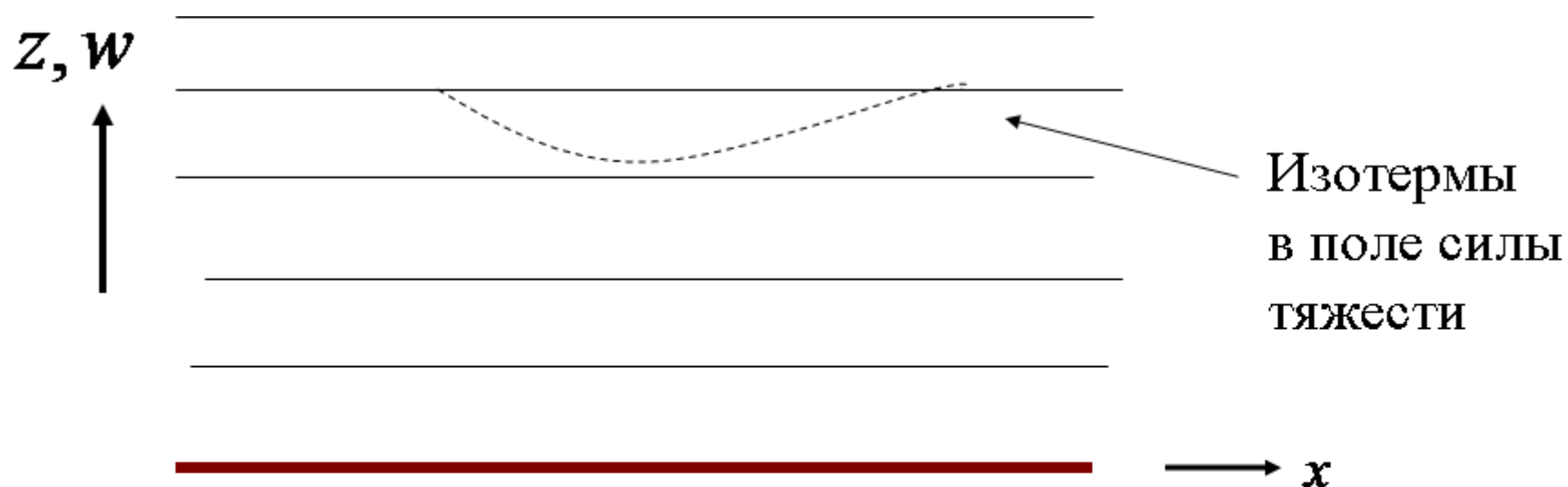


# «ГИДРОДИНАМИЧЕСКАЯ ПАМЯТЬ» СОЛЕНОЙ ВОДЫ И ФОРМИРОВАНИЕ ТЕРМОХАЛИННЫХ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ В ОКЕАНЕ

Ингель Л.Х., Калашник М.В.  
ФГБУ "НПО "Тайфун", г. Обнинск  
E-mail: [ingeli@obninsk.ru](mailto:ingeli@obninsk.ru)



$$\frac{\Delta \rho}{\bar{\rho}} = -\alpha \Delta T$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} = 0 \rightarrow \frac{\partial \rho}{\partial x} = 0$$

**«Следы» не сохраняются.**

**Но в лабораторных экспериментах давно замечено, что если вода соленая, то термические «следы» могут жить долго!**

**(См., например: Алексеев В. В., Киселева С. В., Лаппо С. С. Лабораторные модели физических процессов в атмосфере и океане (М.: Наука, 2005.) ).**

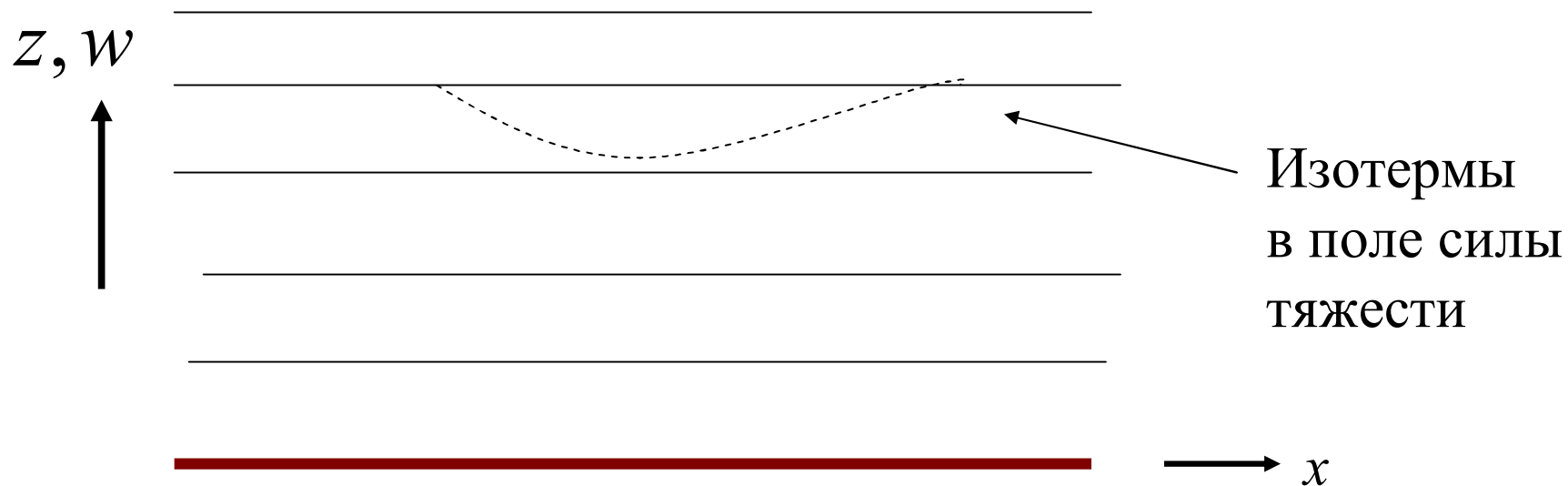
**«Долгоживущие» термохалинные неоднородности различных масштабов весьма характерны для океана, см, например,**

Монин А.С., Озмидов Р.В., Пака В.Т. О гидрофизической мезоструктуре прибрежного апвеллинга // ДАН. - 1987. – Т. 297. - С. 1469-1472.

Монин А.С., Федоров К.Н., Шевцов В.П. О вертикальной мезо- и микроструктуре океанических течений // ДАН. - 1973. - Т. 208. - С. 833-836.

# Особенности гидростатического приспособления в <sup>3</sup> двухкомпонентной жидкости

Калашник М.В., Ингель Л.Х. ДАН. 2006. Т. 407. № 5. С. 673-678;  
ЖЭТФ. 2006. Т. 130. № 1. С. 161-170.



$$\frac{\Delta\varphi}{\bar{\rho}} = -(\alpha\Delta T - \beta\Delta S)$$

В финальном состоянии горизонтальными должны быть изопикны, но не обязательно изотермы.

**Отклонения температуры и солености могут компенсировать друг друга в поле плотности**

## по окончании гидростатического приспособления

Линеаризованная система уравнений

$$\frac{\partial w}{\partial t} = \dots g (\alpha T - \beta S), \quad \frac{\partial T}{\partial t} + \gamma_T w = 0, \quad \frac{\partial S}{\partial t} + \gamma_s w = 0$$

Закон сохранения:

$$\boxed{\frac{\partial r}{\partial t} = 0} \quad \left\{ \begin{array}{l} r = \gamma_s T - \gamma_T S \\ \alpha T_f = \beta S_f \end{array} \right.$$

$$\boxed{\eta = \frac{\beta \gamma_s}{\alpha \gamma_T}}$$

Если  $T_i \neq 0$ ,  $S_i = 0$ ,  
то остаётся «след»:

$$\boxed{T_f = \frac{\eta}{\eta - 1} T_i, \quad S_f = \frac{\alpha}{\beta} \frac{\eta}{\eta - 1} T_i}$$

**«Спайсы» - spices (скомпенсированные неоднородности).**

**Rudnick D.L., Ferrari R. Compensation of horizontal temperature and salinity gradients in the ocean mixed layer // Science. 1999. V. 283. P. 526-529**

## по окончании гидростатического приспособления

$$\frac{\partial r}{\partial t} = 0, \quad \begin{cases} r = \gamma_s T - \gamma_T S \\ \alpha T_f = \beta S_f \end{cases}$$

$$\eta = \frac{\beta \gamma_s}{\alpha \gamma_T}$$

$$T_f = \frac{\eta}{\eta - 1} T_i, \quad S_f = \frac{\alpha}{\beta} \frac{\eta}{\eta - 1} T_i$$

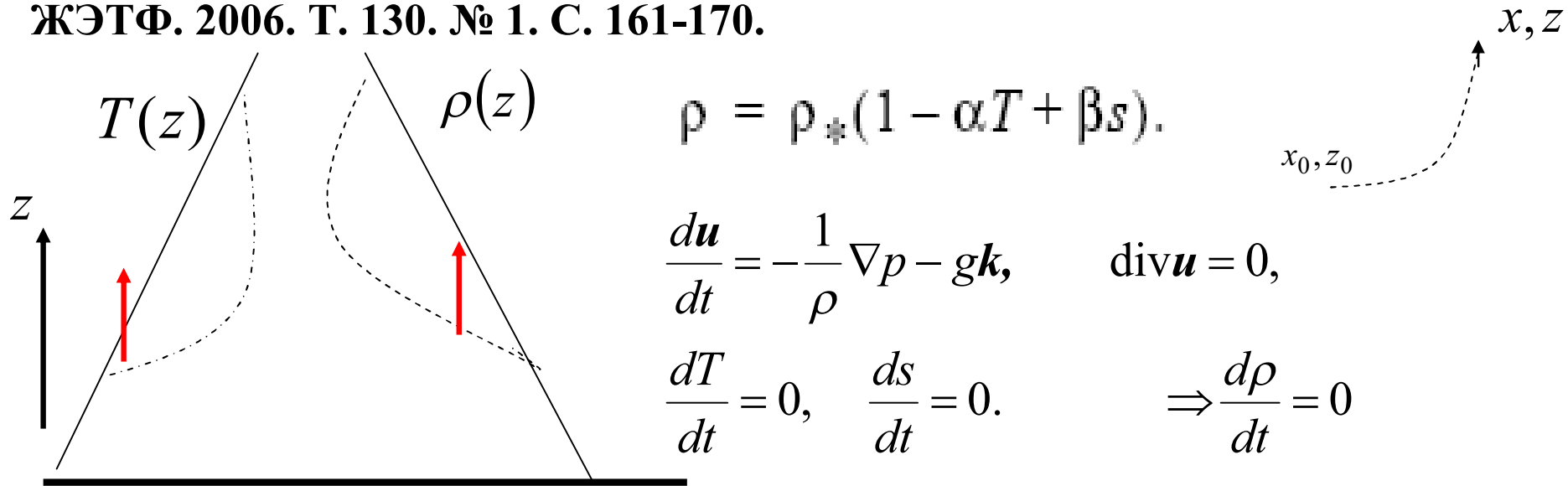
**Следствия:**

1. Двухкомпонентная среда имеет «память».
2. Возмущения могут усиливаться, несмотря на устойчивую стратификацию.
3. Первоначальный нагрев может приводить к понижению температуры (и наоборот).

«Спайсы» - *spices* (скомпенсированные неоднородности).

# ОБРАЗОВАНИЕ РАЗРЫВОВ В ПРОЦЕССЕ ГИДРОСТАТИЧЕСКОГО ПРИСПОСОБЛЕНИЯ (НЕЛИНЕЙНАЯ ТЕОРИЯ) 6

Калашник М.В., Ингель Л.Х. ДАН. 2006. Т. 407. № 5. С. 673-678;  
ЖЭТФ. 2006. Т. 130. № 1. С. 161-170.



$$\rho_*(1 - \gamma z) = \rho_*(1 - \gamma z_0) - \alpha \rho_* T_i(x_0, z_0) \quad \Rightarrow z = z_0 + \frac{\alpha}{\gamma} T_i(x_0, z_0)$$

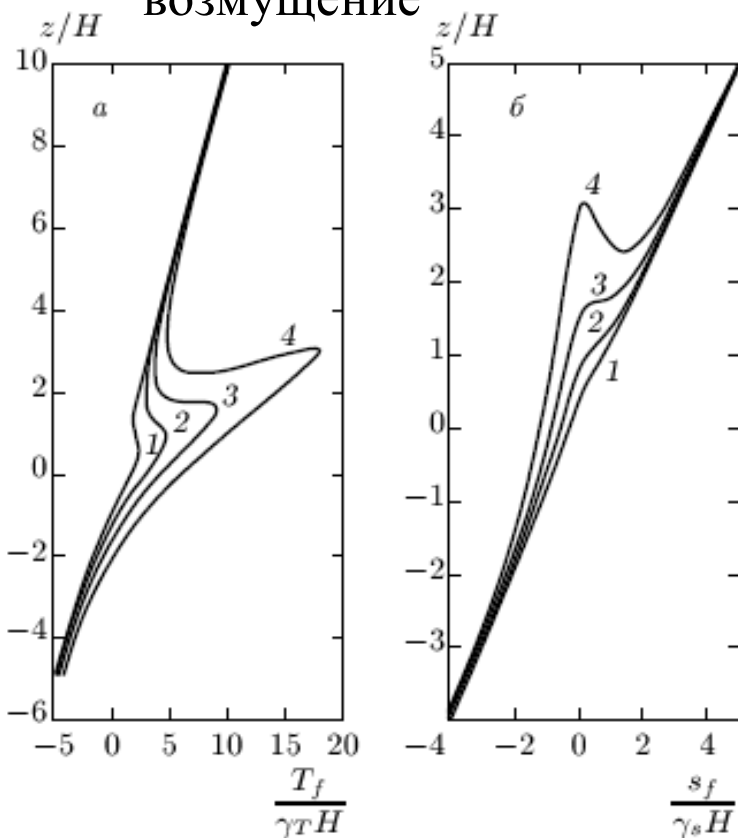
$$\frac{\partial(x, z)}{\partial(x_0, z_0)} = 1$$

Безразмерная амплитуда - критерий образования разрывов :

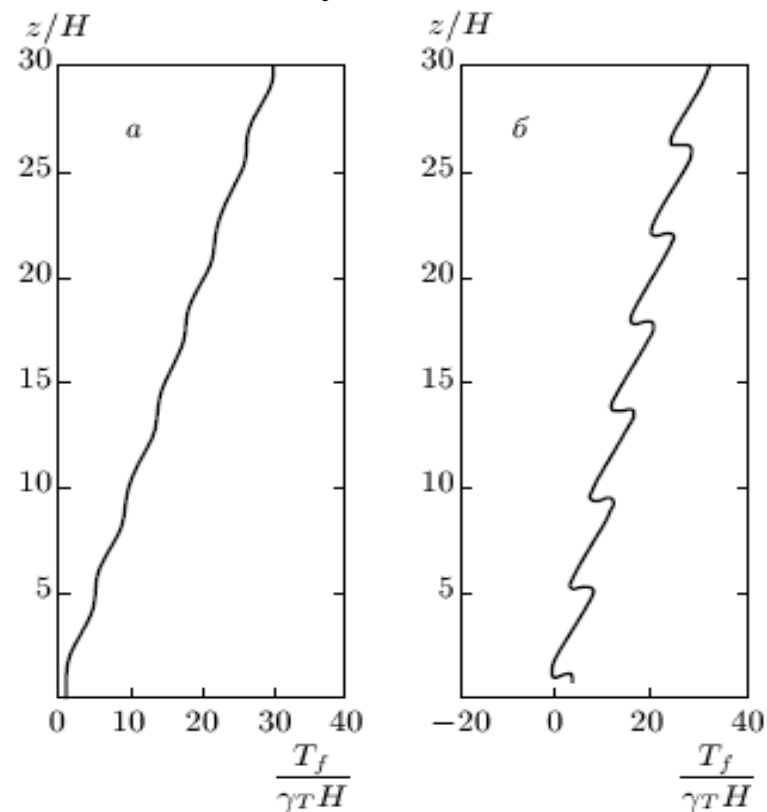
$$a = \frac{\Delta T}{\gamma_T H (1 - \eta)} \quad \eta = \frac{\beta \gamma_s}{\alpha \gamma_T}$$

# Вертикальные распределения температуры и солёности в финальном состоянии гидростатического равновесия

Локализованное  
возмущение



Периодическое  
возмущение



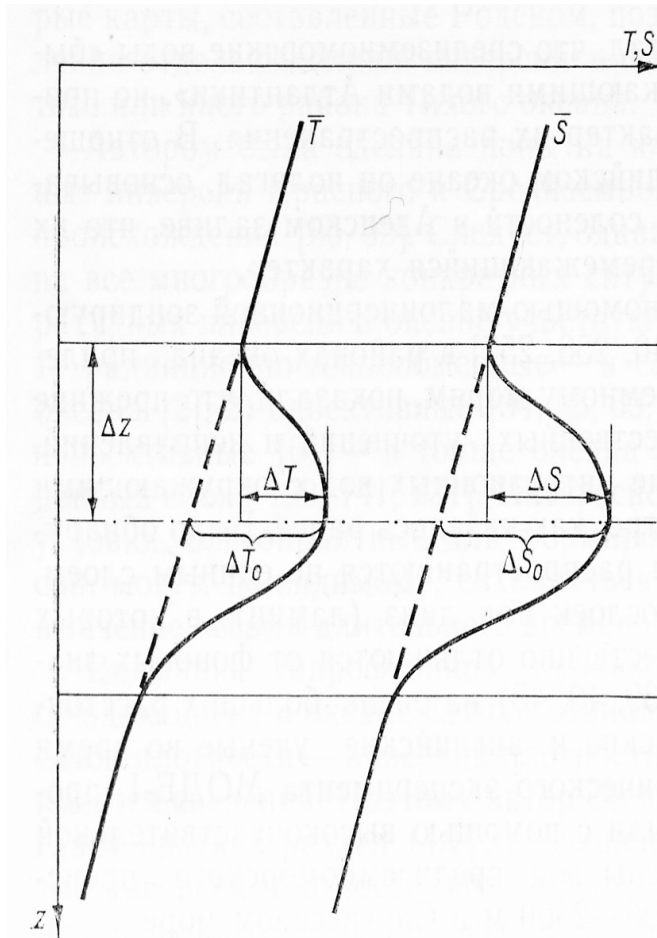
Начальные распределения:  $T = \gamma_T z + \Delta T h(x/L) \tau(z/H)$ ,  $s = \gamma_s z$ .

С увеличением амплитуды  $a = \alpha \Delta T / \gamma H$ ,  $\gamma = \alpha \gamma_T - \beta \gamma_s$ ,  
в финальных распределениях возникают разрывы.

# ВЕРТИКАЛЬНЫЕ НЕОДНОРОДНОСТИ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ ТЕМПЕРАТУРЫ И СОЛЕННОСТИ В ОКЕАНЕ

8

## Интрузия



## Ступенчатое распределение

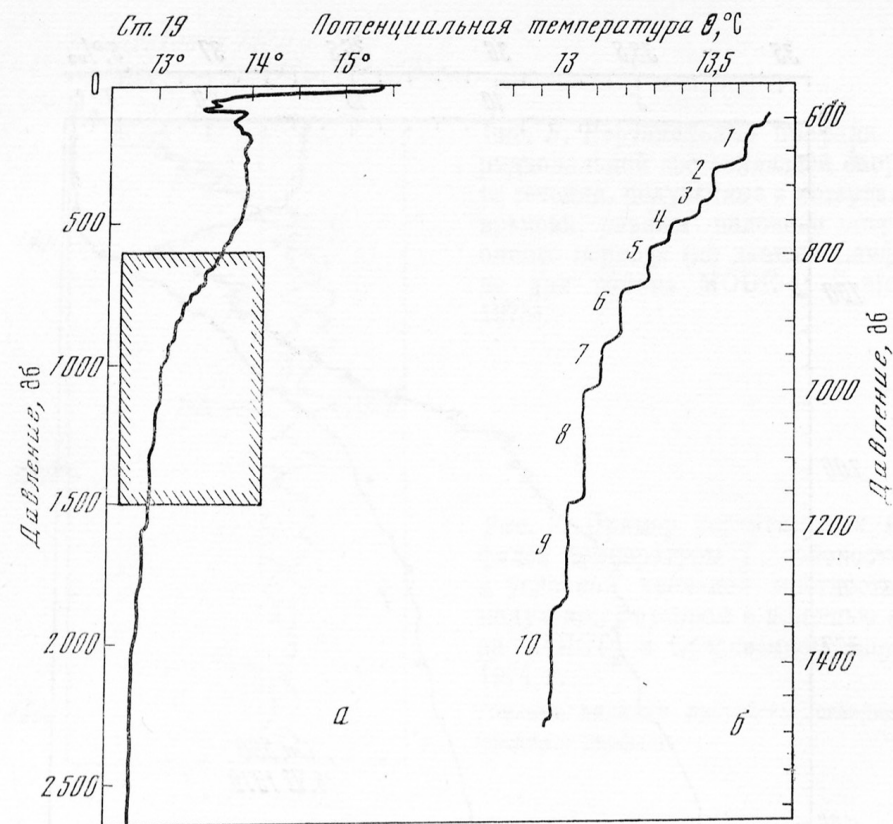
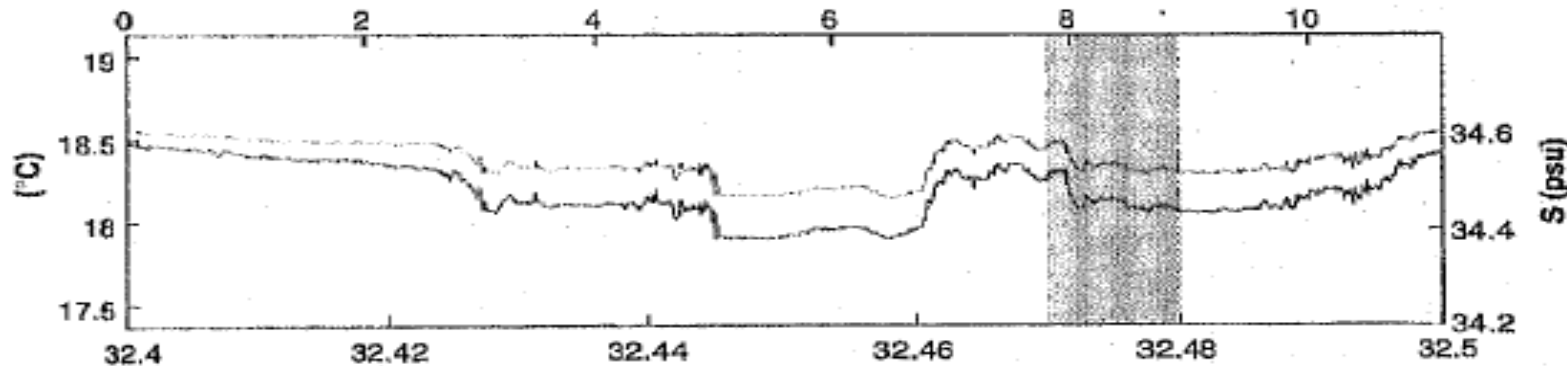


Рис. 8. Пример ступенчатого вертикального профиля температуры

*a* — весь профиль от поверхности до дна; *б* — увеличенная ступенчатая часть. Профиль наблюдался в Тирренском море (Molcard, Williams, 1975)

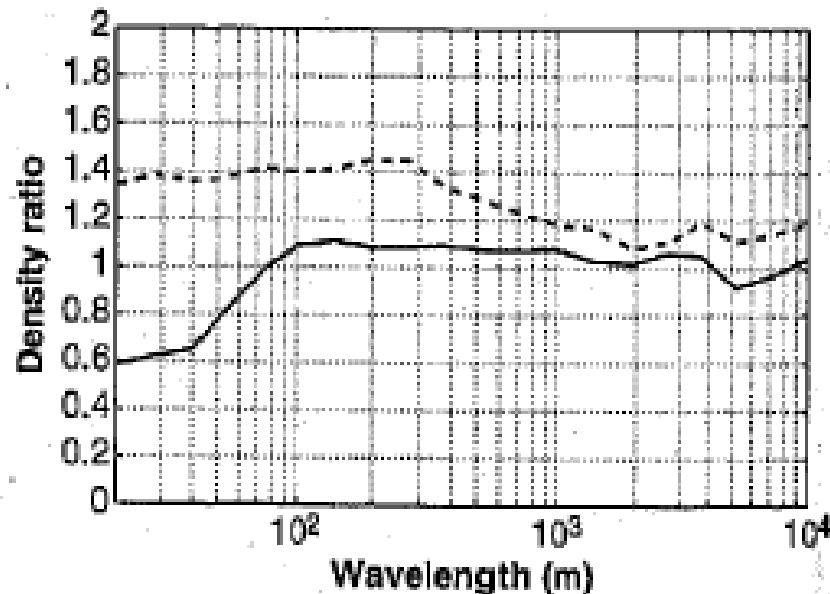


**Rudnick D.L., Ferrari R. Compensation of horizontal temperature and salinity gradients in the ocean mixed layer**  
**Science. 1999. V. 283. P. 526-529.**



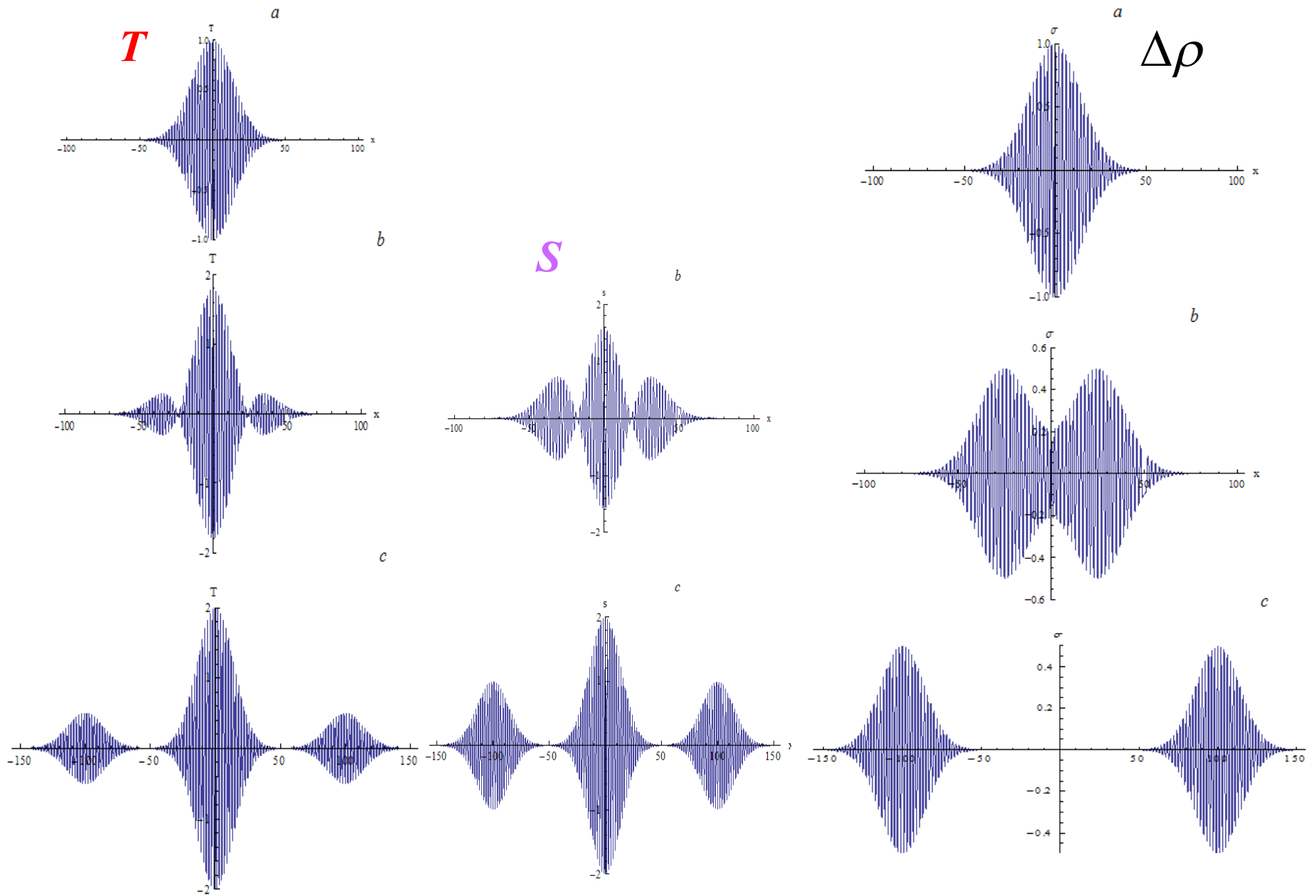
**При полной компенсации  
безразмерный параметр  
(density ratio)**

$$R = \frac{\alpha \Delta T}{\beta \Delta S} = 1$$



**Компенсация наблюдается и для  
вертикальных неоднородностей  
(интрузии, ступеньки)**

# Процесс гидростатической адаптации в стратиф. соленой воде



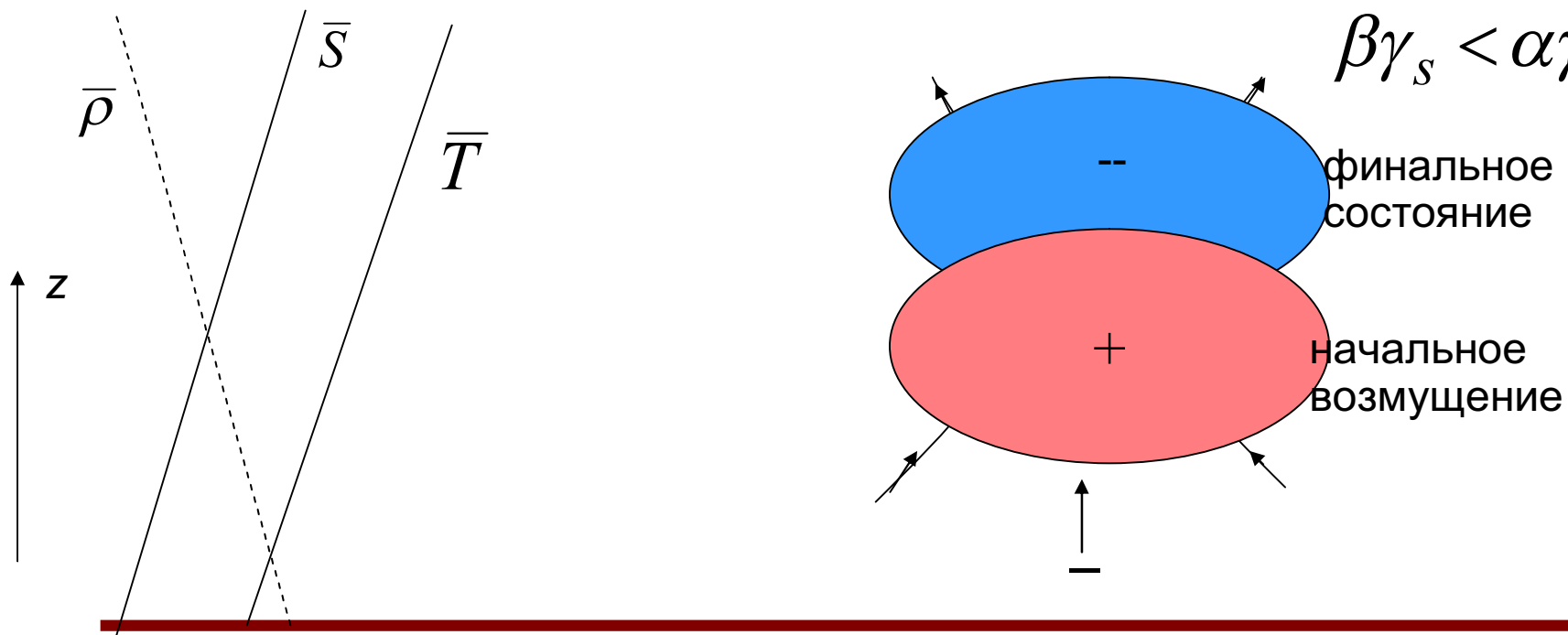
# «Отрицательная теплоемкость»

$$\eta = \frac{\beta\gamma_s}{\alpha\gamma_T}$$

$$T_f = \frac{\eta}{\eta - 1} T_i, \quad S_f = \frac{\alpha}{\beta} \frac{\eta}{\eta - 1} T_i,$$

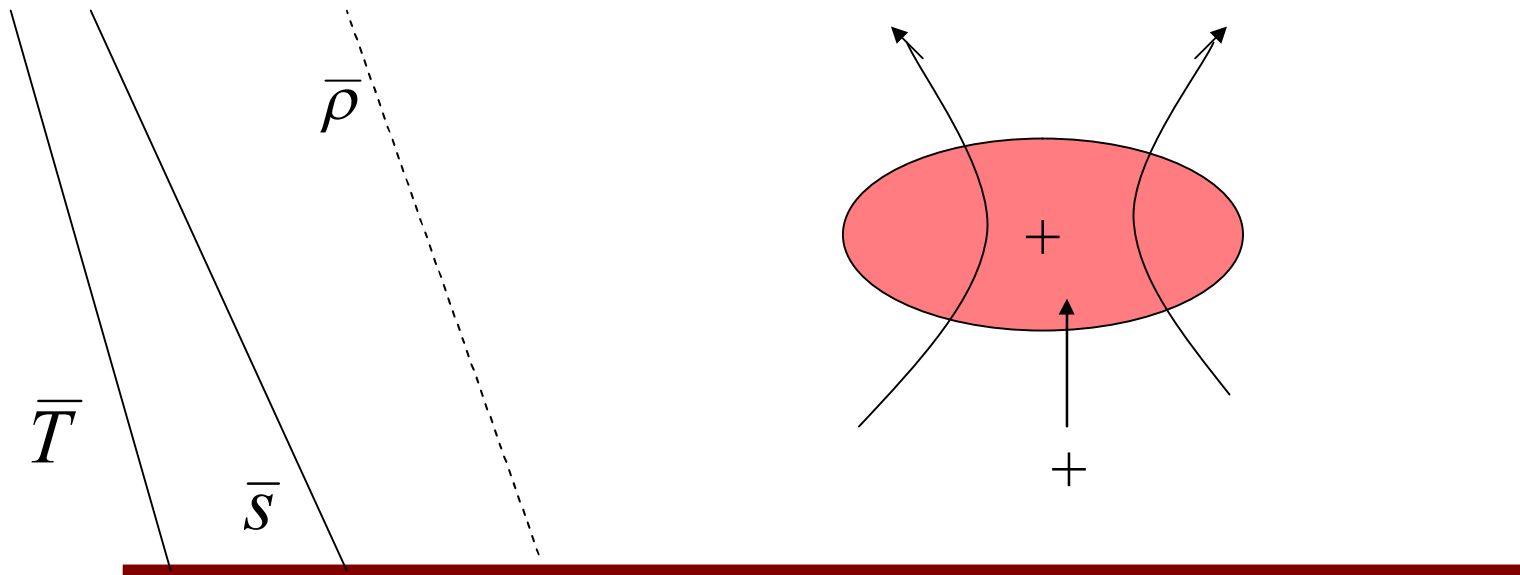
$$\eta > 1$$

$$\beta\gamma_s < \alpha\gamma_T < 0$$

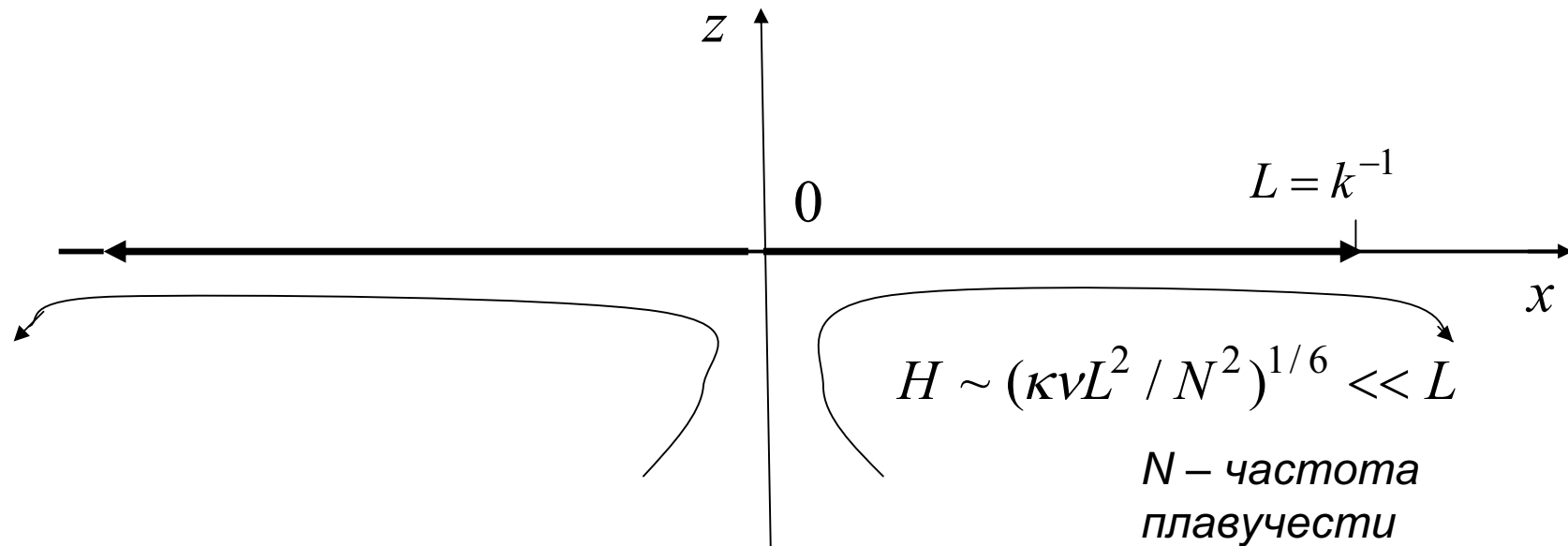


# Усиление термических возмущений

$$T_f = \frac{\eta}{\eta - 1} T_i, \quad s_f = \frac{\alpha}{\beta} \frac{\eta}{\eta - 1} T_i$$



# Аномальный отклик двухкомпонентной жидкости<sup>12</sup> на механическое или термическое воздействие

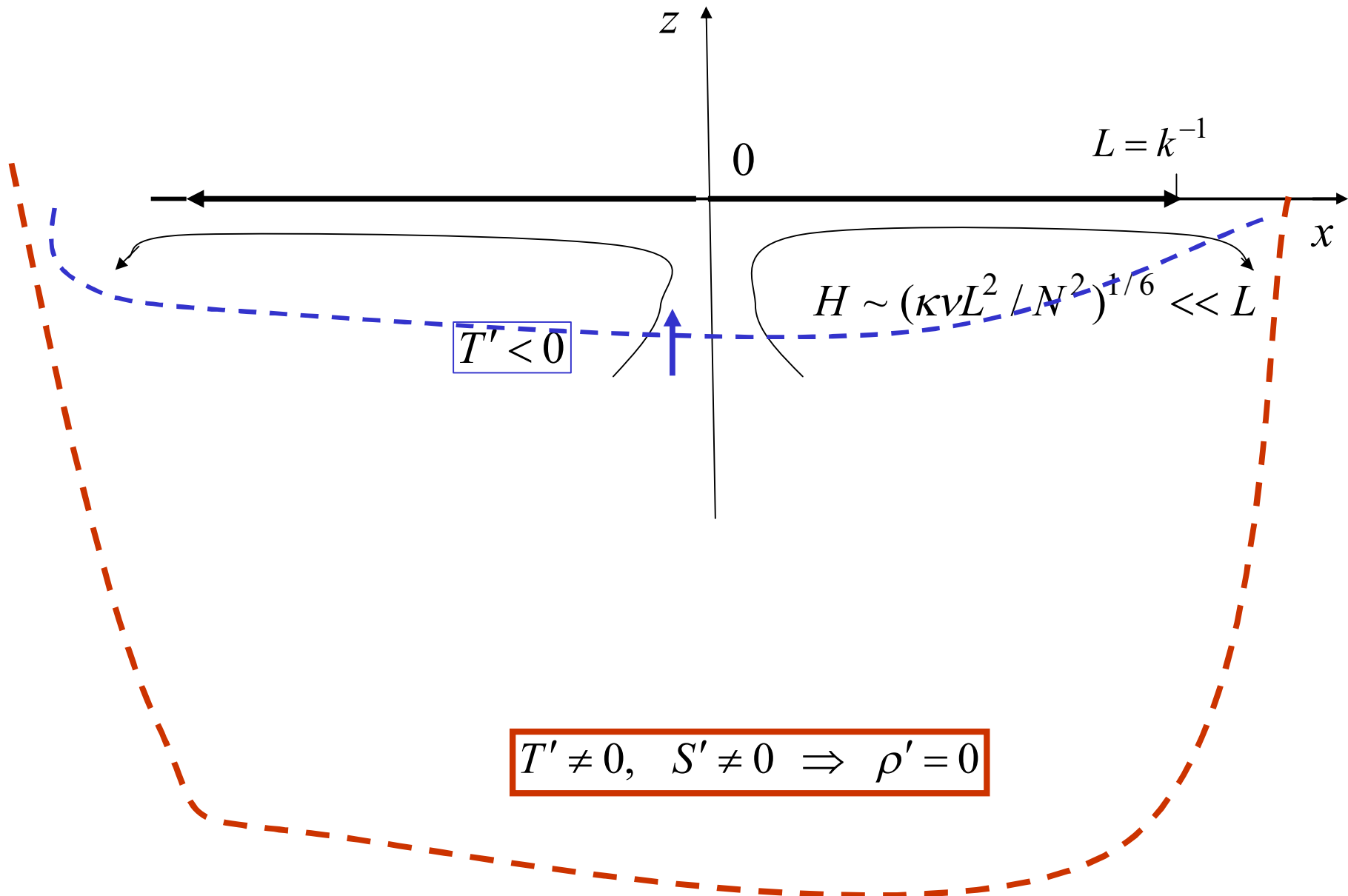


В бинарных смесях термические возмущения могут значительно глубже проникать в среду и иметь значительно большую амплитуду

**Добавление устойчивой стратификации примеси (солености) может приводить не к уменьшению, а к увеличению амплитуды термических возмущений и глубины их проникновения в среду**

# Физический механизм "аномального отклика"

13



**Дополнительные разнообразные эффекты  
двухкомпонентного характера среды проявляются  
при учете фоновых течений, вращения,  
бета-эффекта...**

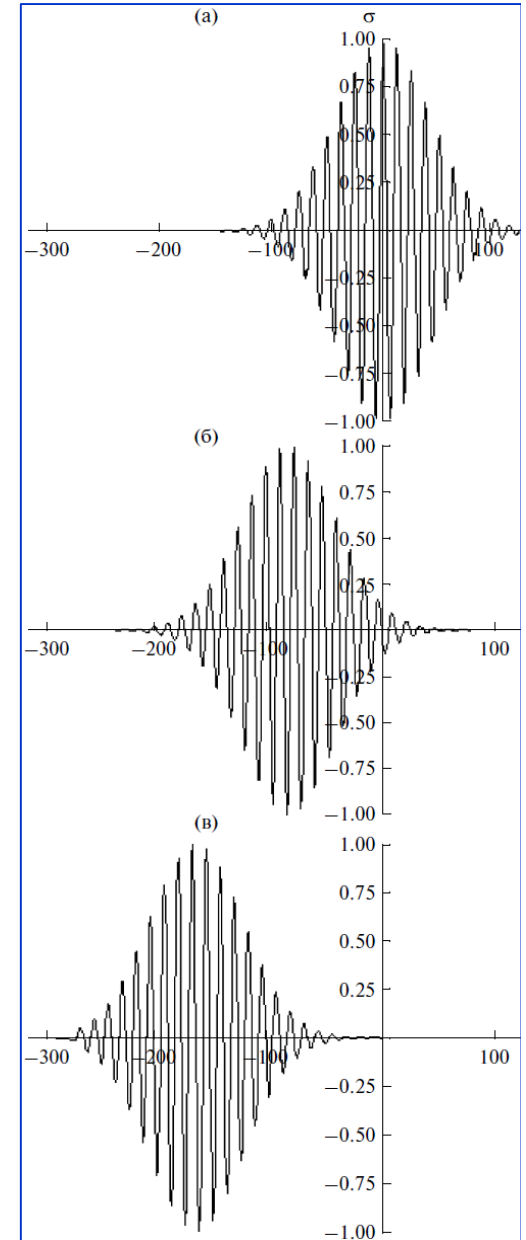
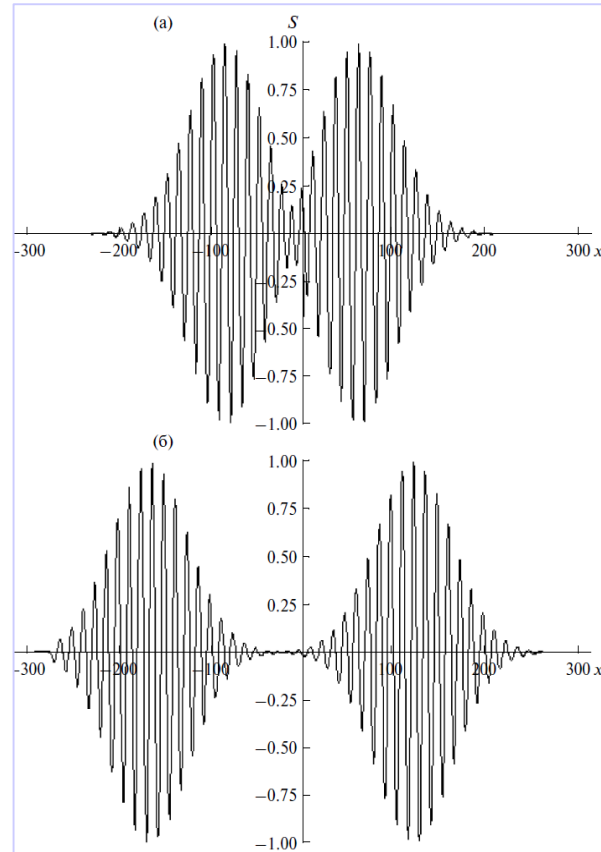
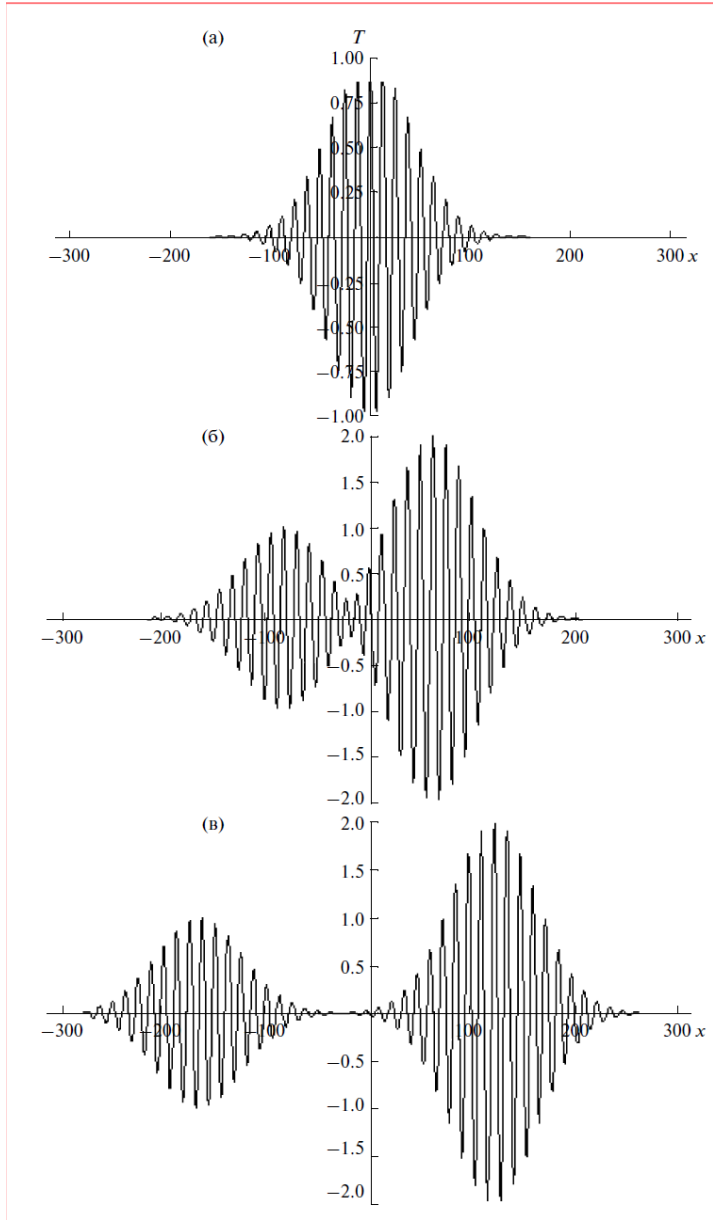
# Пример: квазигеострофическая динамика

(М.В. Калашник. "Океанология", 2011, №6)

**T**

$\Delta\rho$

**S**

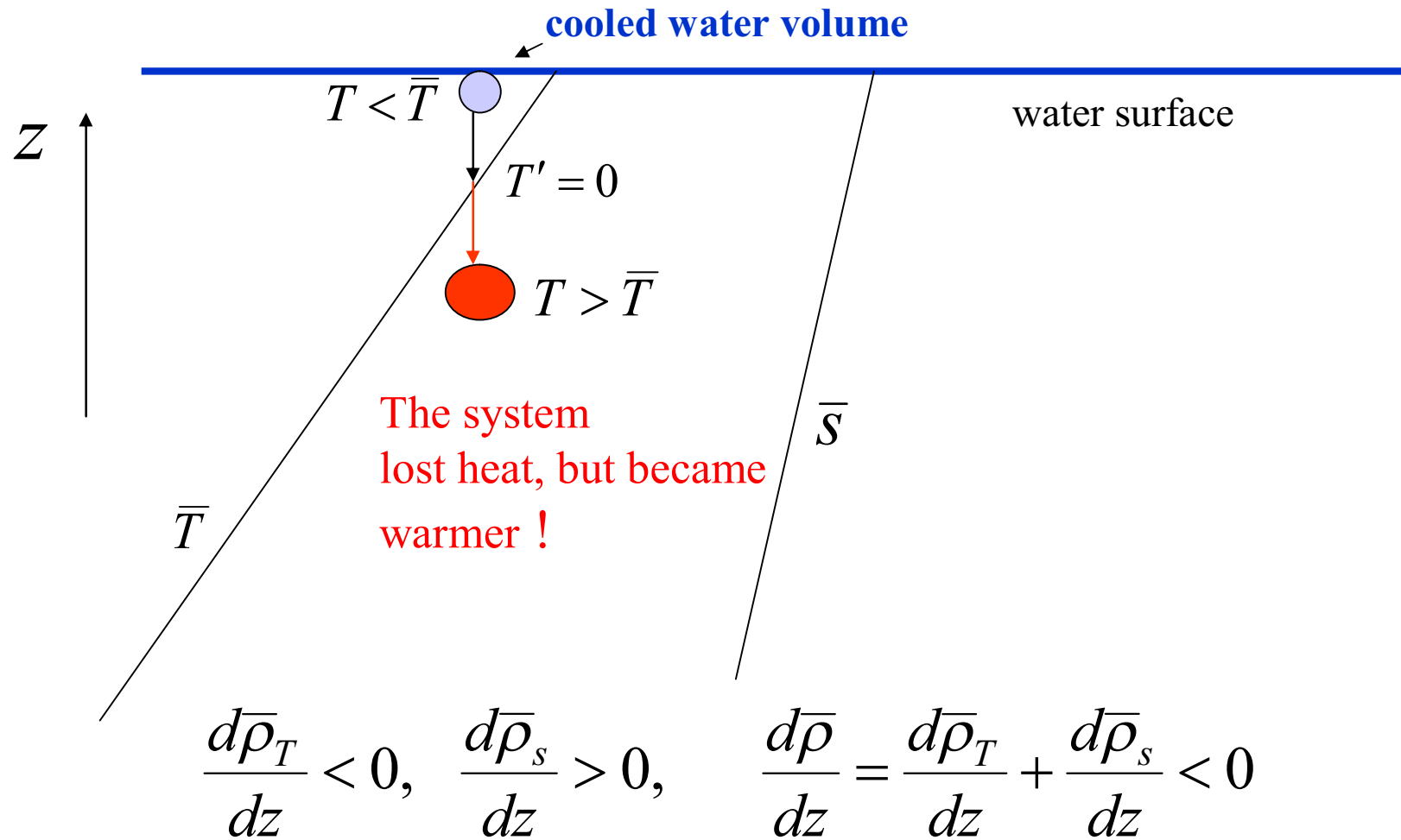




1. Ингель Л.Х., Калашник М.В. Нетривиальные особенности гидротермодинамики бинарных смесей. Успехи физических наук (в печати).
2. Калашник М.В., Ингель Л.Х. Гидродинамическая "память" бинарных смесей // ЖЭТФ. 2006. Т. 130. № 1. С. 161-170.
3. Ингель Л.Х. Калашник М.В. Об особенностях динамики гидротермодинамических возмущений в устойчиво стратифицированной бинарной смеси // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2007. № 6. С. 13-21.
4. Ингель Л.Х. Аномальный отклик стратифицированной жидкости на механическое воздействие // ЖЭТФ. 2006. Т. 129. №1. С. 213-220.
5. Калашник М.В., Ингель Л.Х. Механизм формирования температурных неоднородностей в стратифицированном по температуре и солёности океане. ДАН. 2006. Т. 407. № 5. С. 673-678.
6. Калашник М.В., Ингель Л.Х. Геострофическое приспособление и фронтогенез в стратифицированных двухкомпонентных средах // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2006. Т. 42. № 4. С. 554-565.

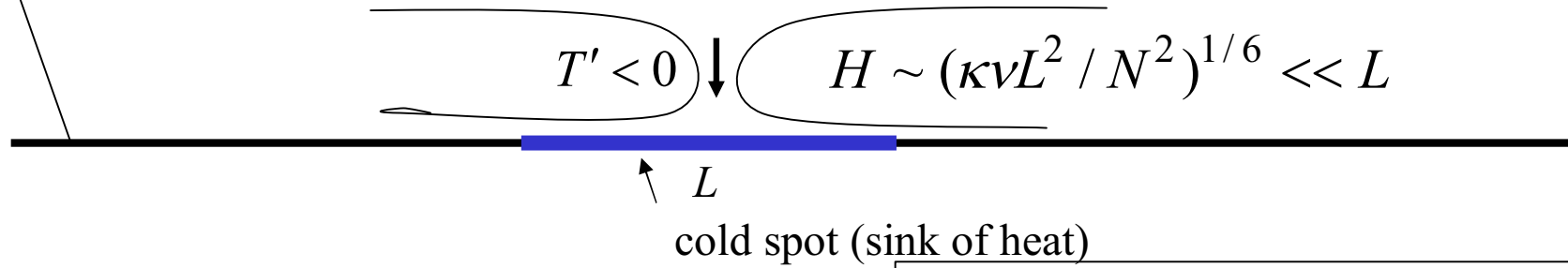
# «Отрицательная теплоемкость»

Пример. Оседание охлажденного объема холодной воды



# СТАЦИОНАРНАЯ КОНВЕКЦИЯ НАД ХОЛОДНЫМ ПЯТНОМ (ЛИНЕЙНАЯ МОДЕЛЬ)

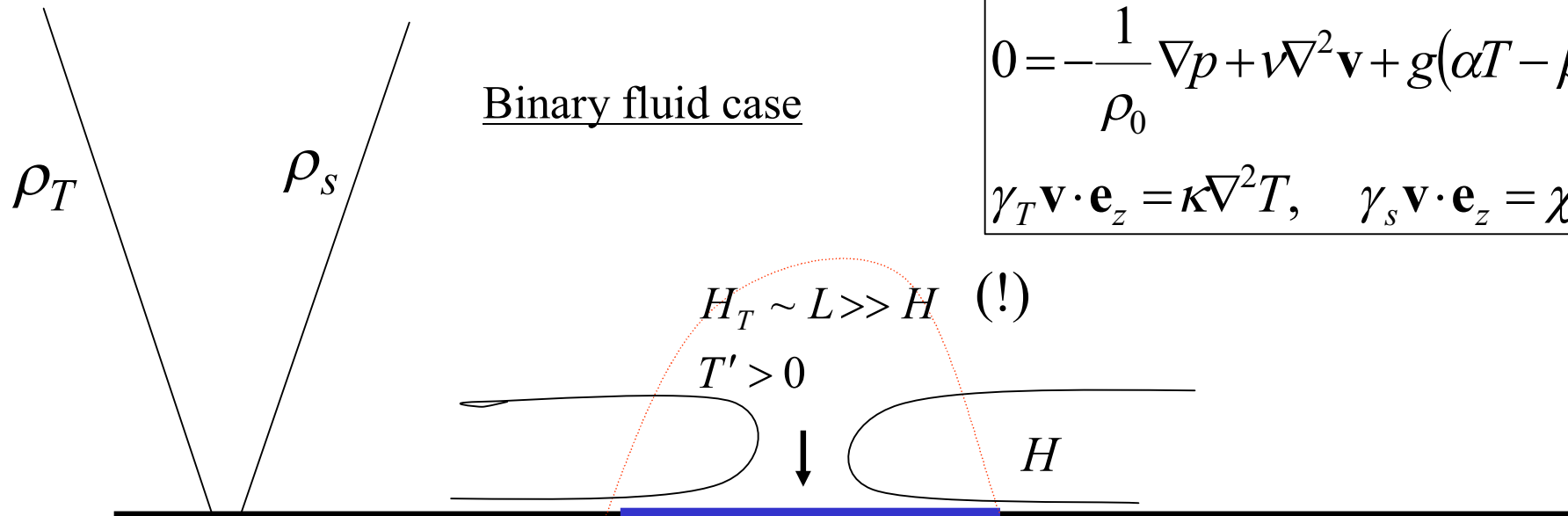
$\rho_T$  Usual one-component fluid case  
(Stommel, Veronis, 1957)



Binary fluid case

$$0 = -\frac{1}{\rho_0} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{v} + g(\alpha T - \beta s) \mathbf{e}_z,$$

$$\gamma_T \mathbf{v} \cdot \mathbf{e}_z = \kappa \nabla^2 T, \quad \gamma_s \mathbf{v} \cdot \mathbf{e}_z = \chi \nabla^2 s.$$



# Аномальный отклик на механическое воздействие

17



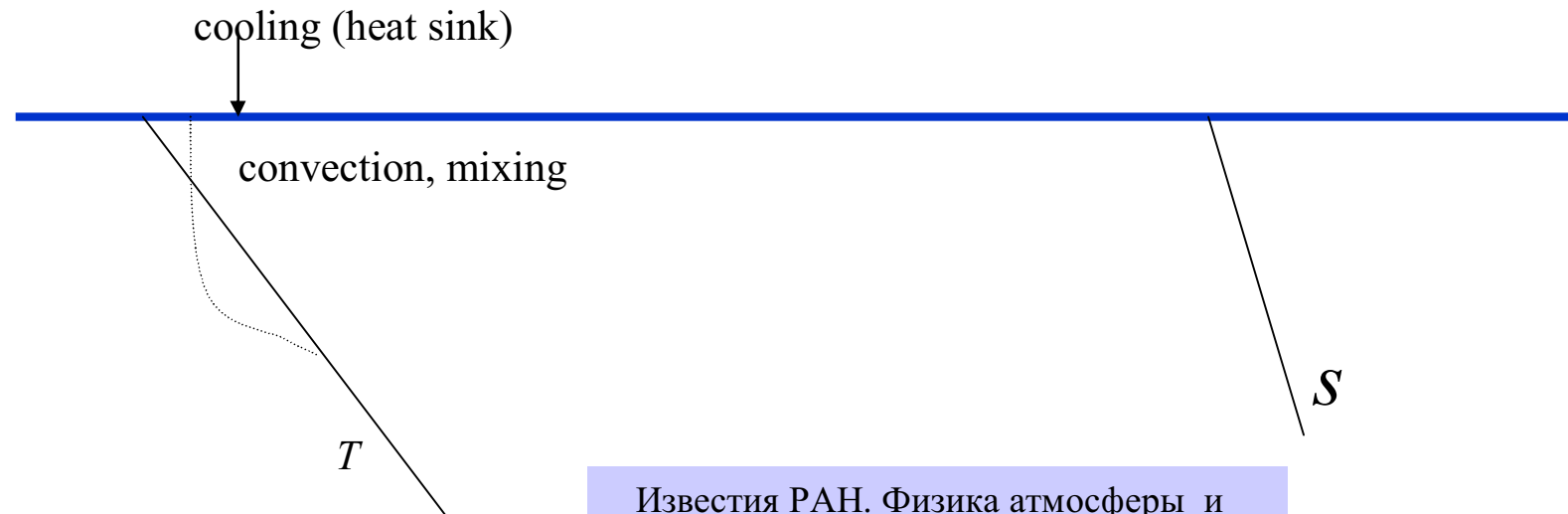
**Добавление устойчивой стратификации  
солености может приводить не к  
уменьшению, а к увеличению  
амплитуды циркуляций и глубины  
их проникновения в среду**

**ЖЭТФ. 2006. Т. 129. №1. С.213-220.**

# Повышение температуры поверхности ПОД ВЛИЯНИЕМ СТОКА ТЕПЛА

16

Turbulent convection in salt water cooling from above



Известия РАН. Физика атмосферы и океана 2002.Т.38. №4. С.496-503.

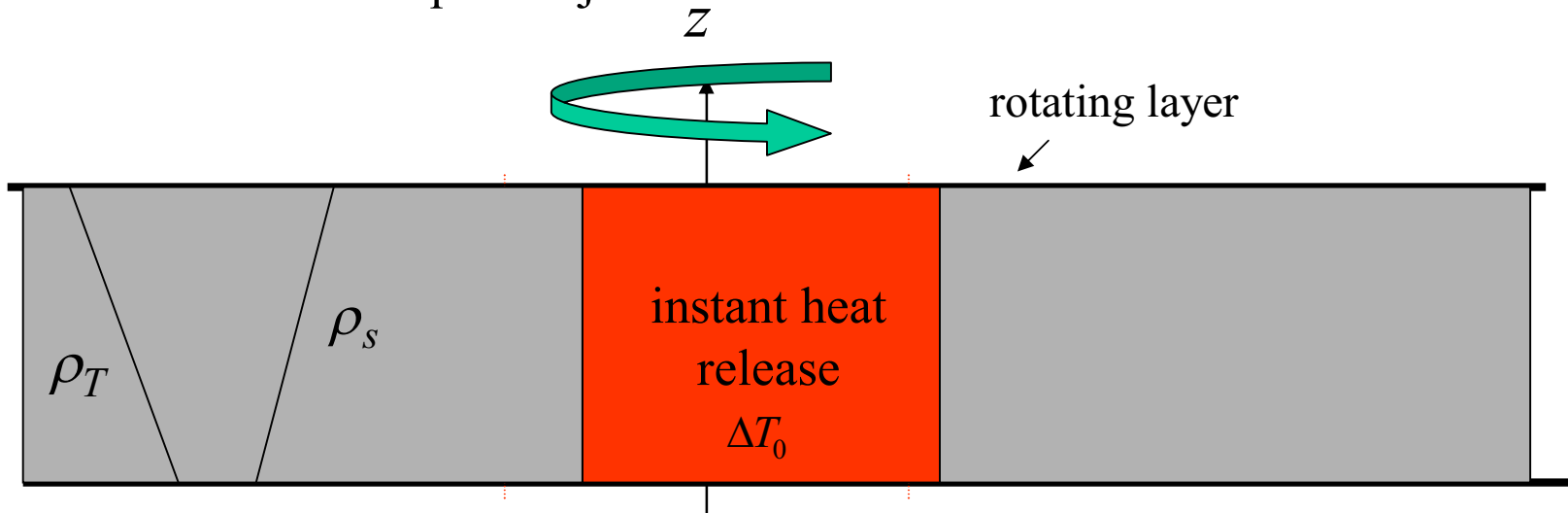
Cooling may lead to **increasing** surface temperature!

Model:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left( K \frac{\partial T}{\partial z} \right), \quad \frac{\partial s}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left( K \frac{\partial s}{\partial z} \right), \quad K = l^2 \sqrt{-\frac{g}{\rho_0} \frac{\partial \rho}{\partial z}} = l^2 \sqrt{g \left( \alpha \frac{\partial T}{\partial z} - \beta \frac{\partial s}{\partial z} \right)}$$

# Отклик вращающейся жидкости на тепловыделение

The response of rotating binary fluid to the instant heat release.  
Geostrophic adjustment.



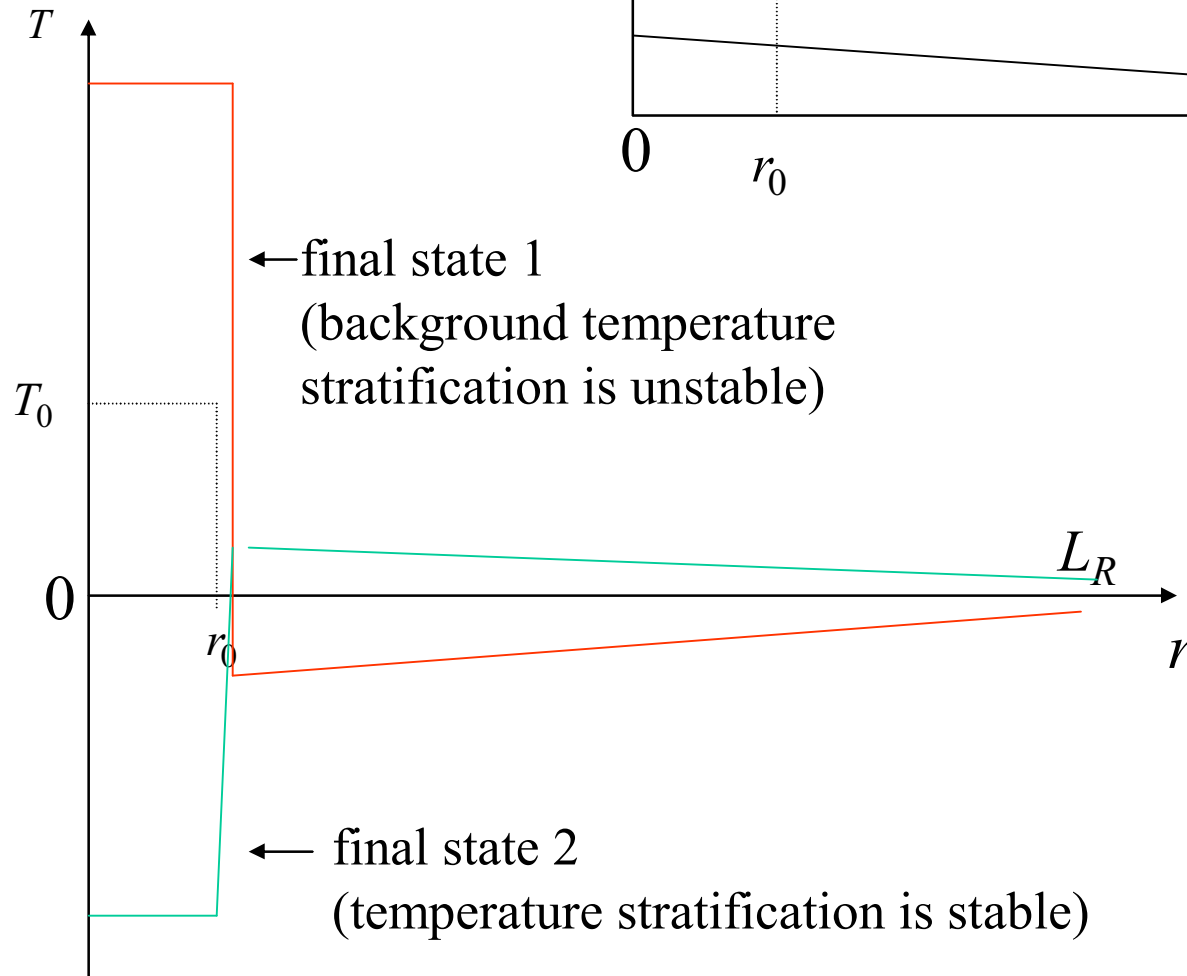
$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + f(\mathbf{k} \times \mathbf{v}) = -\nabla \Phi + g(\alpha T - \beta s)\mathbf{k}$$

← linearised hydrothermodynamics equations

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \gamma_T w = 0, \quad \frac{\partial s}{\partial t} + \gamma_s w = 0, \quad \text{div } \mathbf{v} = 0$$

# Final states

Binary fluid case:



New:

- 1) jumps in final states become possible!
- 2) initial disturbances may grow!
- 3) temperature disturbances may change the sign (“negative heat capacity”)

# ГЕОСТРОФИЧЕСКОЕ ПРИСПОСОБЛЕНИЕ И ФРОНТОГЕНЕЗ В СТРАТИФИЦИРОВАННЫХ ДВУХКОМПОНЕНТНЫХ СРЕДАХ

(Известия РАН. Физика атмосферы и океана. 2006. Т. 42. №4. С. 554-565.)

Некоторые предшествующие работы:

Kalashnik M.V. Geostrophic adjustment and frontogenesis in the continuously stratified fluid // *Dynamics of Atmospheres and Oceans*. 2004. V. 38. N 1. P. 1-37.

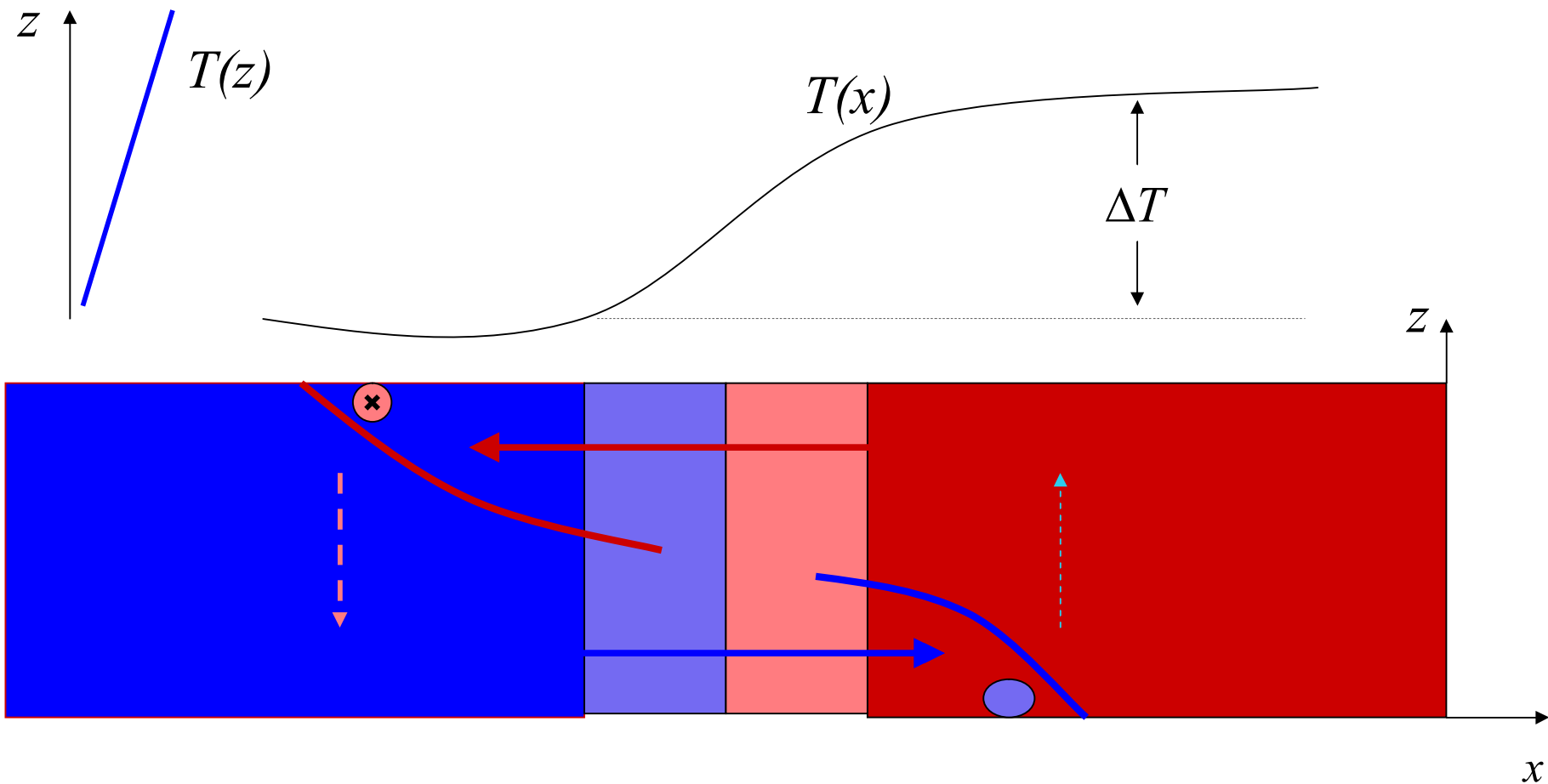
Калашник М.В., Ингель Л.Х. Гидродинамическая "память" бинарных смесей // Журнал экспериментальной и теоретической физики. 2006. Т. 130. №1. С. 161-170.

**Геострофический баланс** – баланс между градиентом давления и силой Кориолиса:

$$f [\mathbf{k} \times \mathbf{u}] = -\frac{1}{\rho} \nabla P$$

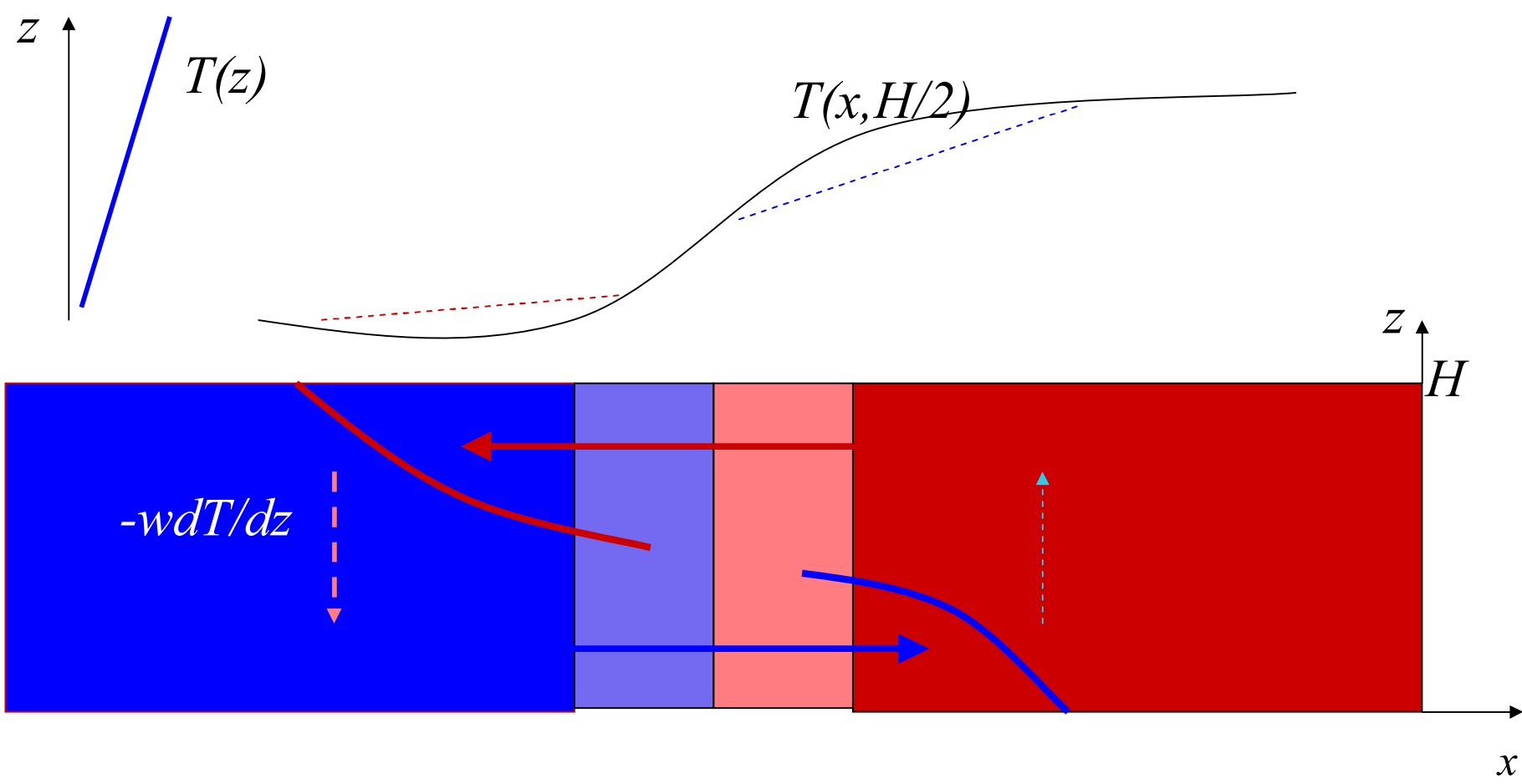

**Основная задача теории приспособления (адаптации) - описание процесса установления стационарных сбалансированных состояний.**

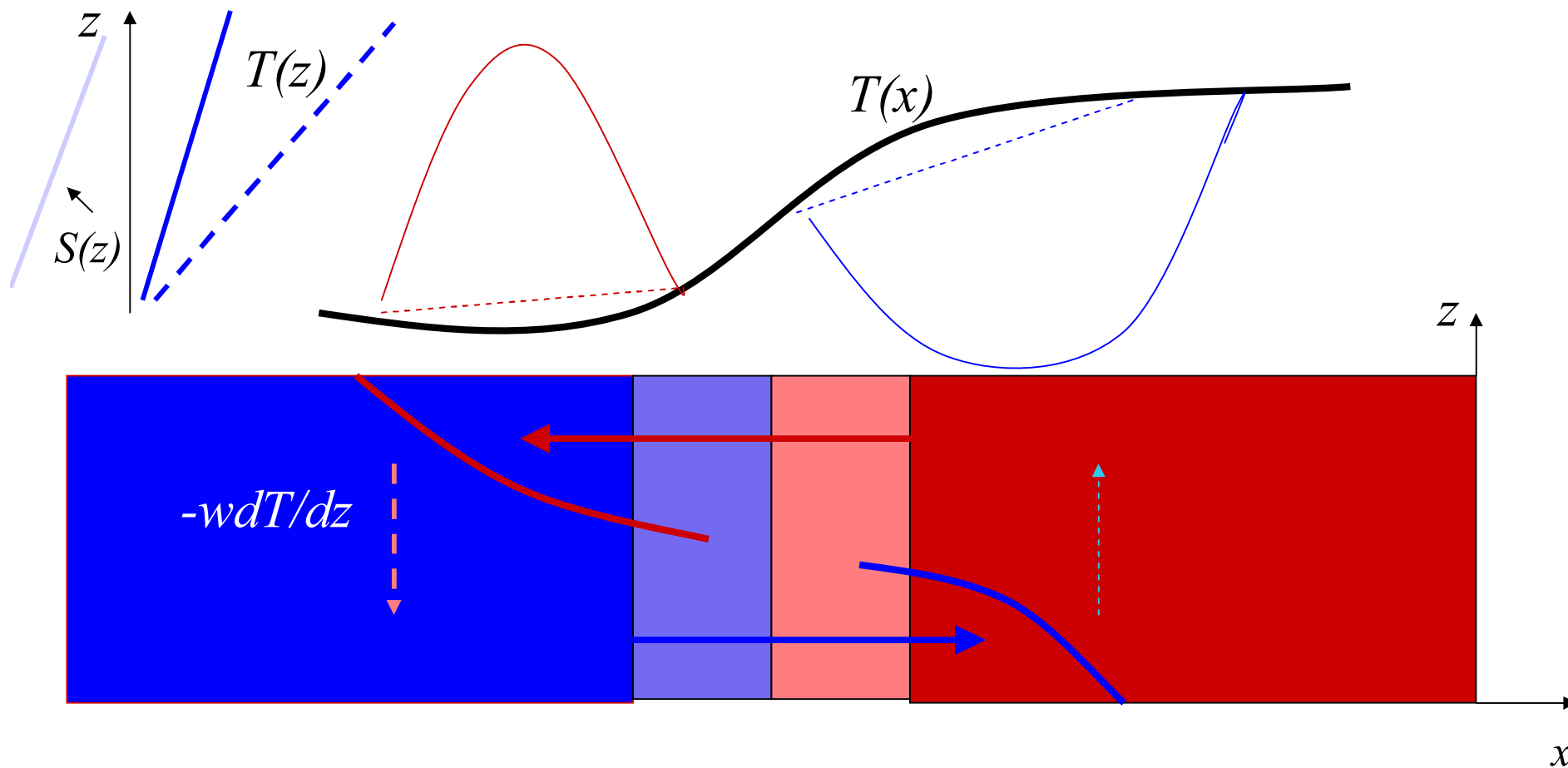




Безразмерная амплитуда – критерий образования разрыва:

$$a = \frac{\Delta T}{\left[ H\gamma_T \left( 1 - \frac{\beta\gamma_s}{\alpha\gamma_T} \right) \right]}$$



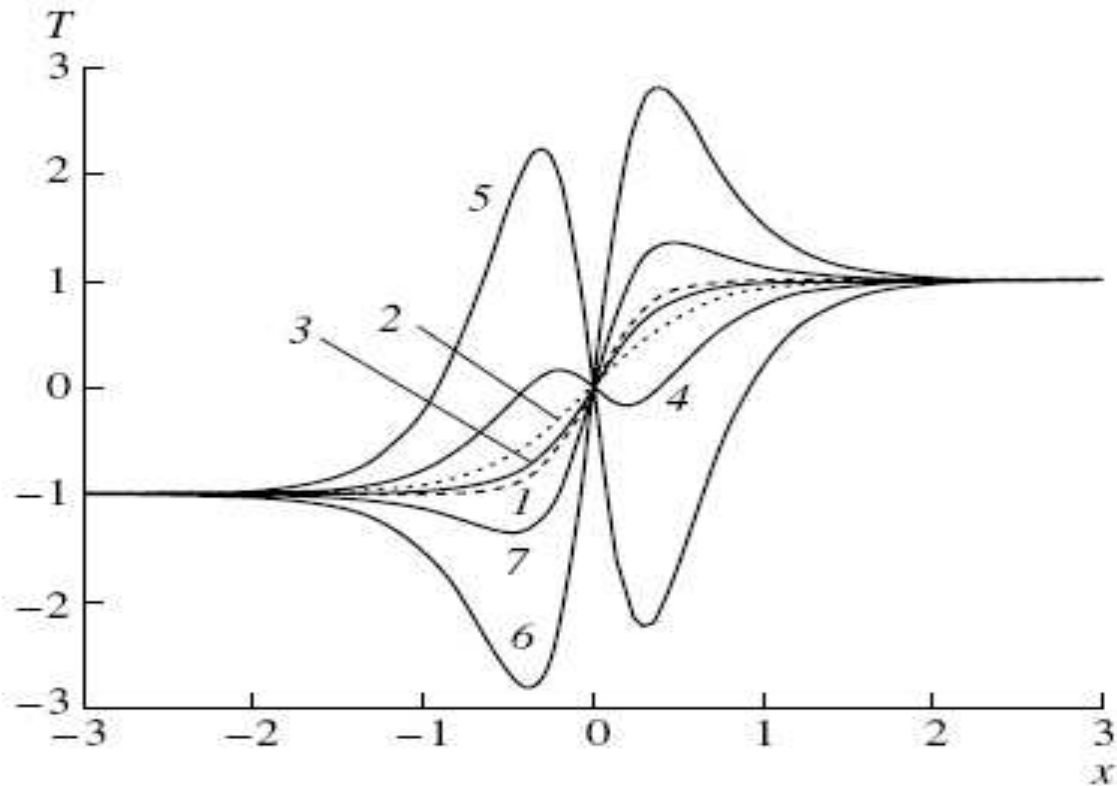


«Степень двухкомпонентности» среды:

$$\frac{d\bar{\rho}}{dz} = \bar{\rho} \left( -\alpha \frac{d\bar{T}}{dz} + \beta \frac{d\bar{s}}{dz} \right)$$

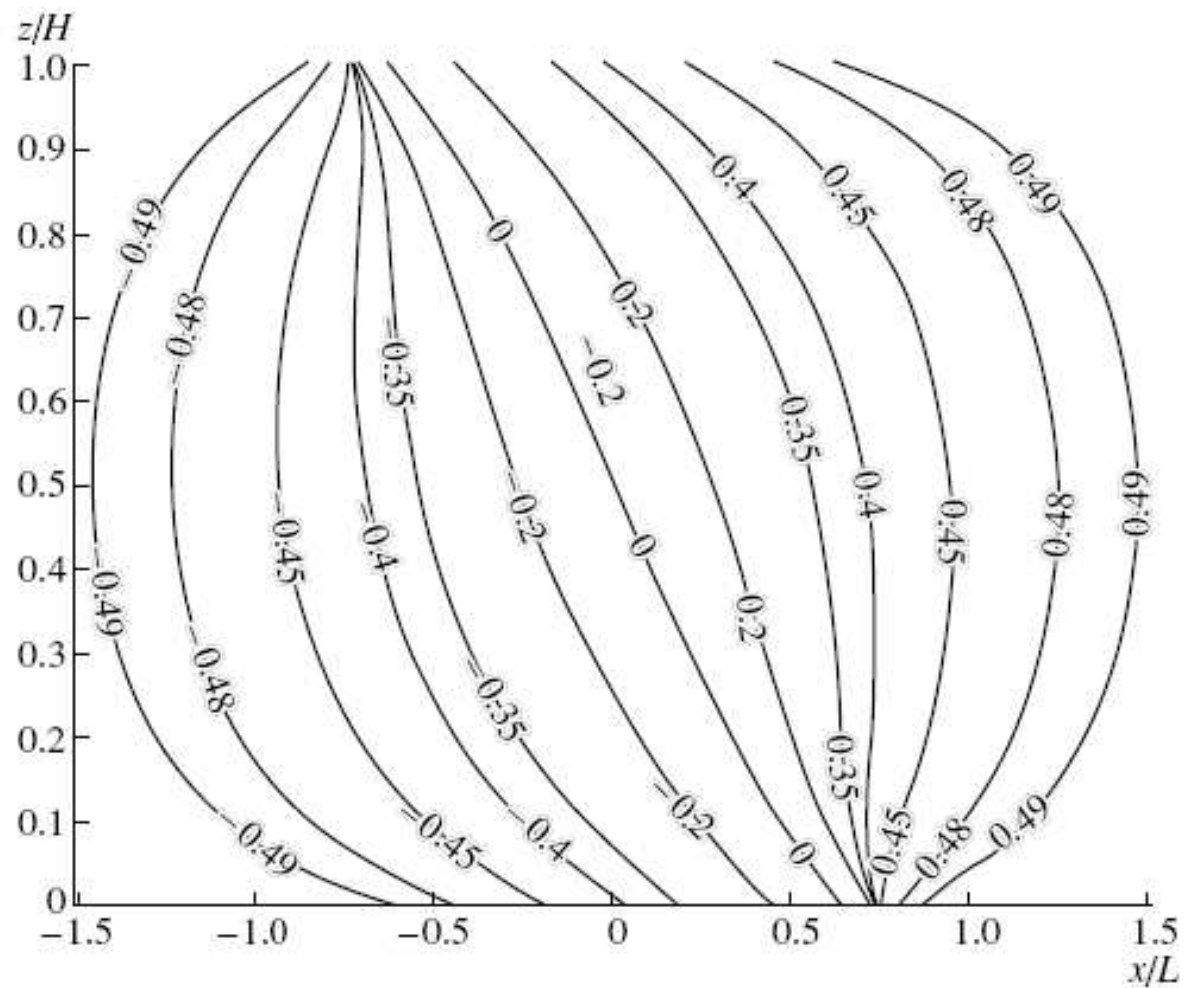
$$\eta = \beta \frac{d\bar{s}}{dz} / \alpha \frac{d\bar{T}}{dz}$$

Финальные состояния по завершении эволюции  
«сглаженной ступеньки» при различных значениях  
«параметра двухкомпонентности»  $\eta$

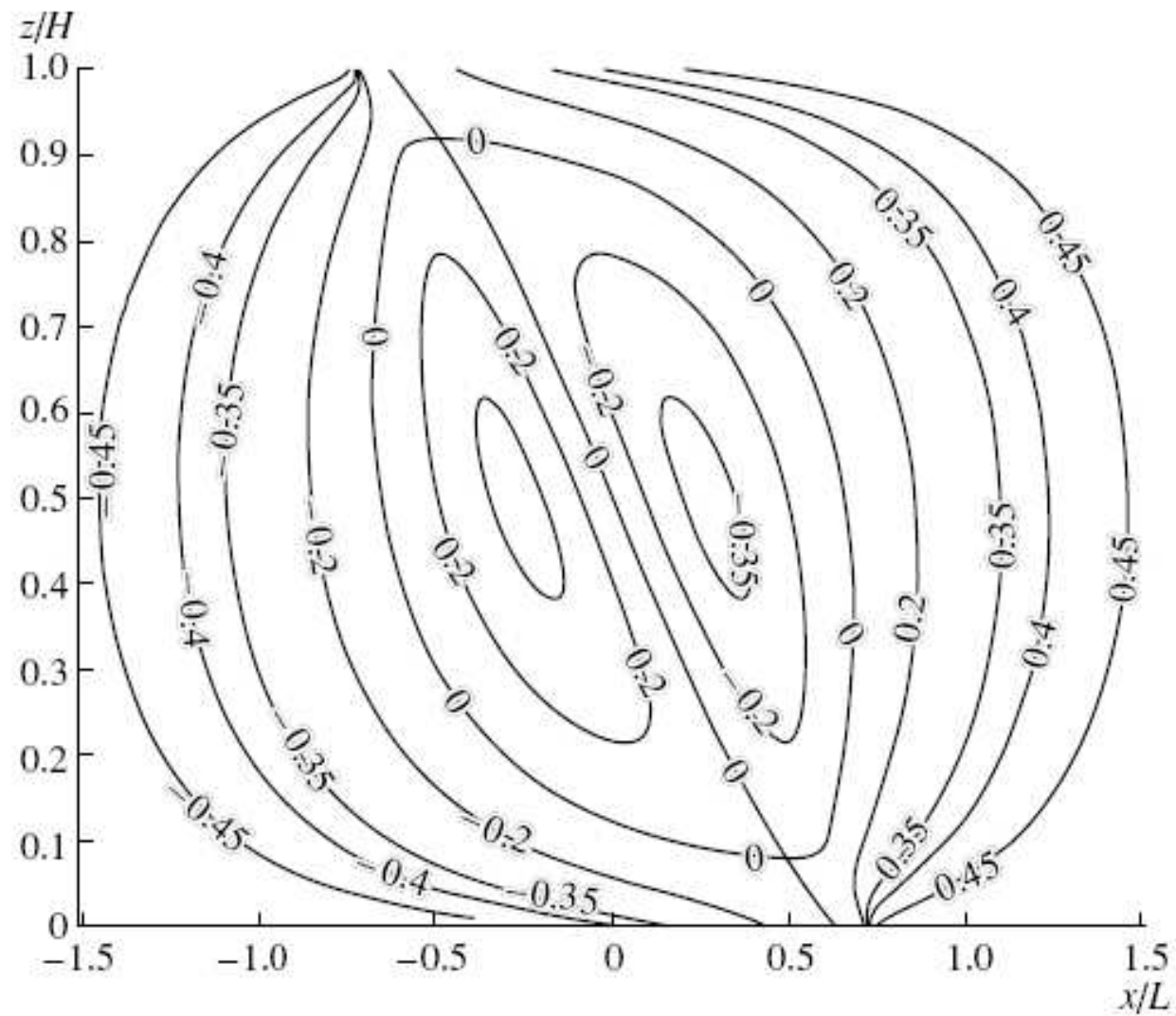


**Рис. 3.** Финальные распределения возмущения температуры на уровне  $z = 0.5$  в случае начального распределения в виде сглаженной ступеньки. Штриховая кривая 1 соответствует начальному распределению, остальные – финальные для различных значений  $\eta$ . Пунктирная кривая 2 относится к случаю однокомпонентной среды ( $\eta = 0$ ), кривая 3 соответствует  $\eta = -2$ , 4 –  $\eta = 0.65$ , 5 –  $\eta = 0.9$ , 6 –  $\eta = 1.15$ , 7 –  $\eta = 1.6$ .

# Образование фронта в однокомпонентной среде (изотермы)



## Пример образование фронта в двухкомпонентной среде (изотермы)



## Основные уравнения

$$\rho = \rho_* (1 - \alpha T + \beta s).$$

$$\frac{du}{dt} - f v = -\frac{\partial p}{\partial x}; \quad \frac{dv}{dt} + f u = 0;$$

$$\frac{dw}{dt} = -\frac{\partial p}{\partial z} + g(\alpha T - \beta s);$$

$$\frac{dT}{dt} = 0; \quad \frac{ds}{dt} = 0; \quad \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0.$$

## Безразмерная плавучесть

$$\sigma = \alpha T - \beta s. \quad (3)$$

Удобно также вместо компоненты скорости  $v$  определить величину абсолютного момента жидкой частицы

$$m = v + fx. \quad (4)$$

$$\frac{du}{dt} - fm = -\frac{\partial \Phi}{\partial x}; \quad \frac{dw}{dt} = -\frac{\partial \Phi}{\partial z} + g\sigma;$$

$$\frac{dm}{dt} = 0; \quad \frac{d\sigma}{dt} = 0; \quad \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0,$$

**Лагранжевы инварианты:**  $m, \sigma, T, s, q = \frac{\partial(m, \sigma)}{\partial(x, z)}$

**В процессе эволюции сохраняются функциональные связи между инвариантами, например,**

$$q = F(m, \sigma)$$



## Важнейшие результаты

1. Теория несбалансированного фронтогенеза, ранее развитая одним из авторов, обобщена на случай двухкомпонентных сред.

2. Фронтальные зоны, возникающие по завершении нелинейного процесса геострофической адаптации при достаточно больших амплитудах гладких начальных возмущений, могут быть более разнообразными, чем в обычных однокомпонентных средах.

Например, разрыв может быть заметно выражен в поле лишь одной из субстанций.

3. Эволюция поля температуры в двухкомпонентных средах может качественно отличаться от классических задач геострофического приспособления. Например, первоначальный тепловой импульс может в процессе адаптации приводить к формированию стационарного температурного возмущения большей амплитуды и (или) противоположного знака. Могут образовываться более сложные структуры. Например, при эволюции сглаженной температурной "ступеньки" возможно возникновение немонотонных температурных распределений, с амплитудами, много большими амплитуды начальной "ступеньки".

# **НЕТРИВИАЛЬНЫЕ ОСОБЕННОСТИ ГИДРОТЕРМОДИНАМИКИ БИНАРНЫХ СМЕСЕЙ**

**Л.Х. Ингель, М.В. Калашник**

## **Содержание**

- 1. Введение (2).**
- 2. Конвективная неустойчивость, обусловленная двойной (дифференциальной) диффузией (3).**
- 3. Гидростатическая адаптация в "дважды стратифицированной" жидкости. «Гидродинамическая память» (5).**
  - 3.1 Явление «гидродинамической памяти».
  - 3.2. Постановка задачи.
  - 3.3. Линейная теория.
  - 3.4. Нелинейная теория.
  - 3.5. Интегральные и лагранжевы законы сохранения для системы уравнений адиабатической динамики.
- 4. Аномальные отклики на механические и термические воздействия на поверхности (...)**
  - 4.1. Постановка задачи о неоднородных касательных напряжениях и предварительные оценки.
  - 4.2. Решение и его анализ.
  - 4.3. Отклики на термические воздействия.

# **СОДЕРЖАНИЕ**

**(продолжение)**

## **5. Новые механизмы конвективной неустойчивости ( )**

5.1. Новый тип неустойчивости, обусловленной двойной диффузией. 5.2. Аномальная термокапиллярная неустойчивость в двухкомпонентных средах. 5.3. Конвективная неустойчивость, обусловленная фоновым течением. 5.4. Неустойчивость, обусловленная более быстрым распространением одной из субстанций. 5.5. Конвективно-радиационная неустойчивость влажного воздуха. 5.6. Неустойчивость, связанная с фазовыми переходами на границе.

## **6. Эффекты вращения ( )**

## **7. Плотностные течения, обусловленные двойной диффузией ( )**

## **8. Аномальное гидродинамическое сопротивление ( )**

## **9. Конвекция в двухкомпонентных средах: нелинейное взаимодействие полей двух субстанций ( )**

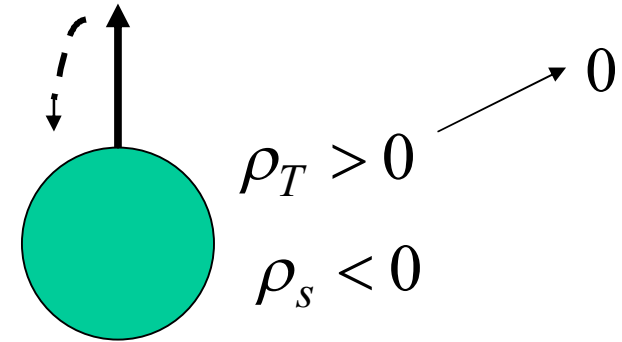
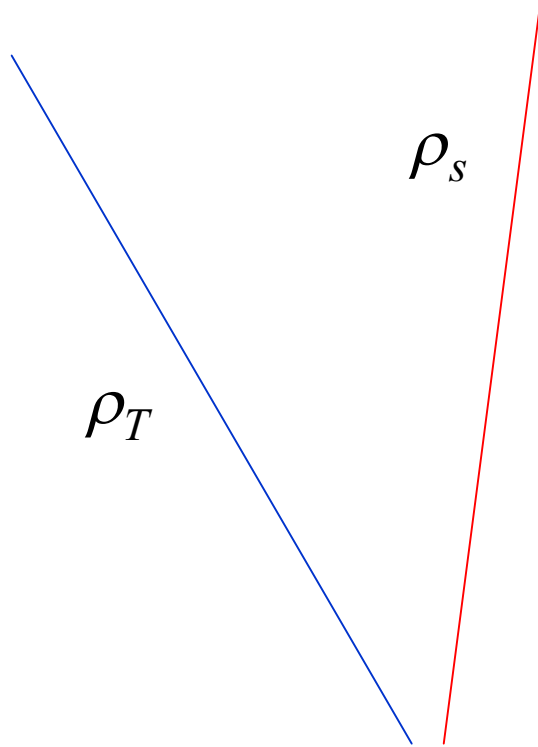
## **10. Заключение ( )**

$$\rho = \rho_* (1 - \alpha T + \beta S)$$

$$\kappa_T \gg \chi_s$$

$$\frac{d\bar{\rho}}{dz} = \frac{d\bar{\rho}_T}{dz} + \frac{d\bar{\rho}_s}{dz}$$

## КОНВЕКЦИЯ, ОБУСЛОВЛЕННАЯ ДВОЙНОЙ (ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ) ДИФFUЗИЕЙ



# СТАЦИОНАРНАЯ КОНВЕКЦИЯ НАД ХОЛОДНЫМ ПЯТНОМ (ЛИНЕЙНАЯ МОДЕЛЬ)

$\rho_T$  Usual one-component fluid case  
(Stommel, Veronis, 1957)

$$R = \frac{N^2 L^4}{\kappa \nu}$$

$$N = \alpha g \gamma_T$$

$$T' < 0 \quad \downarrow \quad H \sim (\kappa \nu L^2 / N^2)^{1/6} \ll L$$

$L$   
cold spot (sink of heat)

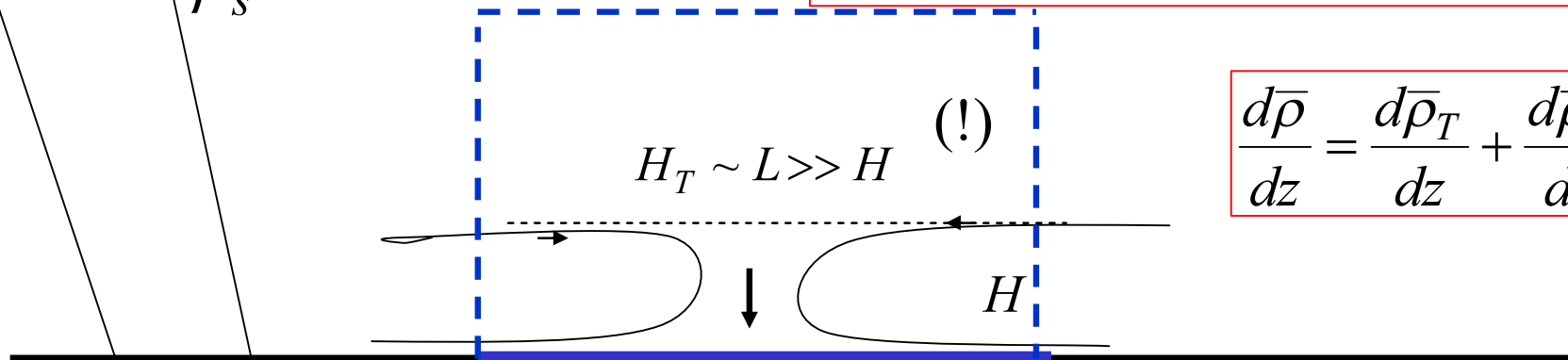
Binary fluid case

$\rho_T$   $\rho_s$

$$H_T \sim L \gg H \quad (!)$$

$$\frac{d\bar{\rho}}{dz} = \frac{d\bar{\rho}_T}{dz} + \frac{d\bar{\rho}_s}{dz}$$

Добавление к устойчивой температурной стратификации устойчивой соленостной стратификации может приводить не к уменьшению, а к увеличению глубины проникновения термических возмущений в среду!



# СТАЦИОНАРНАЯ КОНВЕКЦИЯ НАД ХОЛОДНЫМ ПЯТНОМ (ЛИНЕЙНАЯ МОДЕЛЬ)

Usual one-component fluid case  
(Stommel, Veronis, 1957)

$\rho_T$

$T' < 0$  ↓  $H \sim (k\nu L^2 / N^2)^{1/6} \ll L$

↑  $L$   
cold spot (sink of heat)

Добавление к устойчивой температурной стратификации соле-ностной стратификации может приводить не к уменьшению, а к увеличению амплитуды и глубины проникновения термических возмущений в среду!

Binary fluid case

$\rho_T$

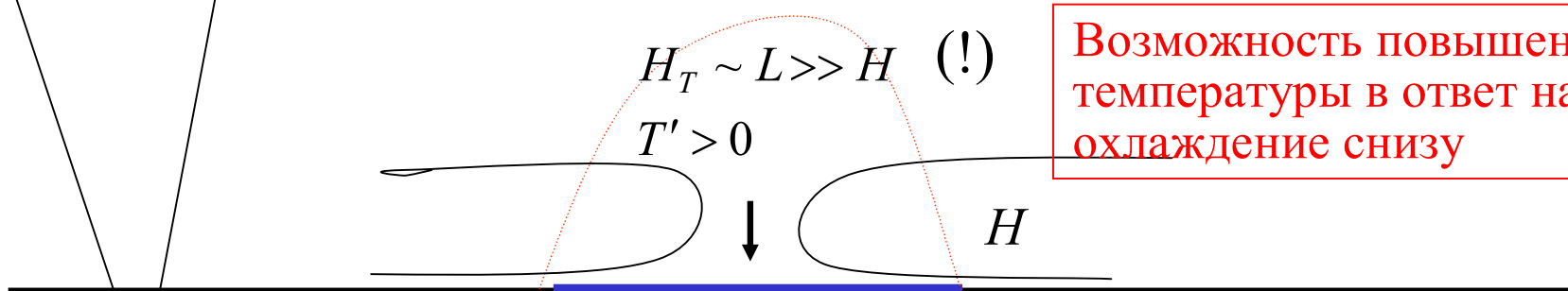
$\rho_s$

$H_T \sim L \gg H$  (!)

$T' > 0$

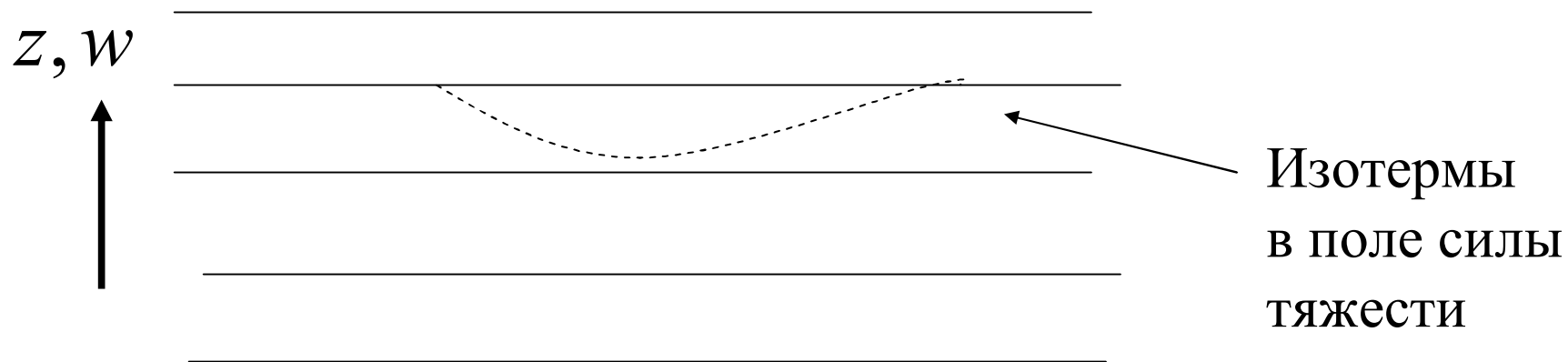
$H$

Возможность повышения температуры в ответ на охлаждение снизу



# Особенности гидростатического приспособления в двухкомпонентной жидкости

3



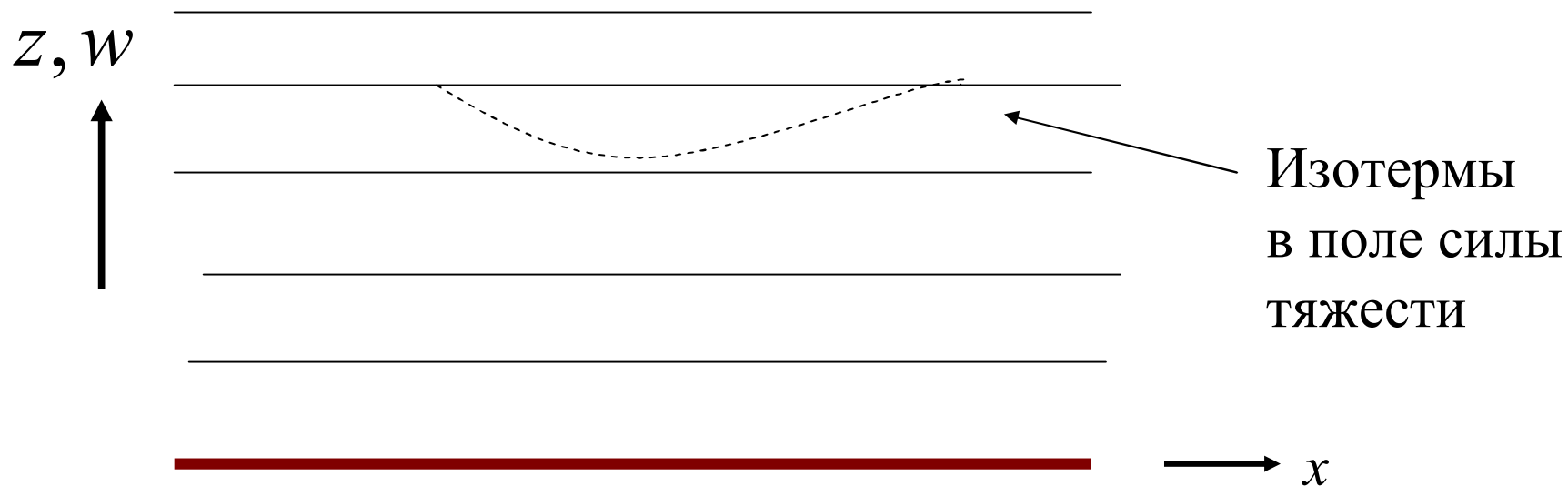
$$\frac{\Delta \varphi}{\bar{\rho}} = -(\alpha \Delta T - \beta \Delta S); \quad \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{\partial \rho}{\partial x} = 0$$

Rudnick D.L., Ferrari R. Compensation of horizontal temperature and salinity gradients in the ocean mixed layer // Science. 1999. V. 283. P. 526-529

# Особенности гидростатического приспособления в двухкомпонентной жидкости

3

## Гидродинамическая «память»

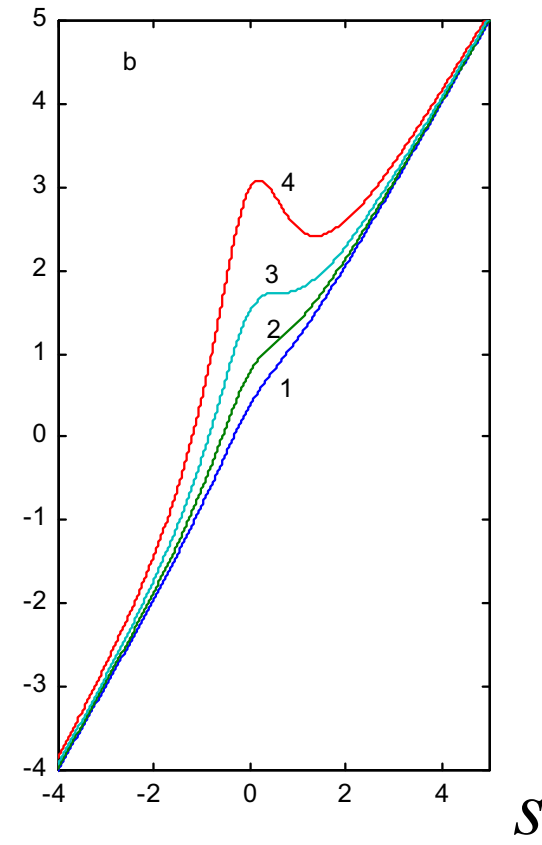
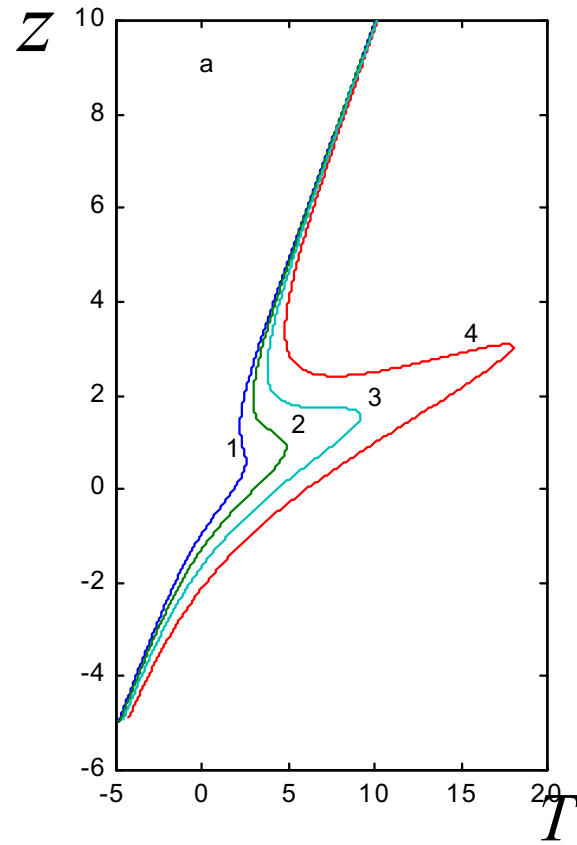


$$\Delta\rho = (\alpha\Delta T - \beta\Delta S); \quad \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{\partial \rho}{\partial x} = 0$$

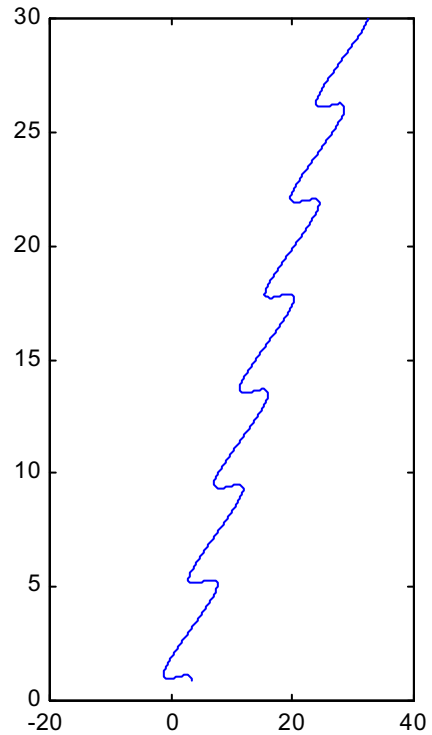
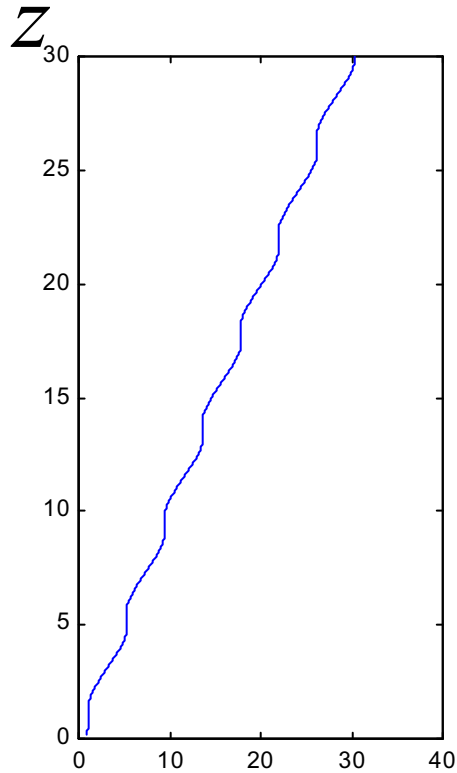
Rudnick D.L., Ferrari R. Compensation of horizontal temperature and salinity gradients in the ocean mixed layer // Science. 1999. V. 283. P. 526-529



# ПРИМЕРЫ ФИНАЛЬНЫХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ



## ПРИМЕРЫ ФИНАЛЬНЫХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ



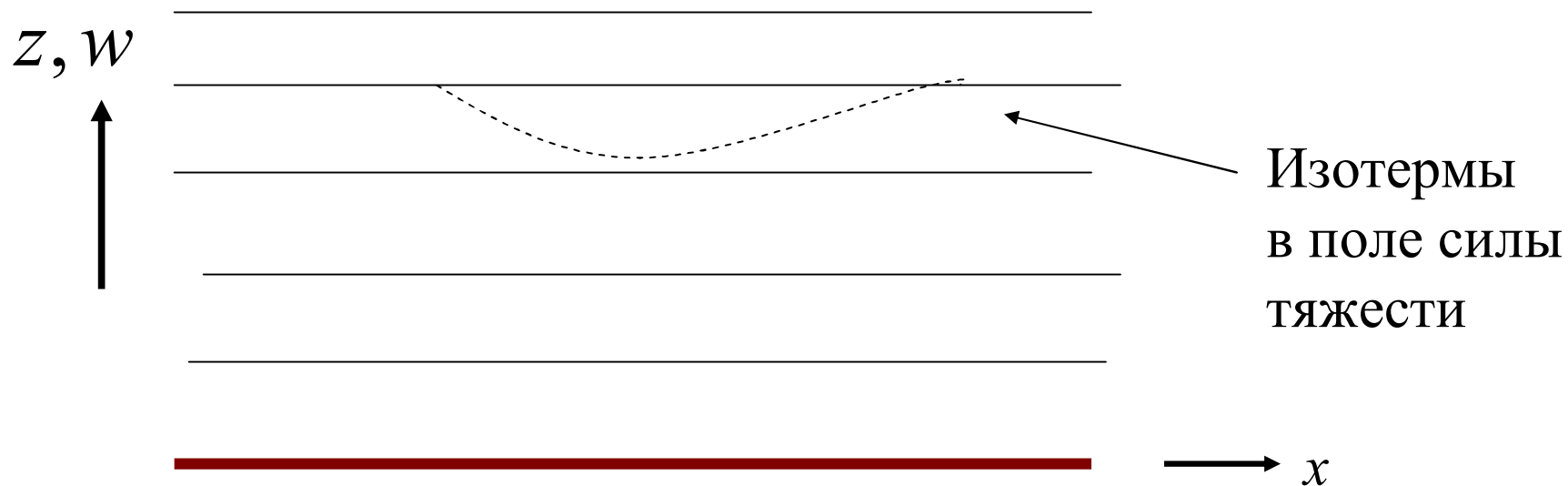
Безразмерный критерий  
для начальной  
амплитуды:

$$a = \frac{\alpha \Delta T}{\gamma H} \geq 1$$

$$\gamma = \alpha \gamma_T - \beta \gamma_s$$

# Гидростатическое приспособление в «обычной» (однокомпонентной) жидкости

2



$$\frac{\Delta \rho}{\bar{\rho}} = -\alpha \Delta T \quad \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{\partial \rho}{\partial x} = 0$$

# **«ГИДРОДИНАМИЧЕСКАЯ ПАМЯТЬ» СОЛЕННОЙ ВОДЫ И ФОРМИРОВАНИЕ ТЕРМОХАЛИННЫХ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ В ОКЕАНЕ**

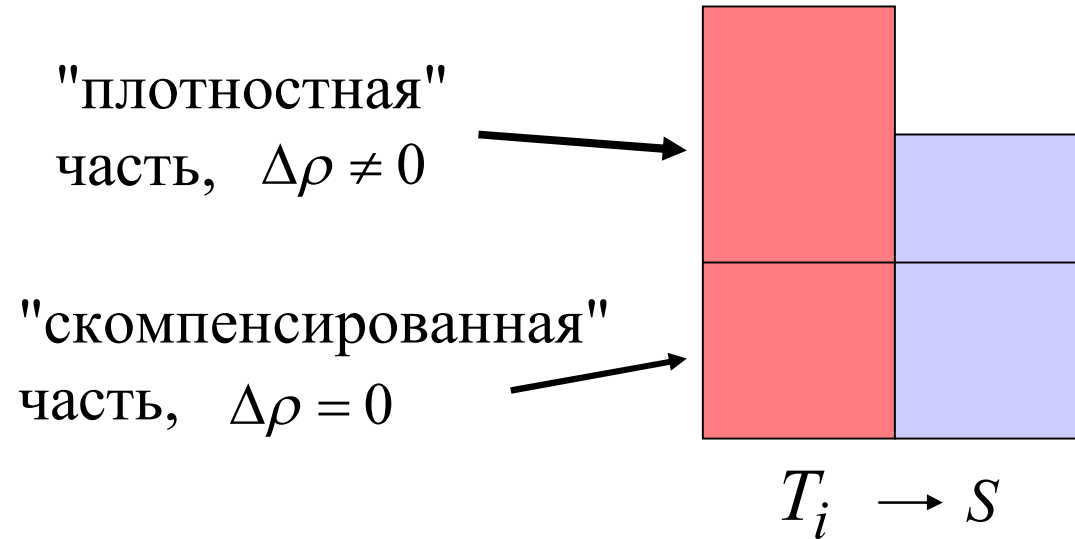
**Ингель Л.Х., Калашник М.В.**  
*ФГБУ "НПО "Тайфун", г. Обнинск*  
**E-mail: [ingeli@obninsk.ru](mailto:ingeli@obninsk.ru)**

---

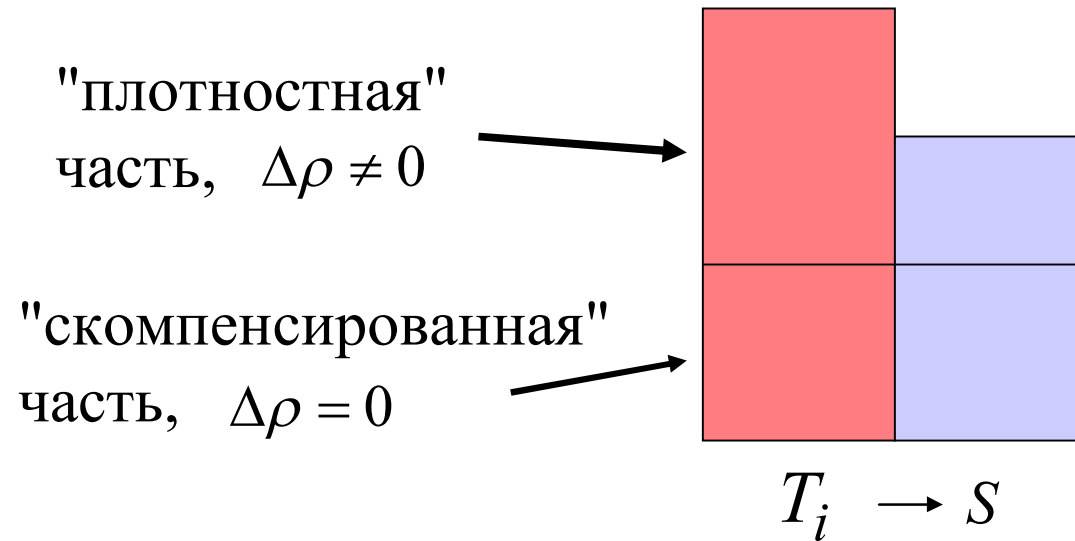
**В лабораторных экспериментах давно замечено,  
что термические возмущения в соленой воде могут  
сохраняться гораздо дольше, чем в пресной.**

*(См., например: Алексеев В. В., Киселева С. В., Лаппо С. С.  
Лабораторные модели физических процессов в атмосфере и океане  
(М.: Наука, 2005.) ).*

Дополнительные разнообразные эффекты  
двухкомпонентного характера среды проявляются  
при учете фоновых течений, вращения, бета-эффекта...



Начальное температурное возмущение  $T_i$   
можно разбить на "скомпенсированную"  
и "плотностную" части:



i2

альное

irina; 12.11.2011