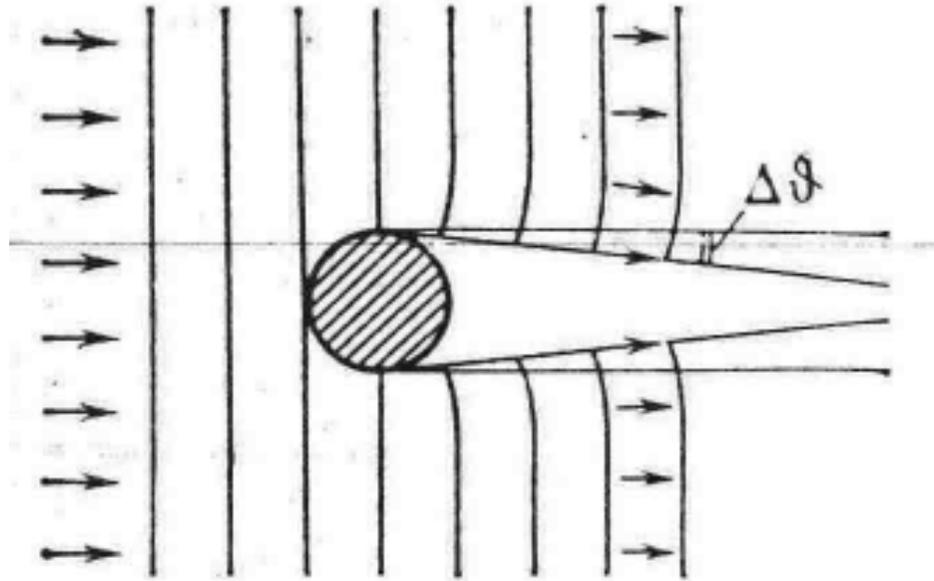


Рис. 2.24. Импульс, наведенный в проводе при падении волны ЭМИ под углом 80° к вертикали [7, 8]. Электрическое поле вертикально поляризовано. Бесконечно длинный совершенный проводник. Проводимость и диэлектрическая постоянная грунта не зависят от частоты

Магнитное поле на проводнике диаметром 2 см будет равно:

- при токе 4 кА 63662 А/м
- при токе 60 кА 954930 А/м

При этом падающее поле ориентировочно составляет всего 100 А/м



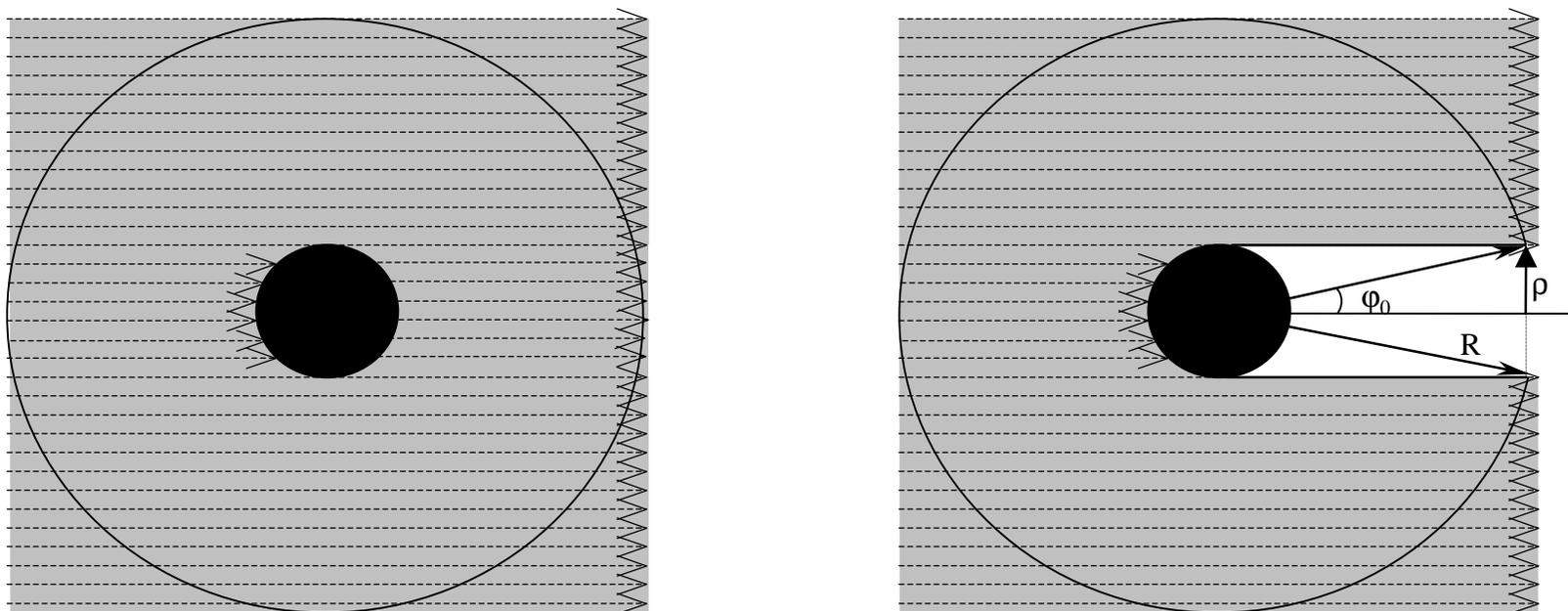


Рис. 5. Область существования падающего поля.

$$\varphi_0 = \arcsin \frac{\rho}{R}$$

Функция $F(R, \varphi)$ - одномерная функция $f(\varphi)$.

$$f(\varphi) = e^{-jkR \cos \varphi} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n(kR) e^{in\varphi}$$

$$\int_0^{2\pi} e^{-im\varphi} f(\varphi) d\varphi = \int_0^{2\pi} e^{-im\varphi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n(kR) e^{in\varphi} d\varphi$$

$$C_n(kR) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{-im\varphi} F(R, \varphi) d\varphi$$

$$C_n(kr) = J_n(kr)$$

$$\varphi_0 = \arcsin(\rho/r)$$

$$C_n(kr)$$

$$J_n(kr)$$

При $r = \rho$: $J_0(k\rho) \approx 1$, $C_0(k\rho) \approx 0,5$

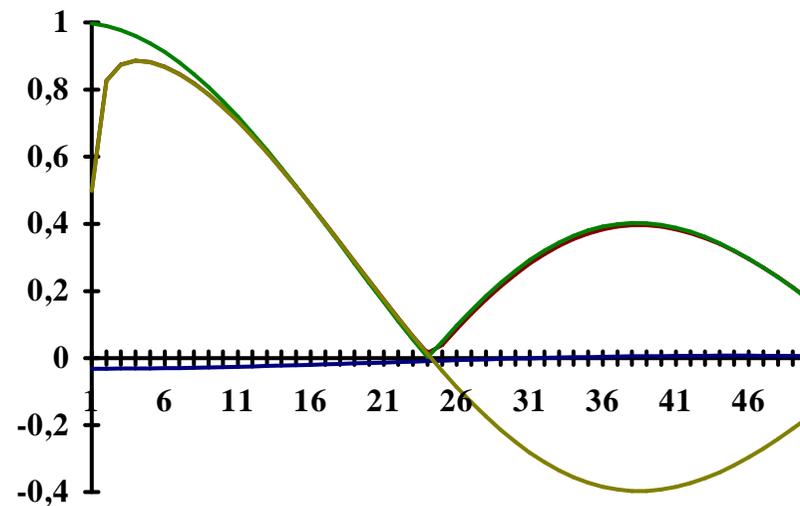


Рис.6. Коэффициенты Фурье $C_0(kr)$ и функция Бесселя $J_0(kr)$ в зависимости от r/ρ .

Поглощение и рассеяние шаром

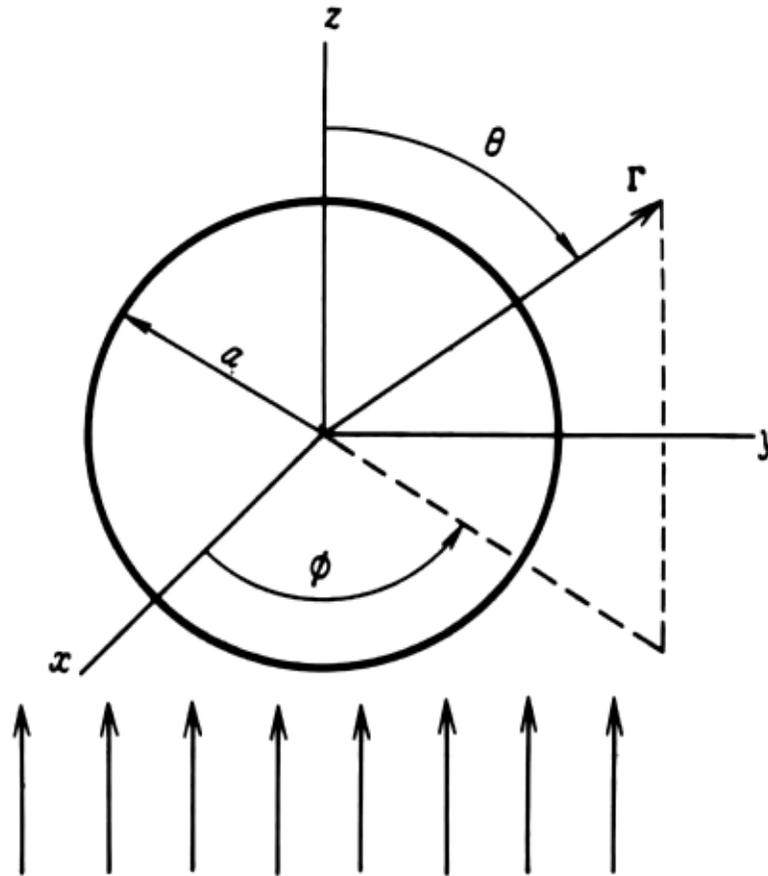


Рис. 4.1. Сферическая система координат с началом в центре сферической частицы радиусом a .

У Шифрина:

$$e^{ikr \cos \theta} = \sum_{l=0}^{\infty} i^l (2l+1) \frac{\psi_l(kr)}{kr} P_l(\cos \theta) \quad (2.25)$$

У Борена и Хафмена

$$E_i = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=m}^{\infty} (B_{emn} M_{emn} + B_{omn} M_{omn} + A_{emn} N_{emn} + A_{omn} N_{omn})$$

$$B_{emn} = \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} E_i \cdot M_{emn} \sin \theta d\theta d\phi}{\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} |M_{emn}|^2 \sin \theta d\theta d\phi}$$

$$E_i = \sum_{n=1}^{\infty} (B_{o1n} M_{o1n}^{(1)} + A_{e1n} N_{e1n}^{(1)}) \rightarrow E_i = E_0 \sum_{n=1}^{\infty} i^n \frac{2n+1}{n(n+1)} (M_{o1n}^{(1)} - iN_{e1n}^{(1)})$$

При этом используются математические тождества

- предложенное Гогенбауэром обобщение интеграла Пуассона

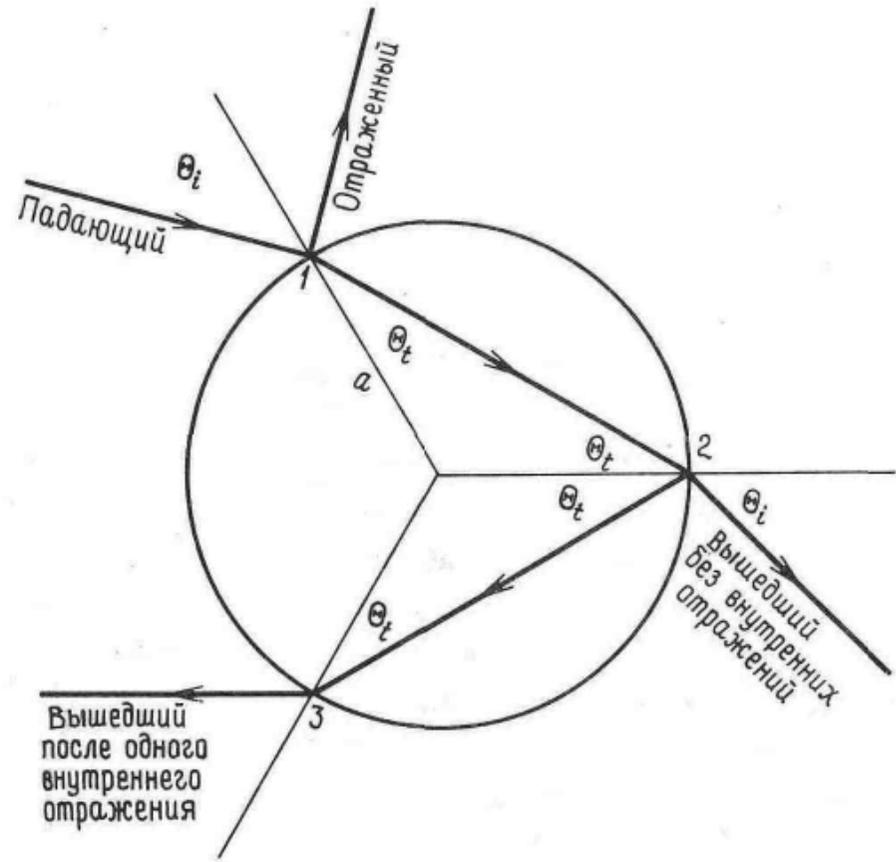
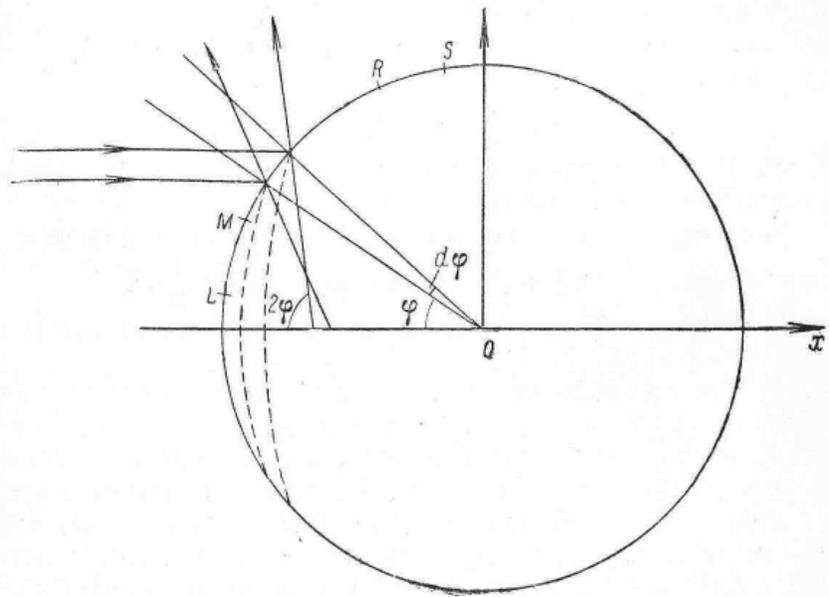
$$j_n(\rho) = \frac{i^{-n}}{2} \int_0^\pi e^{i\rho \cos \theta} P_n \sin \theta d\theta$$

- вычисление интеграла по частям дает:

$$\int_0^\pi P_n^1 \sin \theta e^{i\rho \cos \theta} \sin \theta d\theta = \frac{2n(n+1)j_n(\rho)i^n}{i\rho}$$

- вычисление другого интеграла после преобразований дает:

$$\int_0^\pi \left(\cos \theta \frac{dP_n^1}{d\theta} + \frac{P_n^1}{\sin \theta} \right) e^{i\rho \cos \theta} \sin \theta d\theta = \frac{2n(n+1)i^n}{\rho} \frac{d}{d\rho} (\rho j_n(\rho))$$



$$E(r_2) = E(r_1) \cdot e^{-\alpha \cdot \Delta r} \cdot e^{ik\Delta r} \cdot F \cdot \sqrt{\frac{l_1}{l_2}}$$

$$E(r_2) = E(r_1) \cdot e^{-\alpha \cdot \Delta r} \cdot e^{ik\Delta r} \cdot F \cdot \sqrt{\frac{S_1}{S_2}}$$

0	1.000
1.0	.9997
2.0	.9988
3.0	.9973
4.0	.9951
5.0	.9924
6.0	.9891
7.0	.9852
8.0	.9808
9.0	.9758
10.	.9702
11.	.9642
12.	.9576
13.	.9505
14.	.9430
15.	.9351
16.	.9267
17.	.9179
18.	.9088
19.	.8993
20.	.8896
21.	.8796
22.	.8693
23.	.8588
24.	.8481
25.	.8373
26.	.8264
27.	.8155
28.	.8045
29.	.7935
30.	.7825

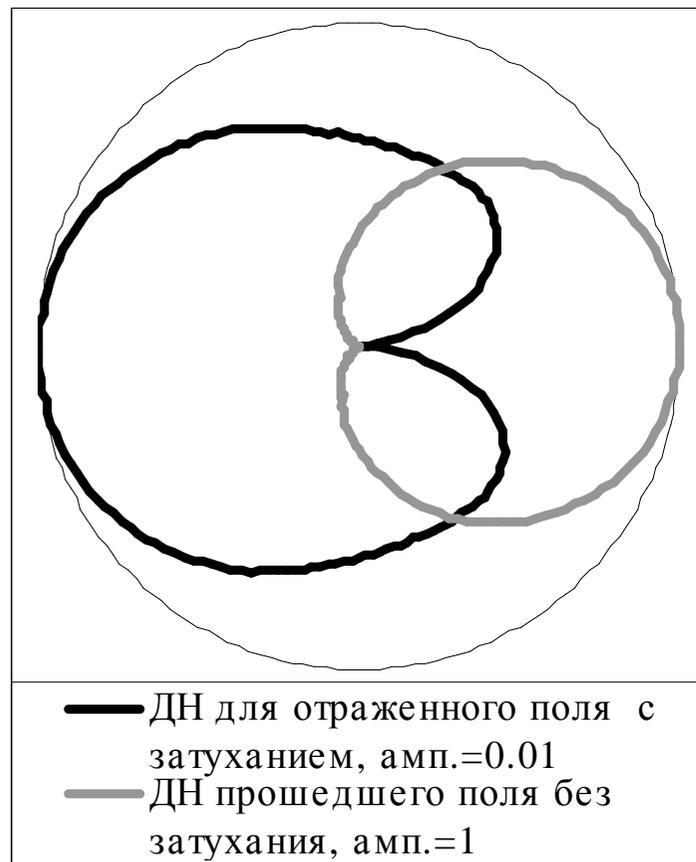
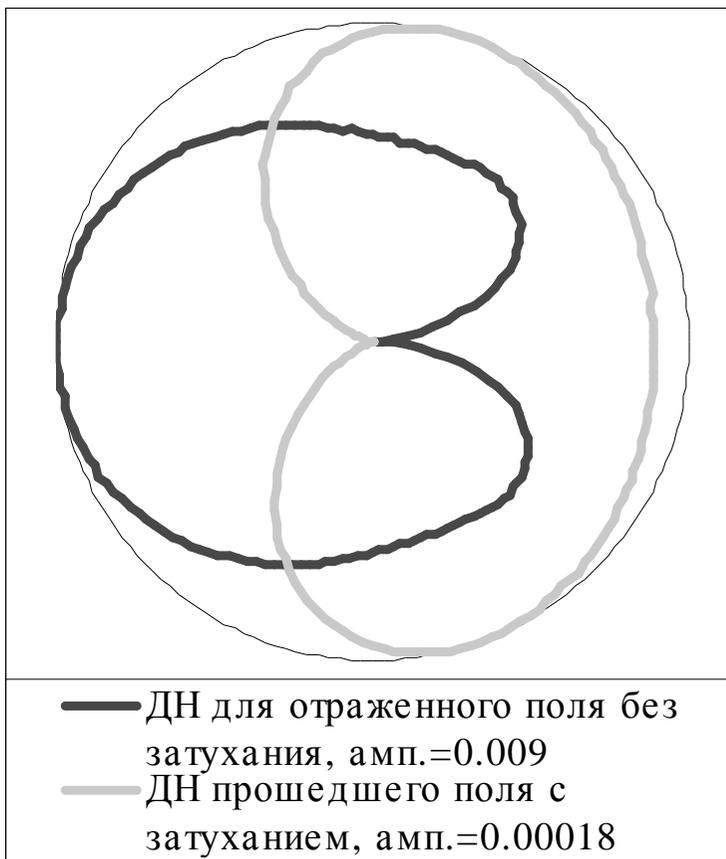
31.	.7717
32.	.7609
33.	.7503
34.	.7400
35.	.7298
36.	.7199
37.	.7104
38.	.7011
39.	.6922
40.	.6838
41.	.6757
42.	.6681
43.	.6610
44.	.6544
45.	.6483
46.	.6427
47.	.6377
48.	.6331
49.	.6291
50.	.6257
51.	.6227
52.	.6202
53.	.6181
54.	.6165
55.	.6151
56.	.6141
57.	.6134
58.	.6127
59.	.6121
60.	.6115

61.	.6107
62.	.6096
63.	.6081
64.	.6059
65.	.6030
66.	.5992
67.	.5943
68.	.5880
69.	.5803
70.	.5707
71.	.5593
72.	.5457
73.	.5297
74.	.5111
75.	.4899
76.	.4657
77.	.4387
78.	.4086
79.	.3757
80.	.3399
81.	.3016
82.	.2611
83.	.2192
84.	.1766
85.	.1344
86.	.09416
87.	.05781
88.	.02779
89.	.007204
90.	.0002969

0	180.0	.8892
1.0	180.6	.8893
2.0	181.2	.8898
3.0	181.7	.8906
4.0	182.3	.8916
5.0	182.9	.8930
6.0	183.5	.8947
7.0	184.1	.8967
8.0	184.7	.8989
9.0	185.3	.9014
10.	185.9	.9042
11.	186.5	.9073
12.	187.1	.9106
13.	187.7	.9141
14.	188.3	.9179
15.	188.9	.9218
16.	189.5	.9260
17.	190.1	.9302
18.	190.7	.9347
19.	191.3	.9392
20.	192.0	.9439
21.	192.6	.9486
22.	193.2	.9533
23.	193.9	.9580
24.	194.5	.9628
25.	195.2	.9674
26.	195.8	.9718
27.	196.5	.9762
28.	197.2	.9804
29.	197.8	.9843
30.	198.5	.9879

31.	199.2	.9911
32.	199.9	.9940
33.	200.6	.9964
34.	201.4	.9981
35.	202.1	.9994
36.	202.8	1.000
37.	203.6	.9997
38.	204.4	.9988
39.	205.1	.9967
40.	205.9	.9938
41.	206.7	.9900
42.	207.5	.9850
43.	208.3	.9790
44.	209.2	.9714
45.	210.0	.9627
46.	210.9	.9528
47.	211.7	.9412
48.	212.6	.9279
49.	213.5	.9133
50.	214.5	.8971
51.	215.4	.8794
52.	216.3	.8610
53.	217.3	.8402
54.	218.3	.8146
55.	219.3	.7929
56.	220.3	.7659
57.	221.4	.7390
58.	222.4	.7094
59.	223.5	.6787
60.	224.6	.6473

61.	225.8	.6147
62.	226.9	.5806
63.	228.1	.5459
64.	229.3	.5106
65.	230.5	.4747
66.	231.8	.4385
67.	233.1	.4024
68.	234.4	.3665
69.	235.7	.3310
70.	237.0	.2964
71.	238.4	.2627
72.	239.8	.2303
73.	241.3	.1994
74.	242.7	.1703
75.	244.2	.1433
76.	245.8	.1184
77.	247.3	.9583E-01
78.	248.9	.7581E-01
79.	250.5	.5830E-01
80.	252.2	.4340E-01
81.	253.9	.3103E-01
82.	255.6	.2112E-01
83.	257.3	.1350E-01
84.	259.1	.7942E-02
85.	260.9	.4173E-02
86.	262.8	.1861E-02
87.	264.7	.6389E-03
88.	266.6	.1357E-03
89.	268.5	.8750E-05
90.	270.0	.2245E-07



$$n=1,409 - i 0,1747$$

$$n=1,409 - i 0,0$$