Доклад

Козеев В.А., Козеев Д.В. Неправомерность формул теории Ми при малых параметрах дифракции

Литература

1. К.С. Шифрин. Рассеяние света в мутной среде, ГИ ТТЛ, Москва-Ленинград, 1951 год.

2. К. Борен, Д. Хафмен. Поглощение и рассеяние света малыми частицами. Москва, «Мир», 1986 г.

3. А.И. Потехин. Некоторые задачи дифракции электромагнитных волн. Изд. «Советское радио», Москва, 1948 г.

4. В.В. Никольский. Теория электромагнитного поля. Изд. «Высшая школа», Москва, 1964 г.

5. В.В. Никольский, Т.И. Никольская. Электродинамика и распространение радиоволн. Москва «Наука», Гл. ред. ФМЛ, 1989 г.

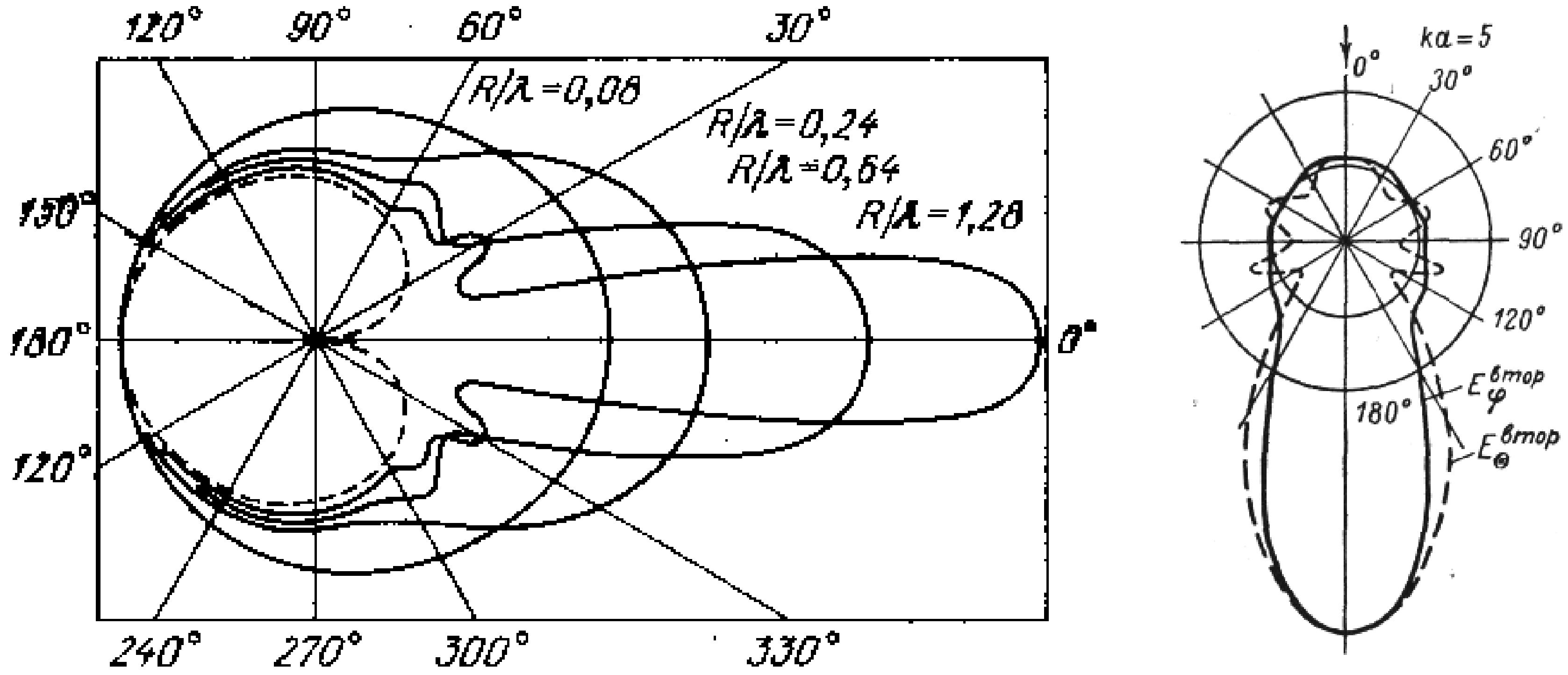
6. Г.Т. Марков, А.Ф. Чаплин. Возбуждение электромагнитных волн. Изд. «Энергия», Москва-Ленинград, 1967 г.

7. А.Н.Матвеев. Оптика. М.: Высшая школа, 1985.- 351с.

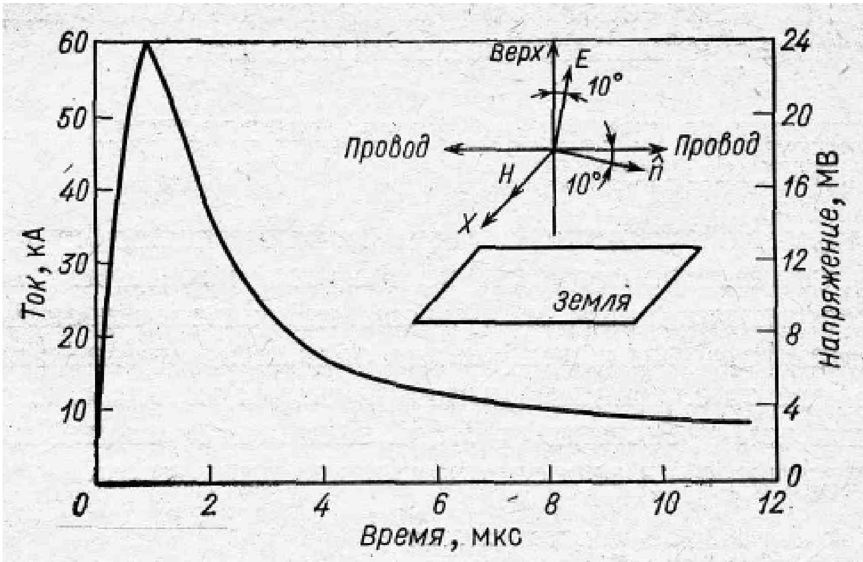
8. В.В. Батыгин, И.Н. Топтыгин. Сборник задач по электродинамике. Гос. Изд. ФМЛ, Москва, 1962 г.

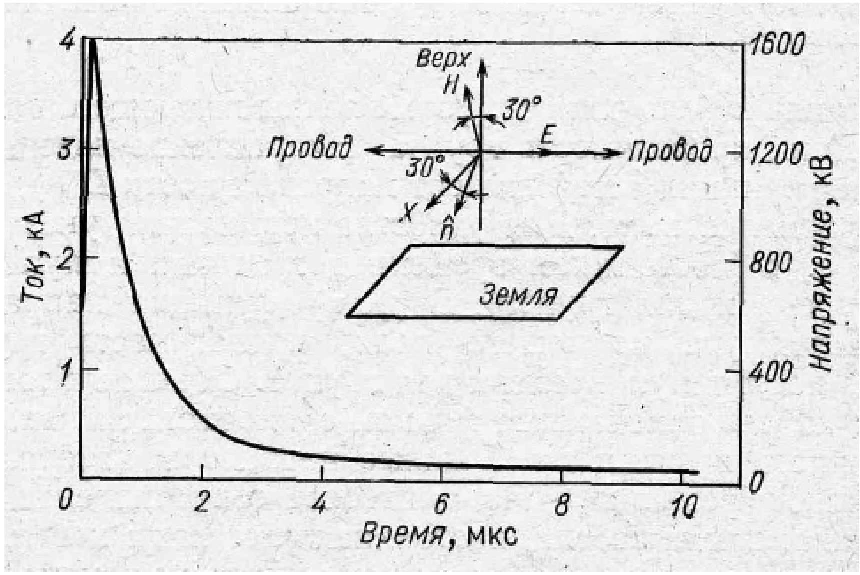
9. Л.У. Рикетс, Дж.Э. Бриджес, Дж. Майлетта. Электромагнитный импульс и методы защиты. Перевод с англ. под ред. Н.А. Ухина, Москва-Атомиздат, 1979 год.

10. Дейрменджан Д. Рассеяние электромагнитного излучения сферическими полидисперсными частицами. – М: Мир. 1971. – 165 с., стр. 27)



Диаграммы направленности рассеянного поля на бесконечном цилиндре и на шаре.

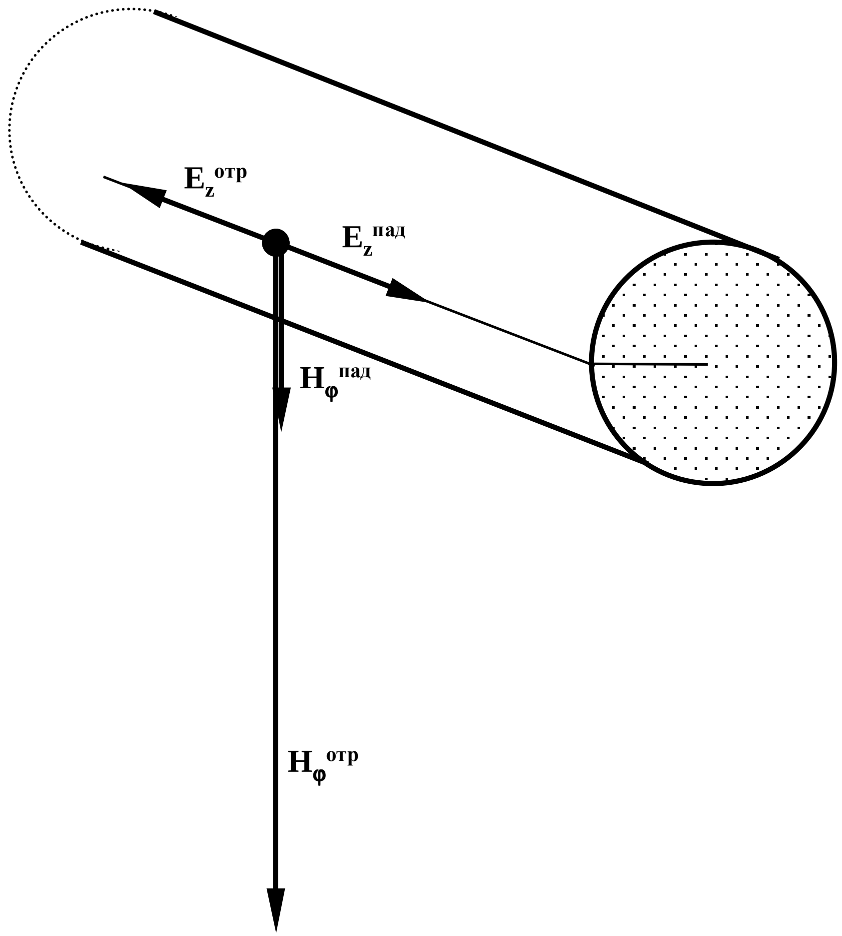




Импульс, наведенный в проводе при падении волны ЭМИ под углом 80° к вертикали. Электрическое поле вертикально поляризовано. Бесконечно длинный совершенный проводник. Проводимость и диэлектрическая постоянная грунта не зависят от частоты

Магнитное поле на проводнике диаметром 2 см будет равно:
- при токе 4 кА   63662 А/м
- при токе 60 кА   954930 А/м

При этом падающее поле ориентировочно составляет всего 100 А/м



Традиционное решение задачи дифракции поля на цилиндре

$$e^{-jkr\cos\varphi} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(kr) e^{jn(\varphi - \frac{\pi}{2})},$$

Падающее поле:

$$E_z^{пад} = z_0 \cdot E_m^0 e^{-jkr\cos\varphi} = z_0 \cdot E_m^0 \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(kr) e^{jn(\varphi-\frac{\pi}{2})},$$

Отраженное поле:

$$E_z^{отр} = z_0 \cdot E_m^0 \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n \cdot H_n^{(2)}(kr) \cdot e^{in(\varphi-\frac{\pi}{2})}$$

Но при $r = \rho$: $E_z^{отр}(k\rho) = -E_z^{пад}(k\rho)$

$$H_\varphi^{пад}(k\rho) + H_\varphi^{отр}(k\rho) = j_{поверх}$$

$$A_n = -\frac{J_n(k\rho)}{H_n^{(2)}(k\rho)}$$

Итак:

$$E_z^{отр} = z_0 \cdot E_m^0 \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left(-\frac{J_n(k\rho)}{H_n^{(2)}(k\rho)} \right) \cdot H_n^{(2)}(kr) \cdot e^{in(\varphi-\frac{\pi}{2})}$$

$$H_{\varphi}^{omp}(r,\varphi) = -\frac{i}{\omega\mu}\frac{\partial E_z^{omp}(r,\varphi)}{\partial r} = -\frac{ik}{\omega\mu}E_0\sum_{n=-\infty}^{n=\infty}(-i)^n\frac{J_n(k\rho)}{H_n^{(2)}(k\rho)}H_n'^{(2)}(kr)e^{in\varphi}$$

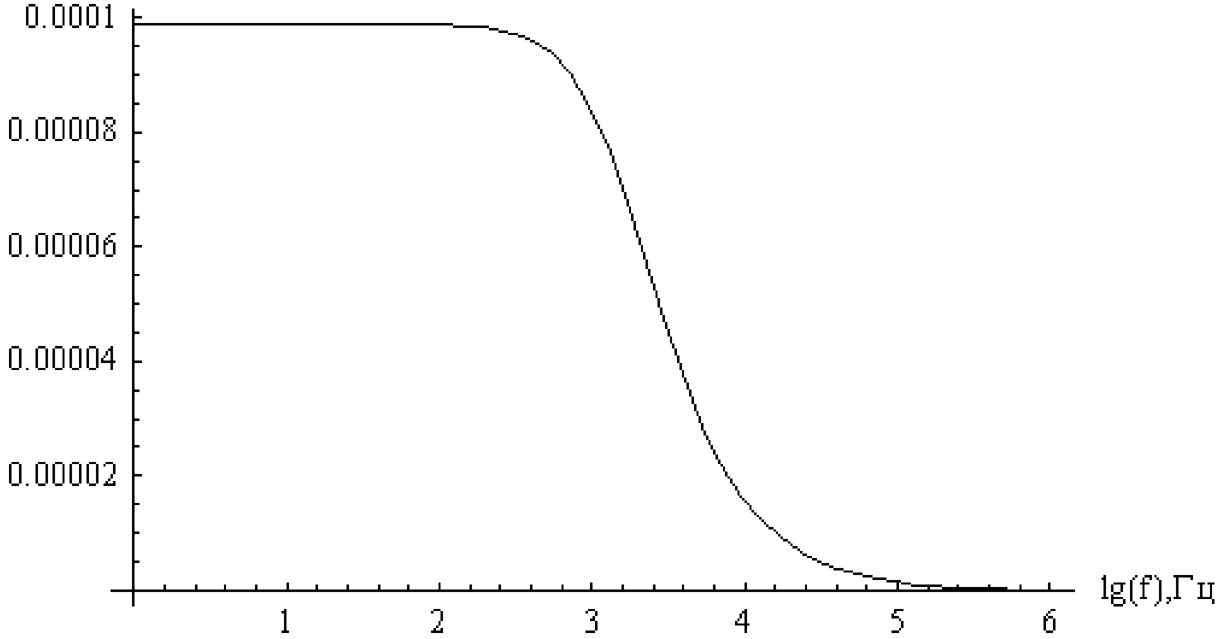
$$\frac{k}{\omega\mu} = \frac{1}{\rho_0} \approx \frac{1}{377\,ом}$$

$$I = \oint H_{\varphi}^{сумм}(\rho)dl = /\, dl = \rho d\varphi \,/ = \rho\int_0^{2\pi} H_{\varphi}^{сумм}(\rho)d\varphi$$

$$I = -2\pi\rho i\left[J_0'(k\rho) - J_0(k\rho)\frac{H_0'^{(2)}(k\rho)}{H_0^{(2)}(k\rho)}\right]H_0$$

$E(t) = E_0(e^{-\alpha t} - e^{-\beta t})$, где $\alpha=10^4$ 1/сек, $\beta=10^6$ 1/сек

$$\boldsymbol{E(i\omega) = E_0\left(\frac{1}{\alpha + i\omega} - \frac{1}{\beta + i\omega}\right)}$$



Модуль спектральной плотности ЭМИ грозы.

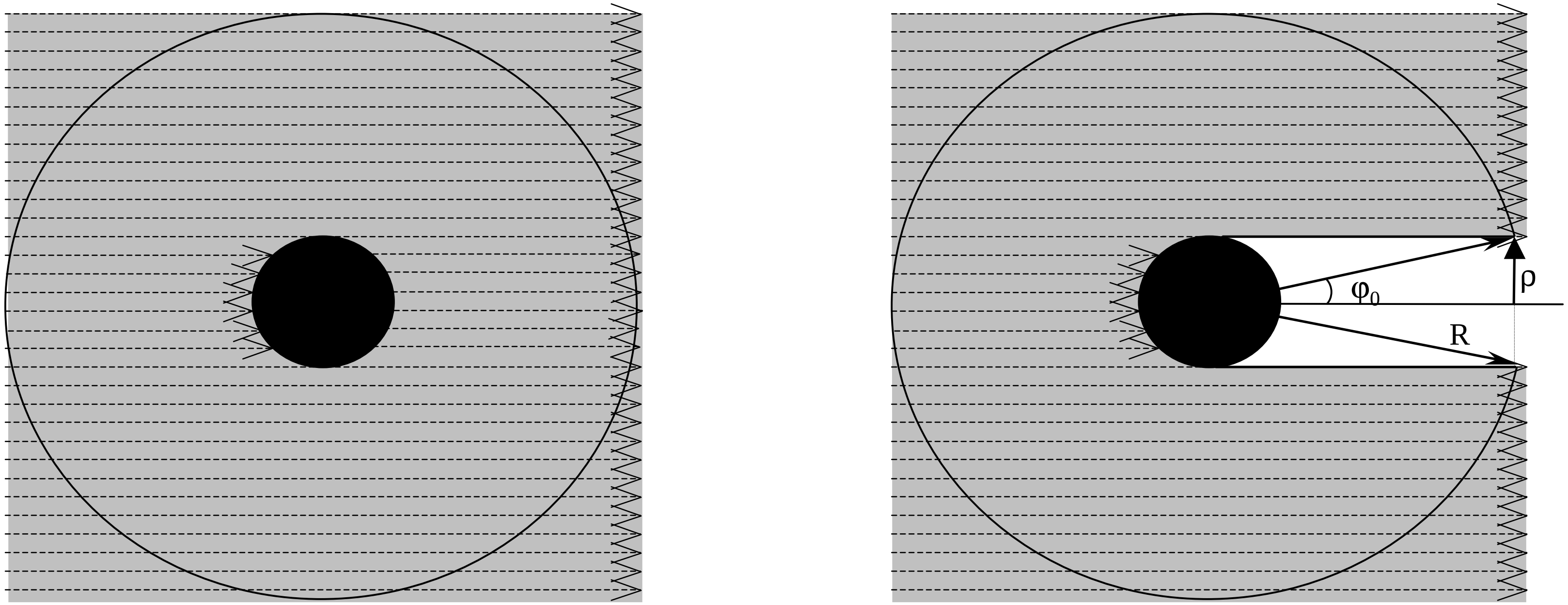
$$J_0(k\rho) \approx 1; \qquad J_0'(k\rho) \approx -\frac{k\rho}{2};$$

$$N_0(k\rho) \approx -\frac{2}{\pi}\ln\frac{2}{1,781k\rho}; \qquad N_0'(k\rho) \approx \frac{2}{\pi k\rho}$$

Таблица 1

Частота, f	Аргумент, параметр дифракции, kρ	Постоянная составляющая магнитного поля, А/м	Наводимый ток, А
10 Гц	$1,047\cdot10^{-9}$	$(4,6 + i0,35)\cdot10^{+7}$	$(0,108 - i1,44)\cdot10^{+6}$
10 кГц	$1,047\cdot10^{-6}$	$(6,8 + i0,77)\cdot10^{+4}$	$(0,24 - i2,14)\cdot10^{+3}$
10 МГц	$1,047\cdot10^{-3}$	$(1,32 + i0,29)\cdot10^{+2}$	$(0,91 - i4,1)\cdot10^{+0}$

$$I = -2\pi\rho i\left[J_0'(k\rho) - J_0(k\rho)\frac{H_0'^{(2)}(k\rho)}{H_0^{(2)}(k\rho)}\right]H_0$$



Область существования падающего поля.

$$\varphi_0 = \arcsin\frac{\rho}{R}$$

Функция F(R,φ) - одномерная функция f (φ).

$$f(\varphi) = e^{-jkR\cos\varphi} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n(kR)e^{in\varphi}$$

$$\int_0^{2\pi} e^{-im\varphi} f(\varphi)d\varphi = \int_0^{2\pi} e^{-im\varphi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n(kR)e^{in\varphi} d\varphi$$

$$C_n(kR) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} e^{-im\varphi} F(R,\varphi)\,d\varphi$$

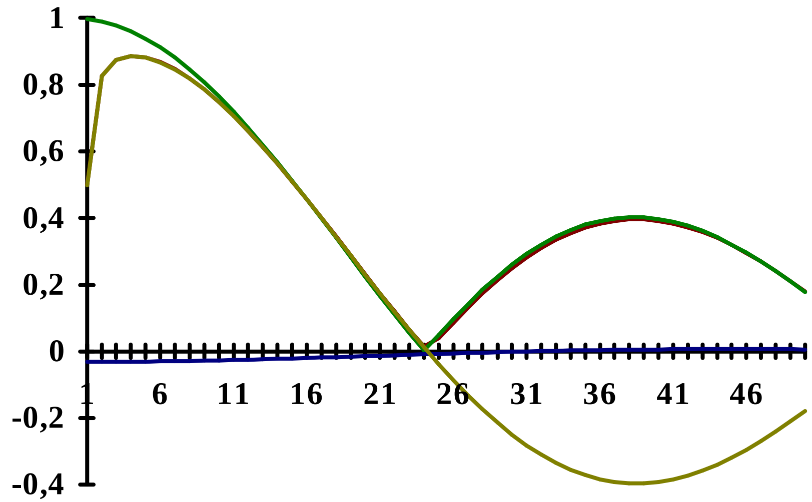
$$C_n(kr) = J_n(kr)$$

$$\varphi_0 = \arcsin(\rho/r)$$

$$C_n(kr)$$

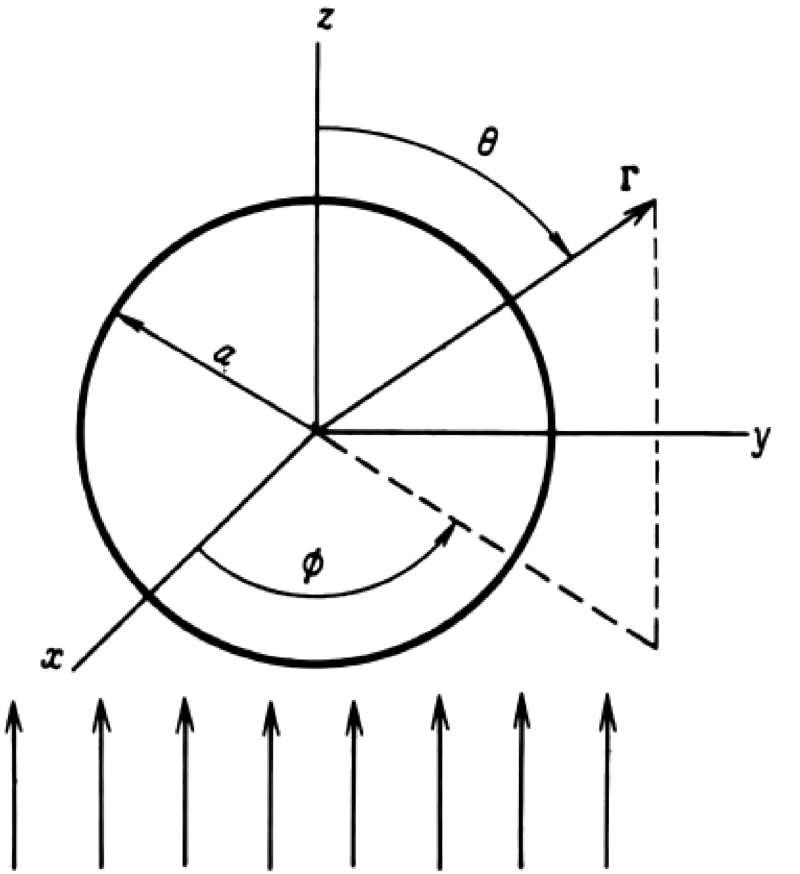
$$J_n(kr)$$

При $r = \rho$: $J_0(k\rho) \approx 1$, $C_0(k\rho) \approx 0{,}5$



Коэффициенты Фурье $C_0(kr)$ и функция Бесселя $J_0(kr)$ в зависимости от **r/ρ.**

Поглощение и рассеяние шаром



Сферическая система координат с началом в центре сферической частицы радиусом а.

У Шифрина:

$$e^{ikr\cos\theta} = \sum_{l=0}^{\infty} i^l (2l+1) \frac{\psi_l(kr)}{kr} P_l(\cos\theta) \qquad (2.25)$$

У Борена и Хафмена

$$E_i = \sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=m}^{\infty}\left(B_{emn}M_{emn} + B_{omn}M_{omn} + A_{emn}N_{emn} + A_{omn}N_{omn}\right)$$

$$B_{emn} = \frac{\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} E_i \cdot M_{emn}\sin\theta d\theta d\phi}{\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}\left|M_{emn}\right|^2 \sin\theta d\theta d\phi}$$

$$E_i = \sum_{n=1}^{\infty}\left(B_{o1n}M_{o1n}^{(1)} + A_{e1n}N_{e1n}^{(1)}\right) \rightarrow E_i = E_0\sum_{n=1}^{\infty} i^n \frac{2n+1}{n(n+1)}\left(M_{o1n}^{(1)} - iN_{e1n}^{(1)}\right)$$

При этом используется математические тождества

- предложенное Гогенбауэром обобщение интеграла Пуассона

$$j_n(\rho) = \frac{i^{-n}}{2}\int_0^\pi e^{i\rho\cos\theta} P_n \sin\theta d\theta$$

- вычисление интеграла по частям дает:

$$\int_0^\pi P_n^1 \sin\theta e^{i\rho\cos\theta} \sin\theta d\theta = \frac{2n(n+1) j_n(\rho) i^n}{i\rho}$$

- вычисление другого интеграла после преобразований дает:

$$\int_0^\pi \left(\cos\theta \frac{dP_n^1}{d\theta} + \frac{P_n^1}{\sin\theta}\right) e^{i\rho\cos\theta} \sin\theta d\theta = \frac{2n(n+1) i^n}{\rho} \frac{d}{d\rho}(\rho j_n(\rho))$$

Падающее поле *x*- поляризованного света:

$$E_{i\theta} = \frac{\cos\phi}{\rho}\sum_{n=1}^{\infty} E_n\left(\psi_n\pi_n - i\,\psi'_n\tau_n\right),$$

$$H_{i\theta} = \frac{k}{\omega\mu} tg\phi E_{i\theta}$$

$$E_{i\phi} = \frac{\sin\phi}{\rho}\sum_{n=1}^{\infty} E_n\left(i\,\psi'_n\pi_n - \psi_n\tau_n\right),$$

$$H_{i\phi} = \frac{-k}{\omega\mu} ctg\phi E_{i\phi}$$, где $\rho = kr$

Рассеянное поле :

$$E_{s\theta} = \frac{\cos\phi}{\rho} \sum_{n=1}^{\infty} E_n \left(i a_n \xi_n' \tau_n - b_n \xi_n \pi_n \right),$$

$$H_{s\theta} = \frac{k}{\omega\mu} \frac{\sin\phi}{\rho} \sum_{n=1}^{\infty} E_n \left(i b_n \xi_n' \tau_n - a_n \xi_n \pi_n \right),$$

$$E_{s\phi} = \frac{\sin\phi}{\rho} \sum_{n=1}^{\infty} E_n \left(b_n \xi_n \tau_n - i a_n \xi_n' \pi_n \right),$$

$$H_{s\phi} = \frac{k}{\omega\mu} \frac{\cos\phi}{\rho} \sum_{n=1}^{\infty} E_n \left(i b_n \xi_n' \pi_n - a_n \xi_n \tau_n \right),$$

Разложим функции Риккати- Бесселя в степенные ряды и сохраним лишь первый член:

$$\psi_1(\rho)=\frac{\rho^2}{3},\quad \psi_1'(\rho)=\frac{2\rho}{3},\quad \xi_1(\rho)=-\frac{i}{\rho},\quad \xi_1'(\rho)=\frac{i}{\rho^2}$$

Тогда падающее поле на поверхности сферы:

$$E_{i\theta}=Cos\phi Cos\theta E_0 \qquad H_{i\theta}=Sin\phi Cos\theta H_0$$

$$E_{i\phi}=-Sin\phi E_0 \qquad H_{i\phi}=Cos\phi H_0$$

У Борена показано, при малых параметрах дифракции коэффициенты для рассеянного поля $a_1 \gg b_1$.

Тогда рассеянное поле:

$$E_{s\theta} = \frac{\cos\phi}{\rho} E_1\left(ia_1\xi_1'\tau_1\right) \qquad H_{s\theta} = \frac{\sin\phi}{\rho} H_1\left(-a_1\xi_1\pi_1\right)$$

$$E_{s\phi} = \frac{\sin\phi}{\rho} E_1\left(-ia_1\xi_1'\pi_1\right) \qquad H_{s\phi} = \frac{\cos\phi}{\rho} H_1\left(-a_1\xi_1\tau_1\right)$$

где $$a_1 = -\frac{i2\chi^3}{3}\frac{\left(m^2-1\right)}{\left(m^2+2\right)}$$ (из Борена)

.

В итоге после подстановки получаем рассеянное поле: ;

$$E_{s\theta} = -\frac{\chi^3}{\rho^3}\frac{\left(m^2-1\right)}{\left(m^2+2\right)}Cos\phi Cos\theta E_0 \qquad H_{s\theta} = \frac{\chi^3}{\rho^2}\frac{\left(m^2-1\right)}{\left(m^2+2\right)}\sin\phi H_0$$

$$E_{s\phi} = \frac{\chi^3}{\rho^3}\frac{\left(m^2-1\right)}{\left(m^2+2\right)}\sin\phi E_0 \qquad H_{s\phi} = \frac{\chi^3}{\rho^2}\frac{\left(m^2-1\right)}{\left(m^2+2\right)}\cos\phi\cos\theta H_0$$

При $\rho = \chi$ и $m\rangle\rangle 1$, а также $Cos\theta = 1$ получаем:

$$E_{s\theta} = -E_{i\theta} \qquad E_{s\phi} = -E_{i\phi} \qquad H_{s\theta} = \chi H_{i\theta} \qquad H_{s\phi} = \chi H_{i\phi}$$

;

Выводы

1. Традиционные решения дифракции плоской волны на бесконечном цилиндре и шаре следует признать неверными. В построении этих решений допущены методические ошибки, которые приводят к катастрофическим результатам.

2. При разложении падающего поля в ряд не учитывается область тени. Если учитывать тень, то в качестве функций расстояния будут не цилиндрические или сферические функции Бесселя, а какие-то сложные функции, которые с увеличением расстояния приближаются к функциям Бесселя. Используемые математические тождества, справедливые для пространства без тени, являются в данных задачах своеобразными «ловушками».

3. Выбор в качестве функций, зависящих от расстояния, при построении рядов рассеянного поля функций Ханкеля второго рода (из условия излучения на бесконечности) также является методической ошибкой. Так как это делает «нефизичными» граничные условия для магнитного поля, в результате чего отраженное магнитное поле может быть любым: либо бесконечным (для цилиндрической задачи), либо нулевым (для теории Ми). Функции расстояния существуют, но они сложны и не предсказуемы. В тоже время удовлетворяют условию излучения на бесконечности. При этом величина тангенциальной составляющей напряженности отраженного магнитного поля равна такой же составляющей падающего поля (условие зеркального отражения от поверхности хорошего проводника).

4. Программы атмосферной коррекции спутниковых изображений, использующие расчеты по теории Ми, требуют уточнения. Для этого может быть рекомендован для оценки рассеяния излучения частицами метод геометрической оптики. Следует забыть про сверх вытянутые «вперед» индикатрисы рассеяния крупных частиц.

5.Следует забыть про еще одну «надуманную» проблему: огромные величины токов, наведенных на протяженных проводниках под действием электромагнитного поля. Плотность тока на поверхности проводника не должна превышать удвоенного значения напряженности падающего магнитного поля. Вместо килоампер – единицы ампер.

Спасибо за внимание!