

# АНАЛИЗ СТРУКТУРНЫХ СВОЙСТВ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ В ГРОЗОВОЙ ОБЛАЧНОСТИ

**Ерохин Н.С.<sup>(1,2)</sup>, Зольникова Н.Н.<sup>(1)</sup>,  
Краснова И.А.<sup>(2)</sup>, Михайловская Л.А.<sup>(1)</sup>**

*<sup>(1)</sup>Институт космических исследований РАН*

*<sup>(2)</sup>Российский университет дружбы народов*

*e-mail: [nerokhin@mx.iki.rssi.ru](mailto:nerokhin@mx.iki.rssi.ru)*

**Восьмая Всероссийская Открытая конференция**

**Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса**

**15-19 ноября 2010 г., ИКИ РАН,**

**Москва**

## Аннотация.

Рассмотрены структурные функции  $S_m(L)$  для вертикального распределения электрического поля в грозовой облачности. Для расчетов использованы данные зондовых измерений поля  $E(z)$  в атмосфере на высотах  $z$  ниже 16 km. На основе системы локализованных функций разработаны аналитические аппроксимации  $E_a(z)$  экспериментальных графиков  $E(z)$ . Зависимости структурных функций  $S_m(L)$  от масштаба  $L$  вычислены для различных порядков  $m$  с пространственным разрешением  $\delta z = 3$  метра, которые демонстрируют присутствие электрических флуктуаций большой амплитуды на масштабах  $L \sim (10 \div 500)$  m, а также наличие когерентных структур (КС) в электрической турбулентности. На графиках  $S_m(L)$  выявлены два инерционных интервала для электрических флуктуаций и для них получены скейлинговые экспоненты  $g(m)$ . Скейлинговые экспоненты отличаются как от Колмогоровского закона  $g_k(m) = m / 3$ , так и от спирального скейлинга  $g_h(m) = 2 m / 3$ . Наблюдаемые отличия от степенной зависимости  $S_m(L)$  в инерционных интервалах могут быть обусловлены присутствием когерентных электрических структур. Проведенное модельное исследование показало, что присутствие КС в электрической турбулентности будет модифицировать, в частности, наклоны кривых  $S_m(L)$  (в log-log координатах), а также увеличивать автокорреляционную функцию на малых масштабах. Вклад КС наиболее существенен на масштабах порядка характерной ширины КС. Влияние КС на поведение структурных функций более ясно проявляется в графиках так называемых относительных структурных функций.

## Постановка задачи и численные расчеты

Как известно (см., например, [2,3,4,10]), наличие спиральности  $\mathbf{H} = \mathbf{v} \cdot \text{rot } \mathbf{v}$  в атмосферных вихрях и плазме повышает их устойчивость к возмущениям и увеличивает время существования. Кроме того, спиральность  $\mathbf{H}$  способствует возникновению обратного каскада энергии от малых масштабов в крупные, в результате возможно, например, усиление слабых синоптических возмущений до уровня мощных циклонов. Анализ возможных механизмов генерации спиральных движений в приложении к интенсивным атмосферным вихрям показывает, что для корректного описания этого процесса необходимо учитывать вклад заряженных подсистем грозовых облаков как в формирование самосогласованной, существенно неоднородной структуры ветровых потоков, так и в их последующую нелинейную динамику (см., в частности, [11]). Имеющиеся в литературе экспериментальные данные о вертикальных профилях электрического поля  $E_z(z)$  в грозовой облачности (см., например, [12-14]) указывают на присутствие достаточно сильных электрических флуктуаций с типичными размерами  $(10 \div 500)$  м и напряженностями поля порядка  $10^5$  В/м и более. Поэтому для корректных оценок вклада заряженных подсистем в генерацию спиральных движений атмосферы необходимо изучать параметры электрических флуктуаций, в частности, исследовать свойства структурных функций  $S_m(L)$ , где  $L = z_1 - z_2$  разность высот двух атмосферных слоев (сдвиг). Ниже используя стандартные подходы анализа гидродинамической турбулентности [3-9] рассмотрены свойства структурных функций  $S_m(L)$  для электрического поля  $E_z(z)$  в грозовой облачности. Основой для анализа являются экспериментальные графики поля  $E_z(z)$  для области высот  $z < h$  ниже 16 km.

Проводится оцифровка этих графиков и разработка аналитических аппроксимаций  $E_a(z)$  в классе локализованных функций типа  $b_n(z) = a_n / [1 + k_n^2 (z - z_n)^2]$  с параметрами  $a_n$ ,  $k_n$  и  $z_n$ . Таким образом получается выборка  $E_i = E_a(z_i)$ . Затем на ее основе численно вычисляются структурные функции  $S_m(L)$  порядка  $m$  согласно формуле  $S_m(L) = \langle |E_a(z_i + L) - E_a(z_i)|^m \rangle$ , где  $z_i = \ell i$ ,  $\ell = 3$  метра для интервала высот  $z < h$ ,  $1 \leq i \leq N$ ,  $N = h / \ell$ , а пространственное усреднение проводится в области  $0 < z < h - L$ . Как обычно полагается, что  $\ell < L < h / 3$ . Следует отметить, что полученные аналитические аппроксимации могут быть использованы также для определения высотных профилей, например, электрического потенциала и объемной плотности электрического заряда. Зависимость  $S_m(L)$  от масштаба  $L$  для различных значений порядка  $m$  представляется на графиках в  $\lg$ - $\lg$  координатах. Эти графики показывают наличие в электрической турбулентности двух инерционных интервалов, в которых имеется линейная зависимость между  $\lg S_m(L)$  и  $\lg L$ . Следовательно, в инерционных интервалах наблюдаются степенные скейлинги типа  $S_m(L) \sim L^{g(m)}$ , где  $g(m)$  скейлинговая экспонента. Для  $m = 1$  получаем индекс Херста  $H = g(1)$ , а индекс спектра мощности турбулентных флуктуаций  $\alpha$  выражается через  $g(2)$  и равен  $\alpha = 1 + g(2)$ . Экспериментальные данные по высотным профилям электрического поля взяты из работ [13, 14]. Аналитическая аппроксимация  $E(z)$  содержит сумму локализованных функций  $r_n(z)$ :  $E_a(z) = \sum_n r_n$ , где  $r_n(z) = \sum_j b_{nj}$ ,  $b_{nj}(z) = a_{nj} / [1 + k_{nj}^2 (z - z_{nj})^2]$ . Здесь коэффициенты  $a_{nj}$  и высота  $z$  измеряются соответственно в кВ/м и км. Для упрощения записи  $S_m(L)$  введем положение  $i$ -слоя  $z_i(\text{km}) = 0.194 + 0.003(i - 1)$ , где  $i = 1, 2 \dots N$ ,  $N = 4307$ .

Таким образом  $L_n(\text{km}) = 0.003 n$ , где  $n = 1, 2, \dots, 1437$ . Следовательно имеем  $S_m(L) \equiv S_m(n)$ ,  $E(z_i) \equiv E_i$ . В итоге  $S_m(n)$  записывается выражением  $S_m(n) = \sum_i |E_i - E_{i+n}|^m / (N - n)$ , а графики структурных функций  $S_m(n)$  приводим как их зависимости от безразмерного сдвига по высоте  $n = L / 3 \cdot m$ . На рис.1 в lg-lg координатах они даны для значений порядка структурных функций (СФ)  $m = 0.5, 1, 2, 3, 5$ . Для лучшего сравнения графиков используем нормированные СФ:  $W_m(n) = S_m(n) / S_m(1)$  т.е. выполняется условие  $W_m(1) = 1$ .

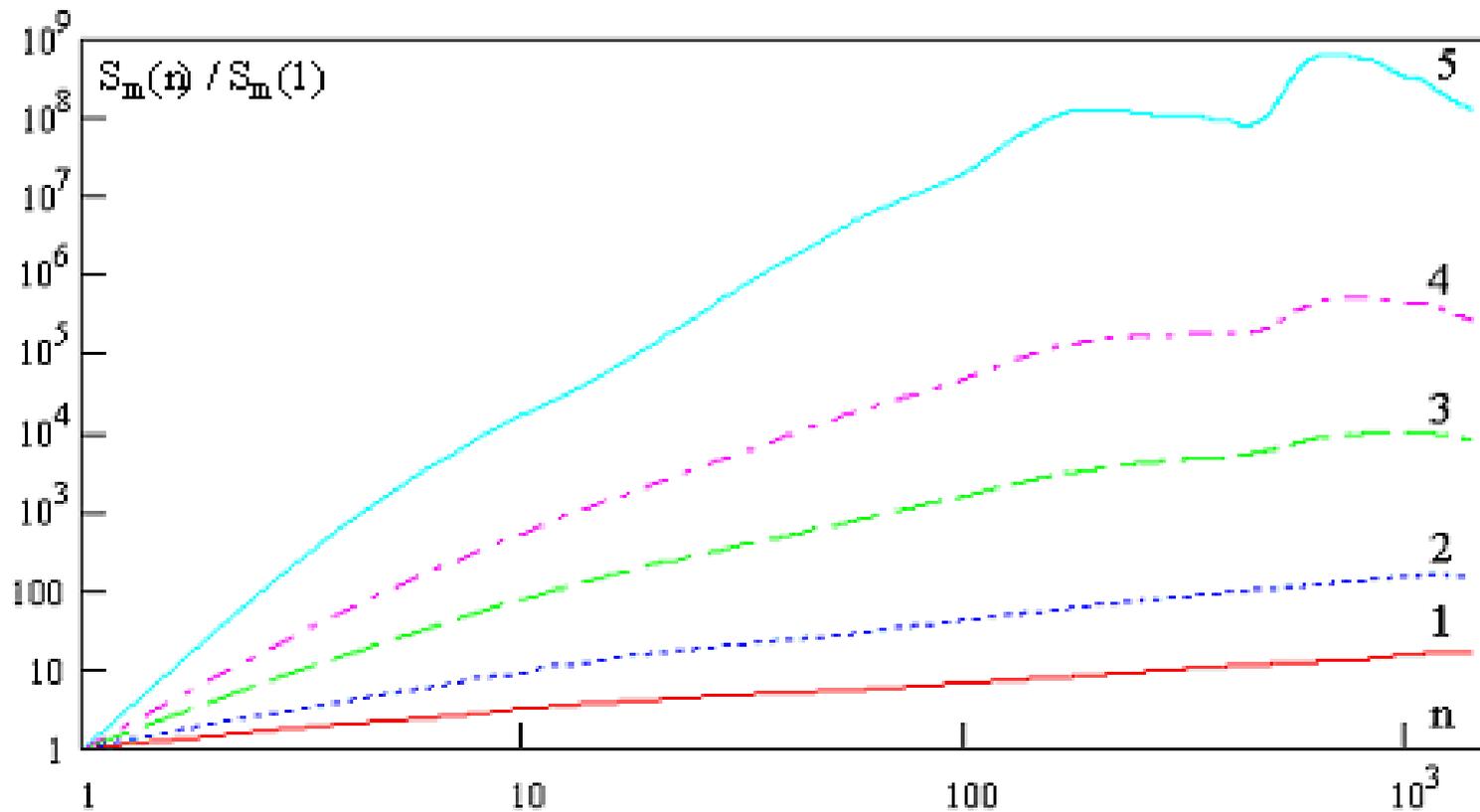


Рис.1. Графики структурных функций.

Согласно рис.1 насыщение роста  $S_m(n)$  при увеличении высотного сдвига  $n$  происходит на масштабах  $L_m \sim (555 \div 3000) m$  и зависит от значения  $m$ . Например, для случая  $m = 1$  насыщение СФ имеет место для масштабов  $L_1 > 3000 m$ . Как видно из рис.1, масштаб  $L_m$  уменьшается с ростом порядка  $m$ . Другое заключение касается наличия инерционных интервалов для электрических флуктуаций. Согласно рис.1 имеются два инерционных интервала: первый – на малых масштабах  $L < 50 m$ , а второй в области средних масштабов, где  $L < 1300 m$  для порядков  $m > 2$ . Отметим зависимость положения инерционных интервалов от порядка СФ. Например,  $S_m(n)$  и ее аппроксимации представлены на рис.2 в случае  $m = 0.5$ , где кривая 1 отображает  $S_m(n)$ , кривые 2 и 3 соответствуют аппроксимациям  $S_m(n)$  степенными функциями на малых и средних масштабах.

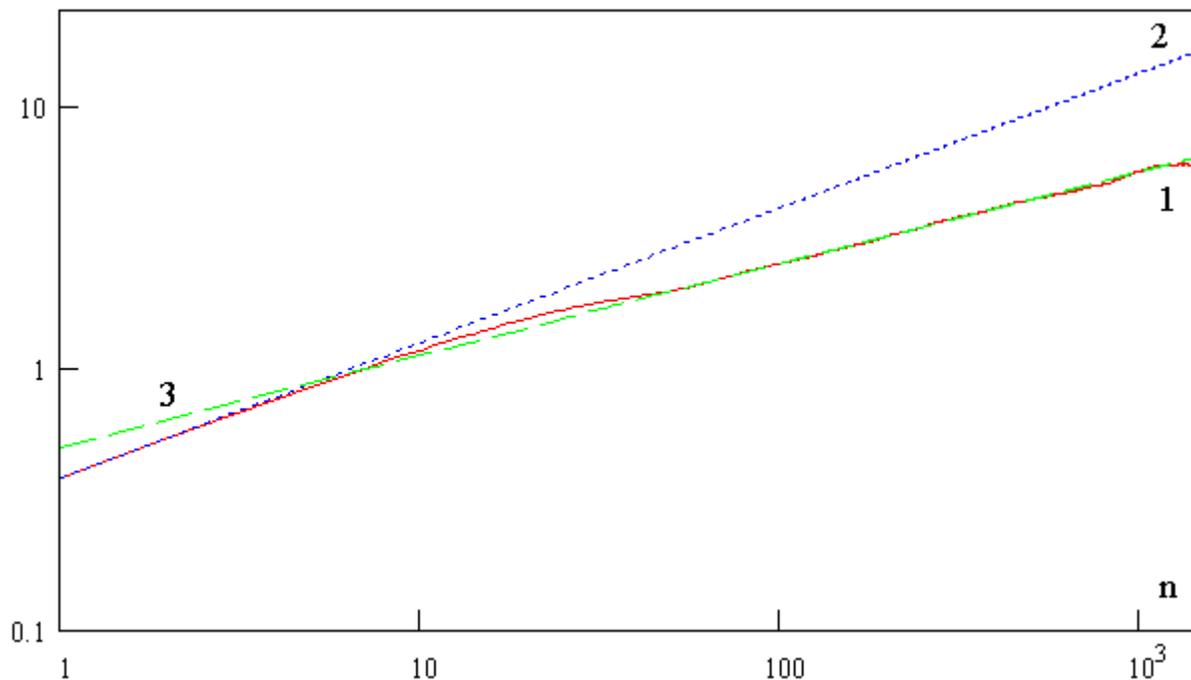


Рис.2.  
Структурная функция  $S_{0.5}(n)$  и ее аналитические аппроксимации в инерционных интервалах.

Такое поведение структурных функций  $S_m(n)$  может быть обусловлено наличием когерентных структур в атмосферной электрической турбулентности на малых и средних масштабах.

Это заключение вытекает из численного анализа модели турбулентности, имеющей два степенных спектра флуктуаций на малых и средних масштабах и некоторое количество когерентных структур на средних масштабах, которые локализованы по высоте  $z$  и имеют умеренные амплитуды.

Путем численных расчетов и аппроксимаций структурных функций  $S_m(n)$  были получены скейлинговые экспоненты:  $g_1(m)$  для малых масштабов и  $g_2(m)$  для средних масштабов. Они приведены на рис.3. Как следует из графика на рис.3 скейлинговая экспонента  $g_1(m)$  весьма близка к линейной функции. Приведем аналитические аппроксимации для скейлинговых функций :

$$g_1(m) \approx 0.943 m, \quad g_2(m) \approx 0.614 m.$$

Эти аппроксимации были сделаны на основе численных расчетов СФ для порядков  $m$

0.1, 0.2, 0.4, 0.5, 0.6, 0.8, 1, 1.4, 1.7, 2, 2.4, 2.7, 3, 3.4, 3.7, 4, 4.4, 4.7, 5, 5.4, 5.7, 6, 6.4, 6.7, 7

Здесь необходимо отметить, что в случае однородной, изотропной гидродинамической турбулентности (без перемежаемости) Колмогоровский скейлинг имеет вид  $g_k(m) = m / 3$ . Для однородной, спиральной, гидродинамической турбулентности в отсутствие перемежаемости получено [10]  $g_h(m) = 2m / 3$ .

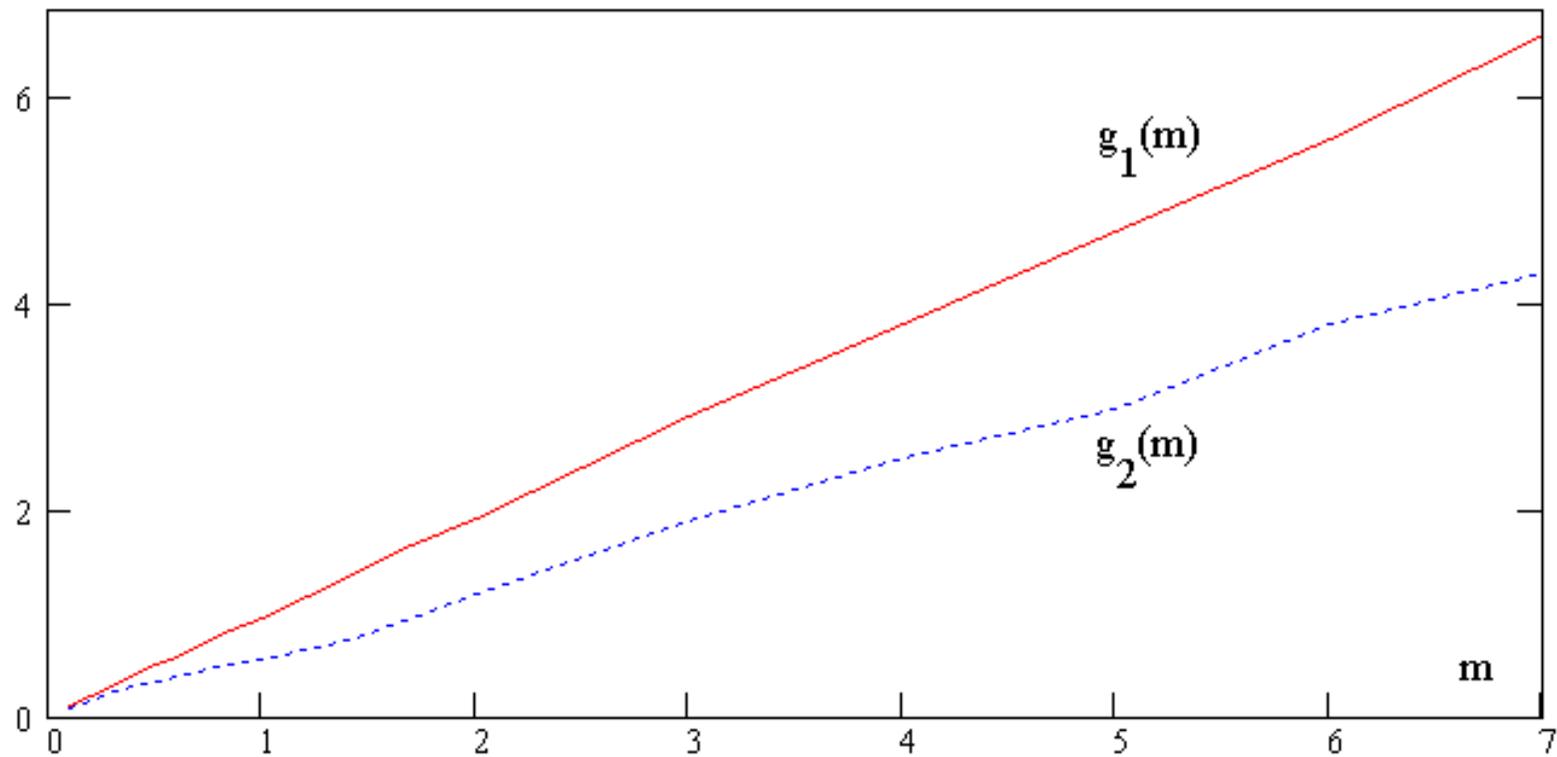


Рис.3. Скейлинговые экспоненты для малых  $g_1(m)$  и средних  $g_2(m)$  масштабов.

Для исследования турбулентности с инерционным интервалом в присутствии когерентных структур массив геофизических данных для турбулентности моделировался рядом следующего вида

$$y(i) = \sum_k b_k \sin [(2\pi i k / M) + \Psi_k], k = 1, 2, \dots, M, i = 1, 2, \dots, N. k / M) +$$

Для фаз гармоник  $\Psi_k$  использовались случайная выборка из интервала  $(-\pi, \pi)$  либо аналитическое представление типа

$$\Psi_k = 0.5 \cdot \pi \cdot \cos(\pi \cdot k) + 6.7 \cdot \sin(2.1 \cdot k) + 5.67 \cdot \sin(1.71 \cdot k) + 4.64 \cdot \sin(1.49 \cdot k) + 3.61 \cdot \sin(1.31 \cdot k).$$

Распределение амплитуд гармоник  $b_k$  в турбулентности принималось степенным следующего вида  $b_k = b_0 / k^\beta$  с экспонентой  $\beta$ .

Для описания профиля локализованных когерентных структур использовались функции  $\delta y_m(i) = A_m / [1 + \chi_m \cdot (i - a_m)^2]$ , где  $A_m$  – амплитуда возмущения,  $a_m$  – положение центра КС, параметр  $\chi_m$  определяет полуширину  $\Delta i = 1 / \chi_m^{1/2}$  когерентной структур.

Рассмотрим вариант с быстроспадающим спектром флуктуаций, когда  $\beta = 7 / 6$ ,  $b_0 = 1$ ,  $N = M = 2000$ , когда  $\max y(i) \approx 1.54$ . Добавим к полю  $y(i)$  крупномасштабную КС с параметрами  $A_1 = A_2 = A_3 = A_4 = 0.4$ ,  $a_1 = 500$ ,  $a_2 = 911$ ,  $a_3 = 1319$ ,  $a_4 = 1607$ ,  $\chi_m = 3 \cdot 10^{-6}$ ,  $\Delta i \approx 577$  причем имеем  $\max \delta y \approx 1.13$ . Вычисление структурных функций (1) для фонового поля  $y(i)$  и с учетом вклада крупномасштабной структуры  $z(i) = y(i) + \sum_m \delta y_m(i)$  показывает, что при добавлении крупномасштабной КС ее влияние заметно только на больших масштабах  $n > 500$ . Для структурной функции 4-го порядка  $S_4(n)$  аналитическая аппроксимация имеет вид  $S_4(n) \approx 1.33 \cdot 10^{-6} \cdot n^{2.8} / [1 + (n / 50)^{1.2}]$ .

Для анализа влияния более мелкомасштабных КС добавим к фоновому полю  $y(i)$  четыре когерентных структуры с параметрами  $A_1 = 1.2$ ,  $A_2 = 1.07$ ,  $A_3 = 0.91$ ,  $A_4 = 0.83$ ,  $a_1 = 371$ ,  $a_2 = 713$ ,  $a_3 = 1201$ ,  $a_4 = 1547$ ,  $\chi_m = 0.001$ ,  $\Delta i \approx 32$ , причем  $\max \delta y \approx 1.21$ . Графики переменных  $z(i)$ ,  $y(i)$  приведены на рис.4. Вычисление структурных функций с учетом вклада в  $S_m(n)$  мелкомасштабных КС приводит к следующим результатам. Распределенные по длине выборки КС дают систематическое увеличение наклона СФ в log-log масштабах.

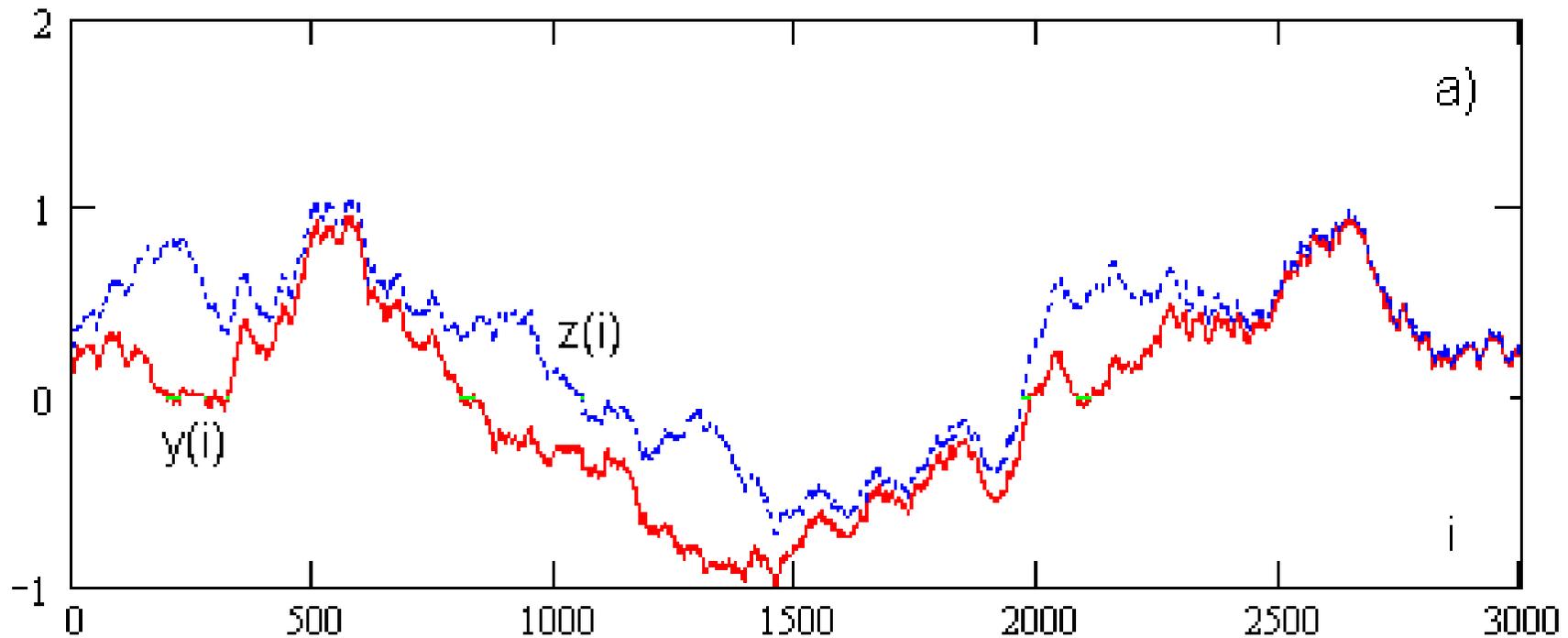


Рис. 4. Графики выборки  $y(i)$  для фоновой турбулентности и  $z(i)$  с учетом КС.

Для структурной функции  $S_1(n)$  это область  $n < 164$ , в случае  $S_4(n)$  область несколько уже  $n < 100$ . Аналитическая аппроксимация  $S_1(n)$  для поля  $y(i)$  имеет вид  $S_1(n) \approx 0,0216 \cdot n^{0,71}$ , а для поля  $z(i)$  определена формулой  $S_1(n) \approx 0,0216 \cdot n^{0,65}$ . Структурные функции 4-го порядка имеют аппроксимации :  $S_4(n) \approx 1,33 \cdot 10^{-6} \cdot n^{2,64}$  для поля  $y(i)$  и  $S_4(n) \approx 1,54 \cdot 10^{-6} \cdot n^{2,86}$  для поля  $z(i)$ . Аналогичные результаты получаются при выборе для фаз гармоник указанных выше аналитических аппроксимаций. В log-log масштабах различия структурных функций для полей  $y(i)$ ,  $z(i)$  будут невелики. Более наглядными оказываются графики нормированных функций  $Q_1(n) = Sz_1(n) / Sy_1(n)$ ,  $Q_4(n) = Sz_4(n) / Sy_4(n)$ , являющихся отношениями  $S_1(n)$  и  $S_4(n)$  для полей  $y(i)$ ,  $z(i)$ .

При этом различия структурных функций существенны на малых  $n \sim 100$  и больших  $n \sim 800$  масштабах, что соответствует типичному масштабу рассмотренных КС, а также (примерно равномерному) распределению их по длине выборки.

Аналогичным методом исследуется влияние КС на структурные функции СФ при наличии двух инерционных интервалов турбулентности.

### Заключение

Результаты проведенного анализа состоят в следующем.

- 1) Используя экспериментальные данные по высотному профилю электрического поля в грозовой облачности исследованы структурные функции электрических флуктуаций.
- 2) Выявлены два инерционных интервала на малых и средних масштабах, в которых наблюдаются степенные скейлинги  $S_m(n)$ , вычислены скейлинговые экспоненты  $g(m)$ , отличающиеся от колмогоровского и спирального скейлингов.
- 3) Разработаны аналитические аппроксимации для  $S_m(n)$  в инерционных интервалах. Указано, что некоторое отличие графиков  $S_m(n)$  от степенных профилей может быть обусловлено наличием когерентных структур умеренной амплитуды на средних масштабах. Кроме того может проявляться перемежаемость электрической турбулентности - модель турбулентности солнечного ветра с учетом перемежаемости рассматривалась в [5]).

4) Проведено моделирование геофизической турбулентности с включением когерентных структур. Проведенный анализ показывает, что присутствие локализованных когерентных структур модифицирует структурные функции геофизического поля, так на графиках **СФ** в  $lg$ - $lg$  масштабе меняются средние наклоны кривых. Поскольку обычно в основной части масштабов профиль **СФ** близок к степенному учет **КС** увеличивает экспоненту структурной функции.

5) Вычисления также показывают, что на малых масштабах при наличии **КС** возрастает автокорреляционная функция сигнала. Вклад **КС** наиболее существенен на масштабах  $n$  порядка характерного размера **КС**. С уменьшением спектрального индекса фоновых флуктуаций  $\beta$  (при неизменных прочих параметрах задачи) вклад **КС** в **СФ** несколько снижается.

6) Данное исследование представляет интерес, в частности, для разработки упрощенных физико-математических моделей интенсивных вихрей типа тайфунов, дальнейшего развития схем параметризации при численных расчетах динамики ураганов с включением эффектов влияния заряженных подсистем на нелинейную эволюцию мощного вихря.

Работа выполнена при поддержке Отделения физических наук РАН в рамках программы ОФН-11 и Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 07-05-00060).

## Литература:

1. Барышникова Ю. С., Заславский Г. М., Лупян Е. А. и др. Исследование Земли из космоса, 1989, № 1, с.17.
2. Lazarev A. A., Moiseev S. S. Geophysical Precursors of Early Stages of Cyclogenesis. - Preprint IKI RAS, Pr - 1844, 1990.
3. Ерохин Н. С., Моисеев С. С. Проблемы геофизики XXI века”, М.: Наука, 2003, т.1, с.160.
4. Branover H., Eidelman A., Golbraikh E. and Moiseev S. Turbulence and Structures. Chaos, Fluctuations and Self-organization in Nature and in the Laboratory, San-Diego, Academic Press, 1998, - 270 p.
5. Marsh E., Tu C. Y. Nonlinear Processes in Geophysics, 1997, v.4, No 1, p.101.
6. Horbury T. S., Balogh A. Nonlinear Processes in Geophysics, 1997, v.4, No 3, p.185.
7. Schertzer D., Lovejoy S., Schmitt F. et al. Fractals, 1997, v.5, No 3, p.427.
8. Osborne A. R., Provenzale A. Physica D, 1989, v.35, No 2, p.357.
9. Litvinenko L. N., Ryabov V. B., Usik P. V. et al. Correlation Dimension: The New Tool in Astrophysics. – Institute of Radio Astronomy, Academy of Sciences of Ukraine, Preprint No 64, Kharkov, 1992, - 53 p.
10. Моисеев С. С., Чхетиани О. Г. ЖЭТФ, 1996, т.110, вып.1(7), с.357.
11. Artea S. N., Golbraikh E., Erokhin N. S. Problems of Atomic Science and Technique, 2003, № 4, p.94.
12. Marshak A., Davies A., Wiscombe W. et al. Journal of Atmospheric Sciences, 1997, v.54, No 11, p.1423.
13. Byrne G. J., Few A. A. and Stewart M. F. Journal of Geophysical Research, 1989, v.94, No D5, p.6297.
14. Marshall T. C. and Rust W. D. Journal of Geophysical Research, 1995, v.100, p.1001.

**Благодарю за внимание !**