

Модель тайфуна на основе
аксиально-симметричной
стационарной конвекции.

Архипкин О.О. Руткевич П.Б.

Содержание

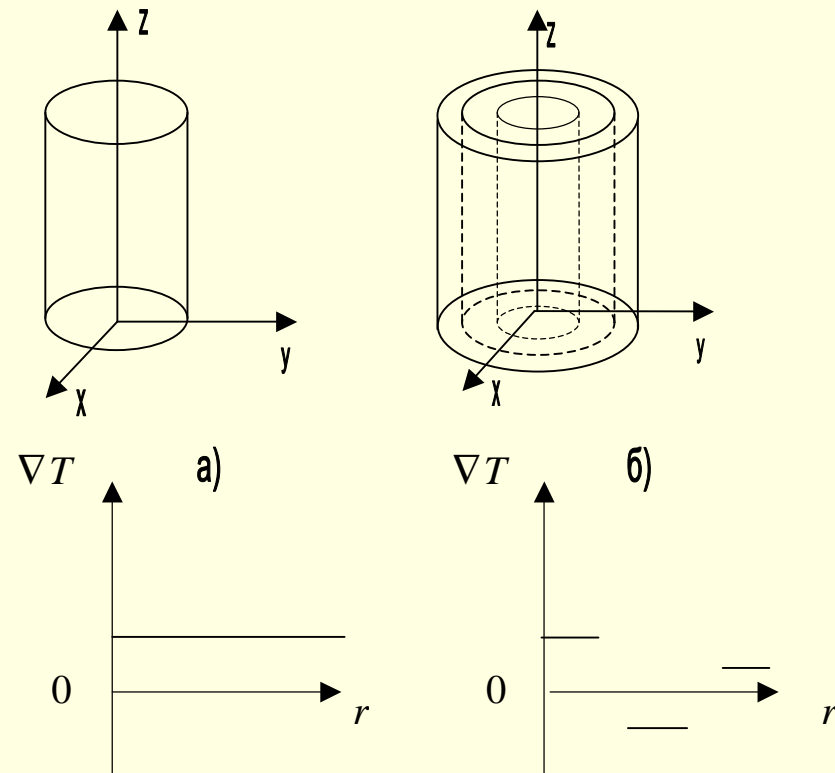
- Введение.
- Модель.
- Постановка задачи .
 - Задача на устойчивость.
 - Решение задачи.
 - Данные расчетов.
- Аналогия с тропическими циклонами.
- Заключение.

Введение

- Конвекция является первопричиной практически всех движений в атмосфере.
- Вертикальная конвекция в атмосфере порождается либо неустойчивой стратификацией, либо неоднородным нагревом поверхности. Неравномерное распределение вертикального градиента температуры, вызванное фазовыми переходами вода – пар, пар – вода, является причиной вертикальной конвекции, возникающей в тропических циклонах (ТЦ).
- Данная работа посвящена конвекции, возникающей в ТЦ из-за неравномерного распределения градиента температуры.

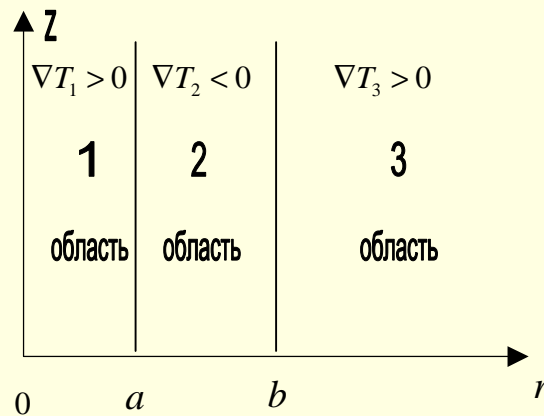
Модель.

- Рассмотрим воздух, заполняющий систему трех бесконечных цилиндрических каналов (области).
- Области, отличаются друг от друга градиентами температур и не имеют жестких границ.
- Градиент температуры в первой и в третьей области положительный, во второй отрицательный.



Вертикальные каналы с различным распределением градиента температуры. а) классическая задача Остроумова б) рассматриваемая задача.

Постановка задачи.



Схематическое представление системы цилиндрических каналов. Точки a и b значения координат границ между внутренними каналами.

Градиенты температур в каждой области мы берем, как разницу реального и адиабатического градиента. Положительный знак этой разницы, означает устойчивость, отрицательный неустойчивость.

Необходимо решить задачу на устойчивость данной системы т.е. найти число Релея, определяющее порог устойчивости и соответствующие ему критические движения.

▪ Рассмотрим малые возмущения p, T, v ($p, T, v \sim \exp(-\lambda t)$), где λ - декремент затухания.

- $\lambda > 0$ система устойчива.
- $\lambda < 0$ система не устойчива.
- $\lambda = 0$ возмущения нейтральны.

$\lambda = 0$ определяет критические движения.

Решение задачи.

- Подставим $\lambda=0$ в уравнения конвекции получим:

$$\left\{ \begin{array}{l} -\lambda \cdot \bar{v} = -\nabla p + \Delta \bar{v} + \mathfrak{R} \cdot T \cdot \bar{n} \\ -\lambda \cdot P \cdot T = \Delta T + (\bar{v}, \bar{n}) \\ \operatorname{div}(\bar{v}) = 0 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \Delta v + \mathfrak{R} \cdot T = 0 \\ \Delta T + v = 0 \\ \operatorname{div}(v) = 0 \end{array} \right.$$

- Граничные условия принимают вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} v_{\infty} = 0 \\ \int_S v \cdot dS = 0 \end{array} \right.$$

Будет рассматривать возмущения вида (в цилиндрических координатах)
 $v(0, 0, v(r)), \operatorname{div}(v)=0$

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta v + \mathfrak{R} \cdot T = 0 \\ \Delta T + v = 0 \end{array} \right. \Rightarrow (\Delta^2 - \mathfrak{R}) \cdot u = 0$$

Решение задачи.

Общий вид решений уравнения $(\Delta^2 - \mathfrak{R}) \cdot u = 0$

- Для первой области $\nabla T_1 > 0$

$$v(r) = B_1 \cdot KelvinBei_0(\gamma_1 \cdot r) + B_2 \cdot KelvinBer_0(\gamma_1 \cdot r) \quad \gamma_1 = \sqrt[4]{\mathfrak{R}_1}$$

- Для второй области $\nabla T_2 < 0$

$$v(r) = C_1 \cdot J_0(\gamma_2 \cdot r) + C_2 \cdot I_0(\gamma_2 \cdot r) + C_3 \cdot Y_0(\gamma_2 \cdot r) + C_4 \cdot K_0(\gamma_2 \cdot r) \quad \gamma_2 = \sqrt[4]{\mathfrak{R}_2}$$

- Для третьей области $\nabla T_3 > 0$

$$v(r) = B_3 \cdot KelvinKei_0(\gamma_3 \cdot r) + B_4 \cdot KelvinKer_0(\gamma_3 \cdot r) \quad \gamma_3 = \sqrt[4]{\mathfrak{R}_3}$$

$C_1, C_2, C_3, C_4, B_1, B_2, B_3, B_4$ – коэффициенты.

Решение задачи.

Общий вид уравнений для температуры найдем из $\Delta v + \mathfrak{R} \cdot T = 0$

Условие непрерывности скорости и температуры на границах областей:

$$\left\{ \begin{array}{l} u_1(a) = u_2(a) \\ T_1(a) = T_2(a) \\ u_1'(a) = u_2'(a) \\ T_1'(a) = T_2'(a) \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} u_2(b) = u_3(b) \\ T_2(b) = T_3(b) \\ u_2'(b) = u_3'(b) \\ T_2'(b) = T_3'(b) \end{array} \right.$$

Числа Релея для всех областей различны:

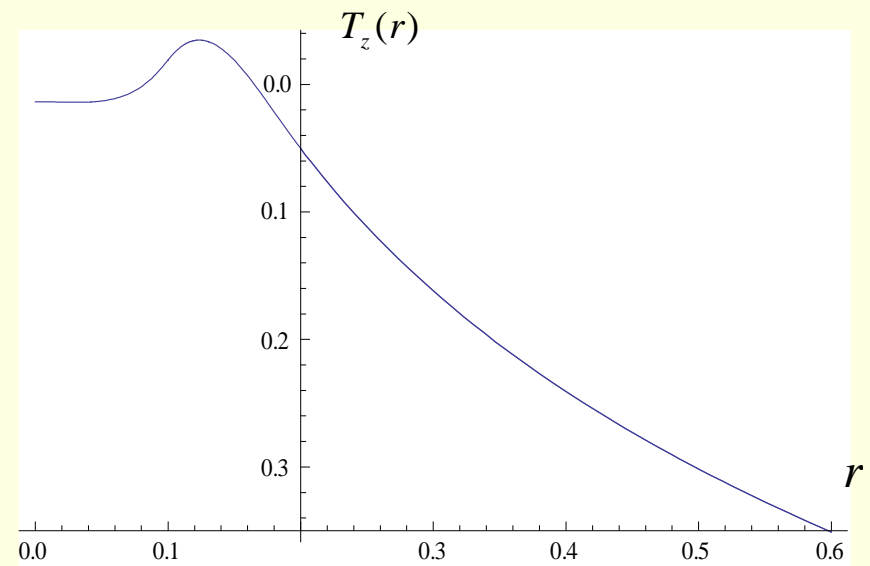
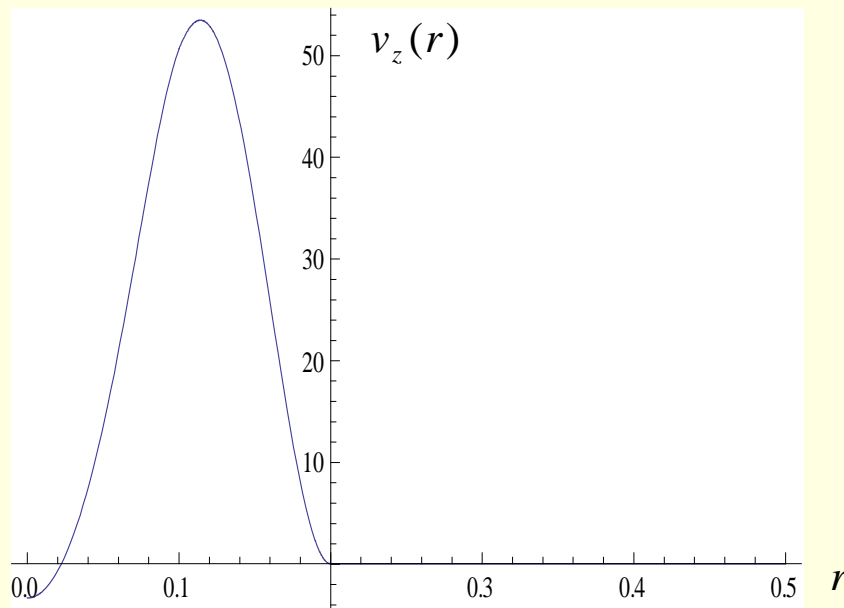
$$\mathfrak{R}_1 = \nabla T_1^4 \cdot \mathfrak{R} \quad \mathfrak{R}_2 = \nabla T_2^4 \cdot \mathfrak{R} \quad \mathfrak{R}_3 = \nabla T_3^4 \cdot \mathfrak{R}$$

- Подставив общий вид функций скорости и температуры в условия «склейки», получим однородную систему.
- $\det A(\gamma) = 0$ условие существования нетривиального решения системы.
- Решение относительно γ , определяет критическое число Релея и уравнения для скорости и температуры.

Данные расчетов.

Примеры решений для следующих значений параметров:

Для $a=0.1$, $b=0.3$ $\nabla T_1 = 1$ $\nabla T_2 = 2$ $\nabla T_3 = 0.08$

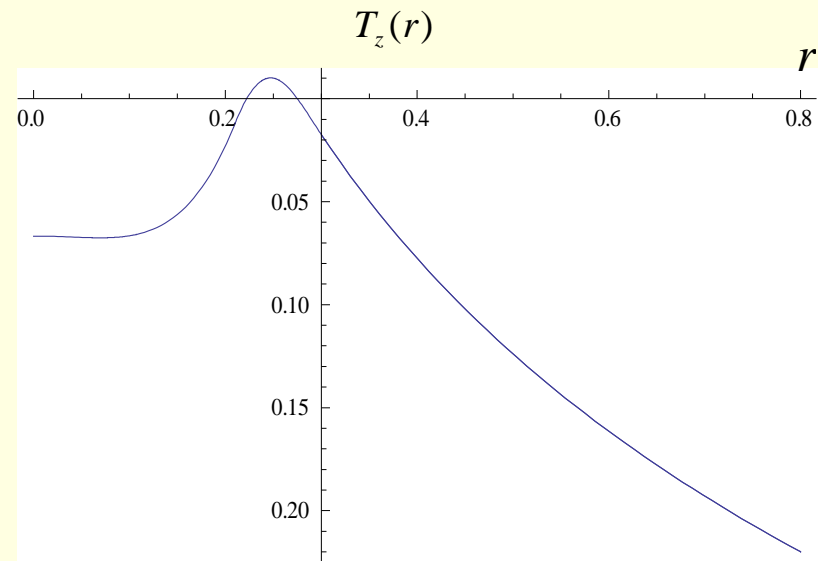
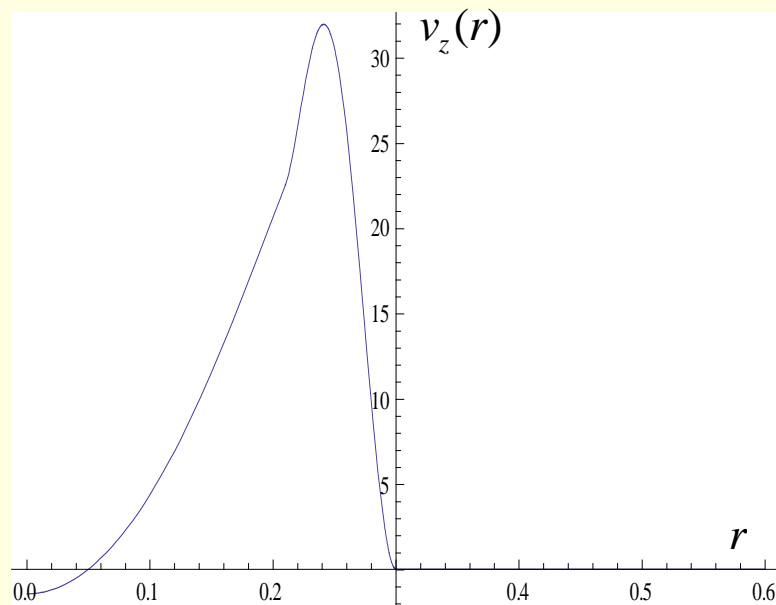


Число Релея $\mathcal{R} = 94,49$

Данные расчетов

Примеры решений для следующих значений параметров:

Для $a=0.2$, $b=0.3$ $\nabla T_1 = 2$ $\nabla T_2 = 3$ $\nabla T_3 = 0.1$



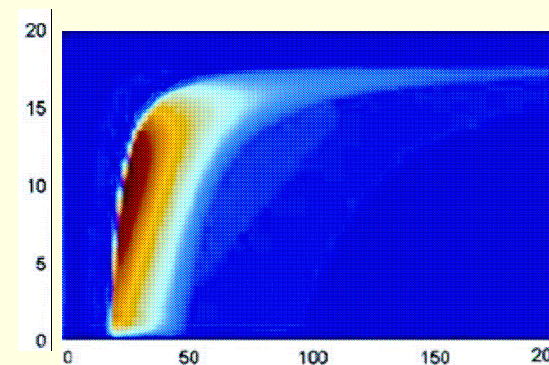
Число Релея $\mathfrak{R} = 375$

Аналогия с тропическими циклонами.

- Основным энергетическим источником существования тропического циклона (ТЦ) считается выделение скрытой теплоты конденсации водяного пара, присутствующего в атмосфере.
- Для тропических циклонов характерно наличие следующих областей:
 - Центральной части - «глаз» ТЦ. Размер 5-10 км.
 - Стены глаза. Размер 20 -30 км.
- Вертикальные потоки воздуха: [1-2]
 - В глазе наблюдаются слабые нисходящие потоки воздуха, скорость порядка 0.2 м/с.
 - Максимальный восходящий поток наблюдается в *стене* тайфуна, наибольшая скорость восходящих потоков составляет свыше 20 м/с.
 - За стеной ТЦ наблюдается слабый нисходящий поток порядка 0.05 м/с.
- Распределение вертикального градиента температуры.
 - Процесс конденсации протекает в стене глаза [3], а значит градиент температуры заметно отличается от адиабатического ($-g/C_p$) т.е. градиент неустойчивый.
 - В глазе ТЦ, напротив наблюдается относительное затишье, со слабым нисходящим потоком воздуха, что свидетельствует об устойчивости градиента.
 - Область за стеной, представляет собой обычную атмосферу, поэтому градиент температуры должен быть устойчивым.



Н, км.



Радиус, км.



Вертикальная скорость, м/с

. Распределение абсолютной скорости вертикальных потоков в урагане «Катрина», в период максимального развития. [2]

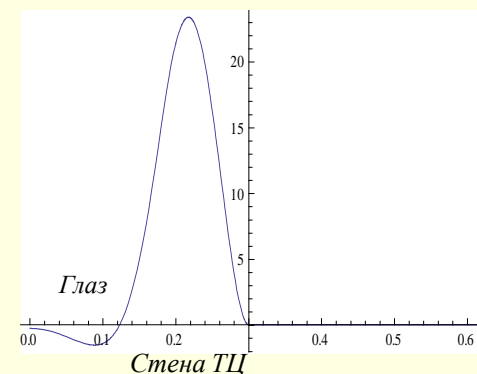
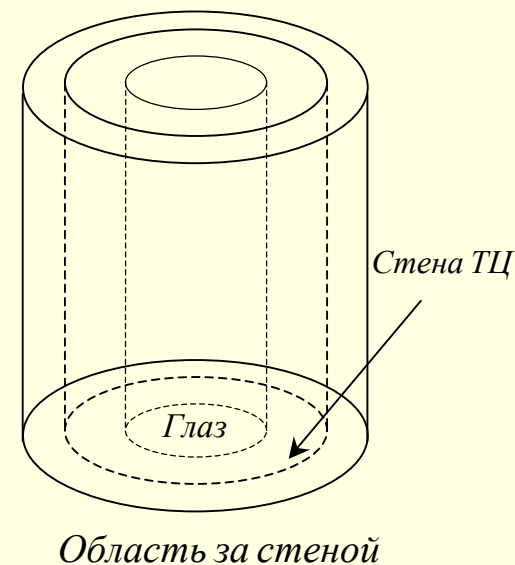
1. Хаин А.П., Сутыркин Г.Г. Тропические циклоны и их взаимодействие с океаном.
2. Головки В.А., Кондранин Т.В. Математическое моделирование аномальных природных явлений в динамически неустойчивой климатической системе Земли по данным радиационных наблюдений из космоса.
3. Willoughby H.E. Tropical Cyclone Eye Thermodynamics. Monthly Weather Review, Volume 126, 1988,

Аналогия с тропическими циклонами.

- Соответствие с тропическим циклоном
 - система трех concentric каналов соответствует системе *глаз, стена, область за стеной ТЦ*.
 - Неравномерное распределение градиента температуры в задаче соответствует распределению в ТЦ.
- Соответствие с распределением скоростей.
 - Центральная область, где скорость отрицательна – *глаз ТЦ*,
 - Область с положительной скоростью (пик) - *стена ТЦ*.
 - Точка, в которой скорость в области три становится равной нулю, определяет размер ТЦ в общем масштабе задачи.
- Масштаб задачи.

Из вырожденности матрицы А следует, что коэффициенты определены с точностью до множителя. Следовательно скорость и температура определяются с точностью до множителя.

Масштаб можно выбрать такой, какой требует того задача.



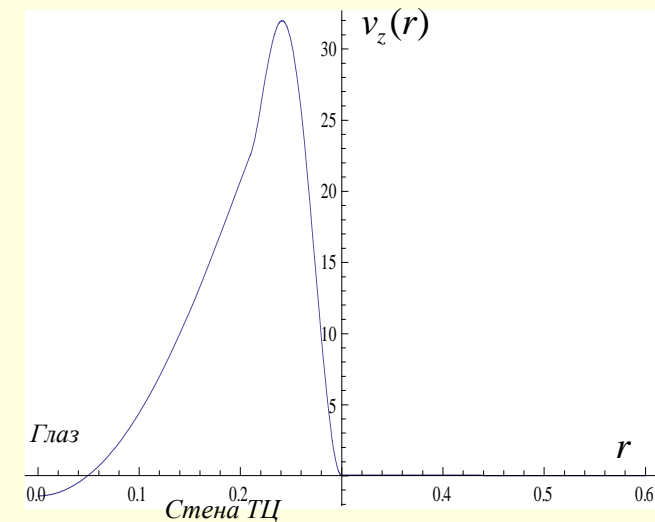
Аналогия с тропическими циклонами.

- Моделирование конвективной неустойчивости в ТЦ.

- Входными параметрами для задачи являются градиенты температуры и размеры областей. На выходе получаем распределение скоростей и температур.
- Используя данные например из [1-2], подбираем входные параметры для получения схожего с распределения скорости.

- Физическая интерпретация результатов.

- Неравномерное распределение ∇T
- Восходящий поток воздуха.
- Конденсация
- Усиление эффекта.
Конденсация водяного пара основа энергетики ТЦ.



Данные расчетов.

$$\nabla T_1 = 2 \quad \nabla T_2 = 3 \quad \nabla T_3 = 0.1$$

$$a=0.2, \quad b=0.3$$

Заключение.

- Построена модель, описывающая вертикальную конвекция с неоднородным распределением градиента температуры.
- Решена задача на устойчивость, определены критические движения и числа Релея, и получены распределения скорости и температуры.
- Проведено сравнение результатов моделирования с данными по Тропическим циклонам.