

# Исследование скейлинговых параметров структурных функций атмосферного электричества для грозовой облачности

Н.С. Ерохин<sup>1</sup>, Н.Н. Зольникова<sup>1</sup>, Л.А. Михайловская<sup>1</sup>, С.Л. Луков<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*Институт космических исследований РАН  
Россия, 117997 Москва, ул. Профсоюзная, 84/32  
E-mail: [nerokhin@iki.rssi.ru](mailto:nerokhin@iki.rssi.ru)*

<sup>2</sup>*Институт космических исследований БАН  
Болгария, 1000 София, ул. Московская, 6  
E-mail: [slukov@space.bas.bg](mailto:slukov@space.bas.bg)*

На основе данных измерений высотного профиля электрического поля  $E(z)$  в грозовой облачности рассмотрены скейлинговые характеристики структурных функций электрических флуктуаций. Разработаны аналитические аппроксимации для экспериментальных графиков поля  $E(z)$  с использованием системы локализованных функций. Установлено, что характерная величина крупномасштабных вариаций электрического потенциала может достигать сотен мегавольт при толщинах слоев по высоте порядка километров. Показано наличие сильных флуктуаций объемной плотности электрического заряда с характерными масштабами по высоте в диапазоне от десятков до сотен метров. Численно найдены структурные функции для флуктуаций электрического поля. Выявлены инерционные интервалы электрической турбулентности, находящиеся в области малых и средних масштабов. Для найденных инерционных интервалов вычислены скейлинговые экспоненты. Полученный скейлинг структурных функций свидетельствует о наличии когерентных структур и перемежаемости турбулентности. Результаты выполненного анализа представляют интерес для исследований роли электрических структур интенсивных атмосферных вихрей в процессах генерации гидродинамической спиральности и поддержания наблюдаемой, самосогласованной, существенно неоднородной структуры движений газа в мощных атмосферных вихрях, а также для изучения механизмов возникновения ионосферных отпечатков тропосферных вихрей.

**Ключевые слова:** атмосферное электричество, флуктуации, структурные функции, скейлинговая экспонента, высотный профиль, грозовая облачность, вихри, электрическое поле, инерционный интервал, турбулентность.

## Введение

Как известно, присутствие спиральности  $H = \mathbf{v} \text{ rot } \mathbf{v}$  в атмосферных и плазменных вихрях повышает их устойчивость и увеличивает время жизни (см, например, [1-3]). Важно также отметить, что спиральность  $H$  способствует возникновению обратного каскада энергии (от малых в большие масштабы). С другой стороны анализ возможных механизмов генерации спиральных движений в приложении к мощным атмосферным вихрям типа торнадо или тайфунов приводит к заключению – для их корректного описания необходимо учитывать вклады заряженных подсистем как в формирование неоднородной, самосогласованной структуры вихрей, так и в их последующую нелинейную динамику [4-6]. Экспериментальные данные по измерениям высотного профиля вертикального электрического поля  $E_z(z)$  в грозовой облачности [7, 8] указывают на наличие достаточно сильных мелкомасштабных флуктуаций с масштабами порядка  $(10 \div 100)$  м. Поэтому для корректных оценок вклада заряженных подсистем в генерацию спиральных движений газа в интенсивных вихрях требуется изучение структурных характеристик

электрических флуктуаций, в частности, исследование структурных функций  $S_m(L)$ , где  $L = z_1 - z_2$  – разность высот двух прилегающих слоев. В настоящей работе по аналогии с методами изучения гидродинамической турбулентности [9] рассмотрены структурные функции  $S_m(L)$  для высотного распределения электрического поля в грозовой облачности  $E_z(z)$ . Методика расчетов  $S_m(L)$  состоит в следующем. Экспериментальные графики измеренного высотного профиля электрического поля  $E_z(z)$  в диапазоне высот  $z$  до  $h$  порядка 12 км используются в качестве базовых данных для численных расчетов. При этом на первом этапе проводится оцифровка экспериментальных графиков  $E(z)$  с переменным шагом по высоте  $z$ . Получается новая выборка  $E_i = E(z_i)$ , для которой разрабатывается аналитическая аппроксимация  $E_a(z)$  на основе системы локализованных функций вида  $b_n(z) = a_n / [1 + k_n^2 (z - z_n)^2]$  с параметрами  $a_n$ ,  $k_n$  и  $z_n$ . Следует отметить, что эти аналитические аппроксимации позволяют определять высотные профили объемной плотности электрического заряда  $\rho_a(z)$  и электрического потенциала  $U_a(z)$ . На следующем этапе производится оцифровка функций  $E_a(z)$ ,  $\rho_a(z)$  в точках  $z_i = \lambda i$ , где  $1 \leq i \leq N$ ,  $N = h / \lambda$ , для высот  $z < h$  с постоянным шагом  $\lambda = 10$  м. Следовательно, получаем новые ряды данных  $E_a(z_i)$ ,  $\rho_a(z_i)$  для последующих вычислений структурных функций электрических флуктуаций. В частности, для выборки  $E_a(z_i)$  расчеты структурной функции  $S_m(L)$  порядка  $m$  проводятся по следующей формуле (см, например, [9, 10])

$$S_m(L) = \langle |E_a(z_i + L) - E_a(z_i)|^m \rangle. \quad (1)$$

В формуле (1) пространственное усреднение выполняется для области высот  $0 < z < h - L$  и полагается  $\lambda \leq L \leq h / 3$ . Аналогичная формула может быть использована для выборки  $\rho_a(z_i)$  при расчетах структурных функций объемной плотности электрического заряда. Согласно [9,10], графики зависимости структурных функций  $S_m(L)$  от масштаба  $L$  делаются в lg-lg координатах, что делает их более наглядными. Эти графики (см. ниже) показывают наличие инерционных интервалов, в которых имеется линейные зависимости  $\lg S_m(L)$  от  $\lg L$ , Следовательно, реализуются степенные зависимости вида  $S_m(L) \sim L^{g(m)}$ , где  $g(m)$  так называемая скейлинговая экспонента.

### Численные расчеты структурных функций

Для вычисления структурных функций были взяты экспериментальные графики высотного профиля электрического поля  $E(z)$  из работ [7, 8]. Пример такого графика для области высот атмосферы  $0.194 < z / \text{km} < 13.13$  приведен ниже на рис.1, где поле  $E$  измеряется в единицах kV/m. Как видим, имеются мелкомасштабные вариации поля  $E$ . Заметим, что аналитическая аппроксимация данного экспериментального графика содержит сумму 12 функций  $r_n(z)$ :  $E_a(z) = \sum_n r_n$ , где введено обозначение  $r_n(z) = \sum_j b_{nj}$ , коэффициенты  $a_{nj}$  измеряются в kV/m, а высота  $z$  в km,  $b_{nj}(z) = a_{nj} / [1 + k_{nj}^2 (z - z_{nj})^2]$ . Для упрощения расчетов структурных функций  $S_m(L)$  введем положение  $i$ -го слоя  $z_i(\text{km}) = 0.194 + 0.01(i - 1)$ , где  $i = 1, 2 \dots N$ , причем  $N = 1294$  и  $L_n(\text{km}) = 0.01n$ , а номер  $n$  меняется в следующем интервале  $n = 1, 2 \dots 431$ . Таким образом имеем  $S_m(L) \equiv S_m(n)$  и  $E(z_i) \equiv E_i$ . В итоге структурная функция  $S_m(n)$  вычисляется на основе следующей формулы  $S_m(n) = \sum_i |E_i - E_{i+n}|^m / (N - n)$ . Для значений СФ-порядков  $m = 2, 3, 4, 5, 6$  графики зависимостей структурных функций  $S_m(n)$  от безразмерного масштаба  $n = L / 10$  м представлены на рис.2 в lg-lg координатах. Для лучшего сравнения кривых на этом рисунке даны графики нормированных СФ, собственно функций  $R_m(n) = S_m(n) / S_m(1)$ , для которых выполняется условие  $R_m(1) = 1$ . Согласно рис.2 насыщение роста структурных функций происходит на масштабах  $L_m \sim (60 \div 350)$  м, конкретные значения которых зависят от величины порядка структурной функции  $m$ . Например, в случае  $m = 1$  насыщение роста имеет место для масштабов  $L_1 > 350$  м. Как видно из рис.2, масштаб  $L_m$  уменьшается при увеличении порядка  $m$ . В частности, для  $m = 6$  имеем оценку  $L_6 \sim 60$  м. Другое заключение относится к наличию инерционных интервалов электрических флуктуаций. Присутствуют два инерционных интервала: первый инерционный интервал на малых масштабах  $L < 10$  м, а второй – на средних  $L < 350$  м. Положение инерционных

интервалов зависит от порядка структурной функции  $m$ . В частности, графики  $S_1(n)$  и ее асимптотик показаны на рис.3, где кривая 1 представляет  $S_1(n)$ , а кривые 2 и 3 дают ее асимптотики соответственно на малых и средних масштабах. Аналогичные графики структурных функций и их асимптотик в инерционных интервалах для следующих значений порядков структурных функций  $m = 0.2, 0.6, 6$  приведены на рис.4-рис.6 соответственно с указанием значений скейлинговых экспонент  $g(m)$ . Наиболее широкие инерционные интервалы имеет структурная функция  $S_1(n)$ . Проведенные расчеты показали, что в первом инерционном интервале имеем  $n < 7$  причем  $g(1) \approx 0.89$ , однако второй инерционный интервал приходится на масштабы  $7 < n < 356$ , где  $g(1) \approx 0.556$ . Для случая  $m = 3$  первый инерционный интервал находится на масштабах  $n < 6$ , где получаем  $g(3) \approx 2.544$ , а второй инерционный интервал занимает область  $6 < n < 49$ , в котором находим  $g(3) \approx 1.872$ . Такое поведение структурных функций свидетельствует о наличии в облаках электрических структур на малых и средних масштабах. По результатам данного анализа построены графики скейлинговых экспонент  $g_1(m)$  и  $g_2(m)$  для первого и второго инерционных интервалов электрических флуктуаций соответственно, показанные на рис. 7 вместе с их аппроксимациями.

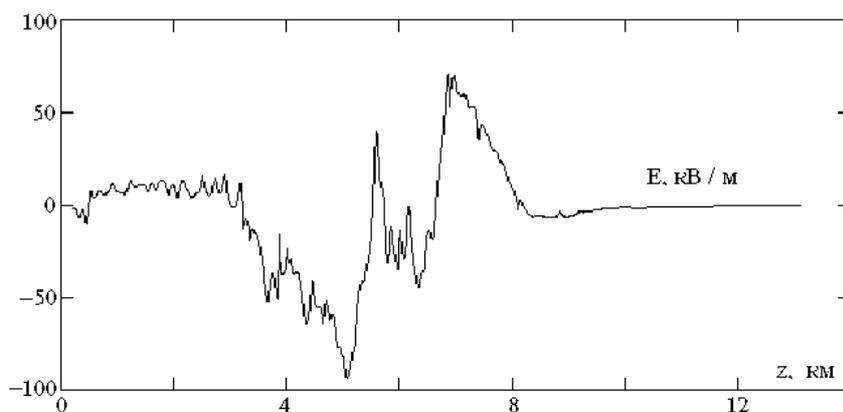


Рис. 1. Высотный профиль электрического поля  $E(z)$  в грозовой облачности

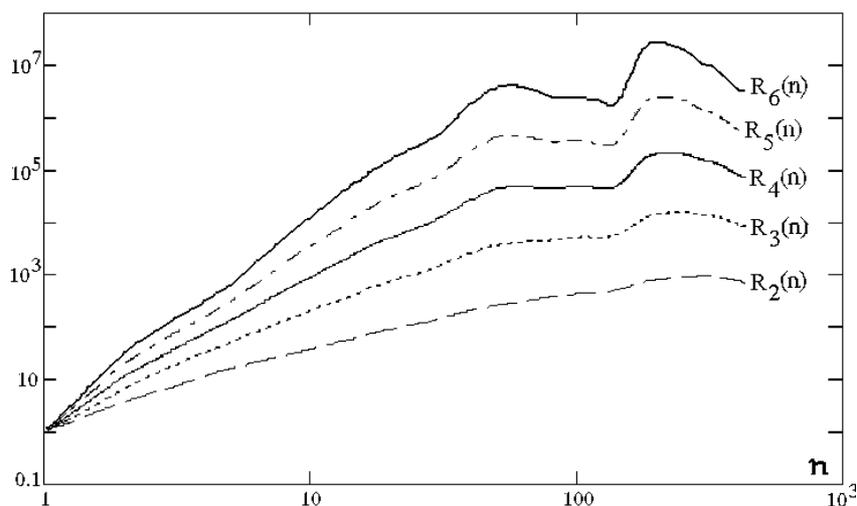


Рис. 2. Графики нормированных структурных функций  $R_m(n) = S_m(n) / S_m(1)$

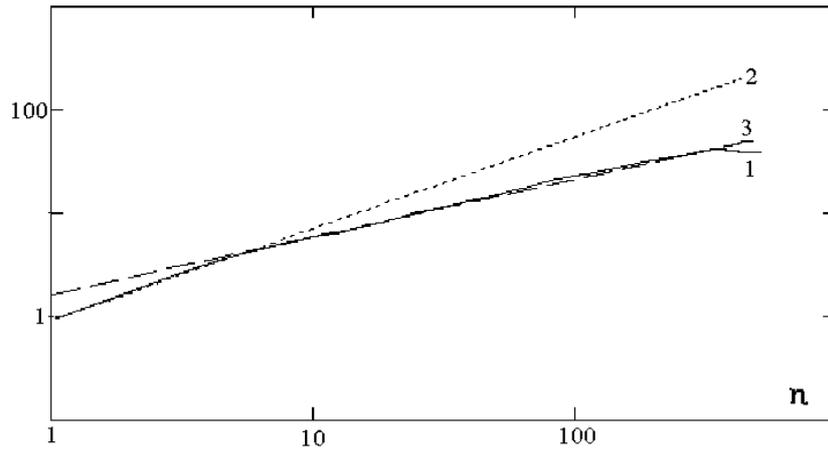


Рис. 3. Структурная функция  $S_1(n)$  – curve 1 и ее асимптотики (кривые 2 и 3)

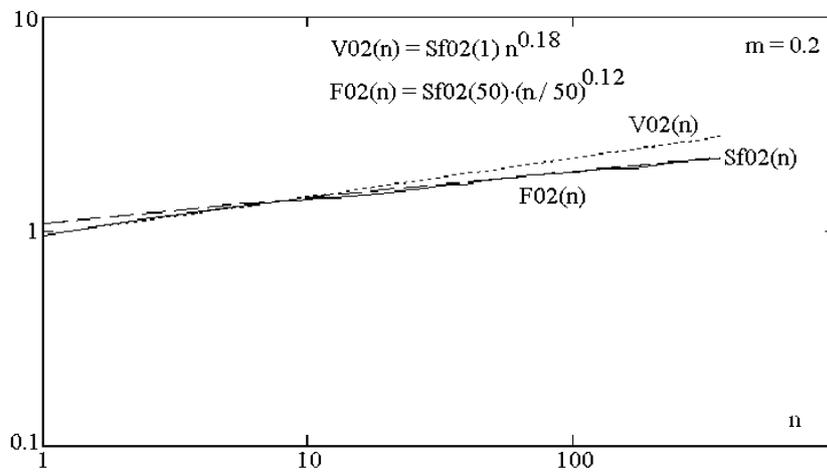


Рис. 4. Структурная функция  $S_m(n)$  для  $m = 0.2$  и ее асимптотики

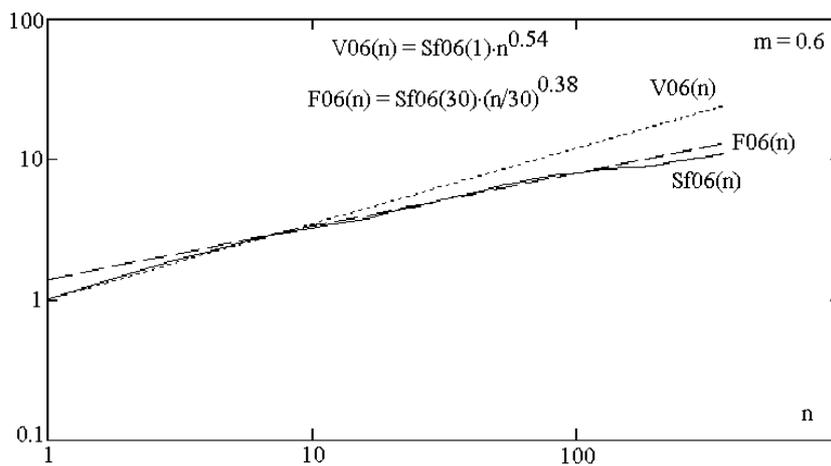


Рис. 5. Структурная функция  $S_m(n)$  для  $m = 0.6$  и ее асимптотики

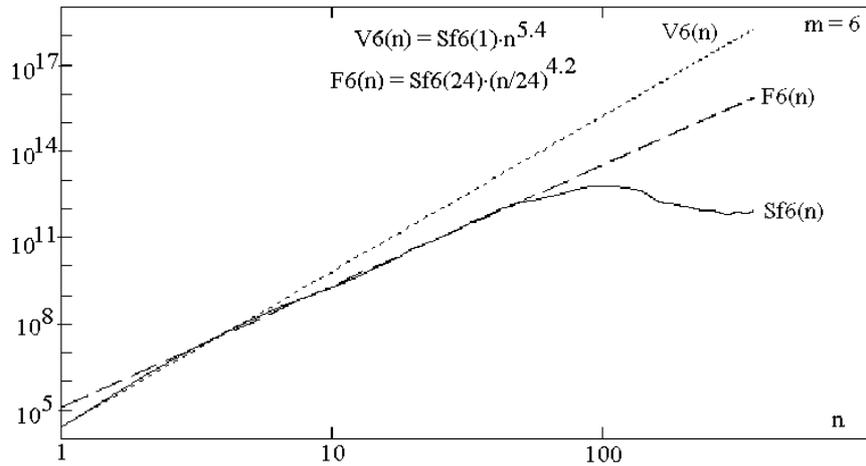


Рис. 6. Структурная функция  $S_m(n)$  для  $m = 6$  и ее асимптотики

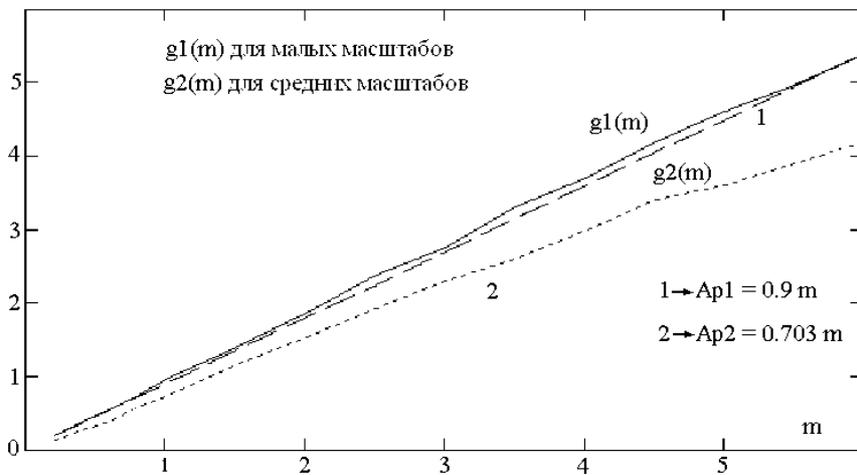


Рис. 7. Графики скейлинговых экспонент  $g_1(m)$  и  $g_2(m)$  с их аппроксимациями  $Ap_1$  и  $Ap_2$

Здесь необходимо отметить, что для однородной и изотропной колмогоровской турбулентности в гидродинамике при отсутствии перемежаемости скейлинговая экспонента равна  $g_k(m) = m / 3$ . В случае спиральной, однородной, изотропной, турбулентности в гидродинамике при отсутствии перемежаемости для скейлинговой экспоненты имеем выражение  $g_h(m) = 2m / 3$ .

### Заключение

Результаты проведенного выше исследования состоят в следующем. Используя экспериментальные данные зондовых измерений высотного профиля электрического поля  $E_z(z)$  в грозовой облачности для высот  $z$  до  $h$  порядка 13 km произведена оцифровка экспериментальных кривых с переменным шагом по высоте  $z$ . Новая выборка  $E_i$  использована для последующей разработки аналитических аппроксимаций  $E_a(z)$  на основе системы локализованных по высоте функций со свободными параметрами задачи. Аналитические аппроксимации позволяют вычислять, в частности, объемную плотность электрического заряда  $\rho_a(z)$  и электрический потенциал  $U_a(z)$ . Графики электрического поля  $E_z(z)$  и объемной плотности электрического заряда  $\rho_a(z)$  демонстрируют достаточно сильные вариации этих характеристик по высоте на характерных масштабах в интервале  $\delta z$

$\sim (10 \div 200)$  m. Проведена оцифровка аналитической функции  $E_a(z)$  в точках  $z_i = \lambda i$ , где  $1 \leq i \leq N$ ,  $N = h / \lambda$  для  $z < h$  с шагом по высоте  $\lambda = 10$  m.

Вычислены структурные функции  $S_m(n)$  для порядков  $m = 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1, 2, 3, 4, 5, 6$ . На основе графиков структурных функций показано наличие инерционных интервалов для электрических флуктуаций на малых и средних масштабах. Получены аппроксимации структурных функций  $S_m(n)$  в инерционных интервалах и сделаны оценки для скейлинговых экспонент  $g(m)$ . Исследование нормированных структурных функций  $R_m(n) = S_m(n) / S_m(1)$  указывает на присутствие электрических когерентных структур в заряженных подсистемах атмосферной облачности.

Проведенное в настоящей работе исследование улучшает наши представления о структурных характеристиках электрических вариаций в заряженных подсистемах интенсивных атмосферных вихрей. Полученные результаты могут быть использованы, в частности, для последующих оценок вклада заряженных подсистем атмосферных вихрей в генерацию крупномасштабной спиральности, а также в формирование устойчивой, самосогласованной, неоднородной структуры ветровых потоков в долгоживущих вихревых объектах.

Из проведенного анализа следует вывод о необходимости измерения электрических параметров атмосферных вихрей с высоким пространственным разрешением по высоте – порядка десятков метров.

Настоящее исследование представляет интерес также с точки зрения разработки упрощенных физико-математических моделей интенсивных вихрей, в частности, с использованием эффективных схем параметризации, учитывающих роль заряженных подсистем вихря, а также для поиска возможностей влияния на их динамику.

Настоящая работа выполнена при поддержке Отделения физических наук РАН в рамках программы ОФН-12.

## Литература

1. Моисеев С.С., Сагдеев Р.З., Тур А.В., Хоменко Г.А., Шукуров А.М. Физический механизм усиления вихревых возмущений в атмосфере // Доклады Академии наук, 1983. Т.273. № 3. С.549-552.
2. Moiseev S.S., Chkhetiani O.G. The helical scaling of turbulence // JETP, 1996. V.110. No.7. P.357-371.
3. Branover H., Moiseev S.S., Golbraikh E., Eidelman A. Turbulence and Structures: Chaos, Fluctuations, and Helical Self-Organization in Nature and Laboratory // San Diego: Academic Press. 1999. 270 p.
4. Артеха С.Н., Гольбрайх Е., Ерохин Н.С. О роли электромагнитных взаимодействий в динамике мощных атмосферных вихрей // Вопросы атомной науки и техники, 2003. №4. С.94-99.
5. Arteha S.N., Erokhin N.S. Electric Structures Influence on the Atmospheric Spiral Vortices Stability // Proceedings 9-nd International Symposium on Ball Lightning (ISBL-06). Eds. by G.C. Dijkhuis, D.K. Callebaut & M. Lu. Eindhoven University of Technology. Eindhoven. The Netherlands. 2006. P.3-9.
6. Arteha S.N., Erokhin N.S. Analytical models of small-scale stratification of charged subsystems in atmospheric vortices // Proceedings of the “VI Russian Conference on the Atmospheric Electricity”. Nizhniy Novgorod. IAP RAS. 2007. P.103-104.
7. Byrne G.J., Few A.A., Stewart M.F. Electric Field Measurement Within a Severe Thunderstorm Anvil // Journal of Geophysical Research. 1989. V.94. № D5. P.6297-6307.
8. Marshall T.C., Rust W.D. Electrical Structure and Updraft Speeds in Thunderstorms over the Southern Great Plains // Journal of Geophysical Research. 1995. V.100. P.1001-1015.9.
9. Handbook of Turbulence / Eds. W. Frost and T.H. Moulden. Plenum Press. New York and London. 1977. 535 P.10.
10. Horbury T.S., Balogh A. Structure function measurements of the intermittent MHD turbulent cascade // Nonlinear Processes in Geophysics. 1997. V.4. № 3. P.185-199.

# The studying of structure functions scaling parameters for the thunderclouds atmosphere electricity

N.S. Erokhin<sup>1</sup>, N.N. Zolnikova<sup>1</sup>, L.A. Mikhailovskaya<sup>1</sup>, S.L. Lukov<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*Space Research Institute of RAS*

*E-mail: [nerokhin@iki.rssi.ru](mailto:nerokhin@iki.rssi.ru)*

<sup>2</sup>*Space Research Institute of BAS, Bulgaria*

It is considered scaling characteristics of structure functions for electric fluctuations on the basis of experimental data from the electric field  $E(z)$  height profile measurements in the thundercloud. The analytical approximations of  $E(z)$  experimental plots have been elaborated by the usage of localized functions. It has been shown that the typical magnitudes of large-scale electric potential variations may large enough up to hundred MegaVolts for the layer width of the order of kilometers. It is revealed the presence of strong fluctuations for the electric charge volume density having typical height scales in the range from tens meters to hundred ones. Structure functions of electric field fluctuations have been calculated numerically. It is founded the inertial intervals of electric turbulence for small scales range and middle one. Scaling exponents for these intervals are obtained. The structure functions scaling considered gives the evidence of coherent structures and the turbulence intermittency presence. Results of analysis performed are of the great interest for the investigations of the intense atmospheric vortices electric structures role in the generation of hydrodynamical helicity and also for the maintenance of the self-consistent, essentially inhomogeneous gas motion observed in the powerful atmospheric vortices. It is of the interest for the studying of generation mechanisms of tropospheric vortices imprints at the ionospheric heights.

**Keywords:** Atmospheric electricity, fluctuations, structure functions, scaling exponent, height profile, thundercloud, vortices, electric field, inertial interval, turbulence.