

Задача ассилияции «образа» поверхностных скоростей в одной модели магнитной гидродинамики

В.И. Агошков¹, С.В. Кострыкин¹, А.Ю. Семененко²

¹Институт вычислительной математики РАН,
119333, Москва, Губкина, 8
E-mail: agoshkov@imt.ras.ru

²Московский физико-технический институт (НИУ),
141700 Долгопрудный, Институтский переулок, 9
E-mail: stormerr@gmail.com

Предлагаются математические модели физических процессов в вихревом течении, создаваемом магнитогидродинамическим способом в тонком слое жидкости. Формулируется и исследуется обратная задача о восстановлении вектора электрического поля, формулируется алгоритм численного решения и приводятся результаты численных экспериментов.

Ключевые слова: обратные задачи, вариационная ассилияция данных, образы наблюдений, сопряженные задачи.

Введение

Данная работа посвящена построению математической модели физических процессов в эксперименте, проведенном в Институте физики атмосферы РАН (ИФА РАН) им. А.М. Обухова для исследования вихревого течения, создаваемого магнитогидродинамическим способом в тонком слое вращающейся вязкой жидкости.

Установка для проведения эксперимента представляет собой прямоугольную кювету, заполненную проводящей жидкостью. Высота слоя жидкости 0.75 см. Кювета поставлена на вращающуюся платформу с регулируемой угловой скоростью. На противоположных боковых сторонах кюветы установлены электроды, с помощью которых через жидкость проносится электрический ток. Вихревое течение в кювете создается системой постоянных магнитов с шахматным изменением полярности. Вертикальный компонент магнитного поля имеет амплитуду 3200 Гс и слабо меняется с высотой.

За течением наблюдали как в состоянии покоя, так и при вращении кюветы. Для измерения скорости течения проводилась регистрация с помощью видеокамеры смещений частиц плавучей примеси и последующая обработка видеокадров. В результате были получены поля скоростей при различных значениях пропускаемого тока. Подробно о данном эксперименте можно прочитать в статье (Пономарев и др., 2009).

Помимо построения математической модели в настоящей работе для проверки адекватности модели физического процесса в эксперименте формулируется обратная задача о восстановлении вектора электрического поля. Алгоритм решения обратной задачи основан на ее приближенном сведении к задаче вариационной ассилияции образа “векторных полей скорости в кювете”. В данной работе также осуществляется численное решение рассматриваемой задачи и проводится анализ результатов расчетов.

Математическая модель

Для описания физических процессов в эксперименте предлагается следующая математическая модель, которая представляет собой систему “уравнений мелкой воды” с включением в нее электромагнитных сил (Agoshkov, Kostrykin, Semenenko, 2011):

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial}{\partial t} + r \right) U - fV + g\xi_x &= -\frac{1}{\rho} P_x^a + \frac{1}{h\rho} \tau_1 + \frac{1}{\rho} F_1 + \eta \Delta U, \\ \left(\frac{\partial}{\partial t} + r \right) V + fU + g\xi_y &= -\frac{1}{\rho} P_y^a + \frac{1}{h\rho} \tau_2 + \frac{1}{\rho} F_2 + \eta \Delta V, \\ (hU)_x + (hV)_y + \xi_t &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где U, V – средние по глубине скорости соответственно по осям Ox, Oy ; P^a – функция атмосферного давления на уровне свободной поверхности жидкости; $h=const$ – средняя глубина бассейна; $g=const$ – ускорение свободного падения; $\rho=const$ – плотность жидкости в бассейне; $\tau=(\tau_1, \tau_2)$ – вектор напряжения трения ветра; $\eta = const \geq 0$ – коэффициент горизонтальной вязкости; $U_x \equiv \partial U / \partial x, V_y \equiv \partial V / \partial y, \xi_t \equiv \partial \xi / \partial t$; ξ – высота ”свободной поверхности“ жидкости в бассейне; f – параметр Кориолиса (Марчук, Саркисян, 1988). Здесь также, r – коэффициент придонного трения равный 0.036 с (Пономарев и др., 2009).

Для упрощения изложения в данной работе, как правило, рассматриваются случаи задач с постоянными коэффициентами ($h=const, \eta=const$ и др.) Однако, как легко будет заметить, ряд подходов и результатов может быть распространен и на задачи с переменными h, η и др.

Из теории магнитной гидродинамики известно что (Яновский, 1964; Кирко, Кирко, 2009) $\vec{F} = [\vec{j}, \vec{B}]$, $\vec{j} = \sigma(\vec{E} + [\vec{V}, \vec{B}])$, где \vec{V} – скорость движения вещества, \vec{j} – плотность электрического тока, \vec{E} – напряженность электрического поля, \vec{B} – магнитная индукция, $[,]$ – векторное произведение, σ – удельная проводимость среды. Считаем что \vec{j} , \vec{E} и \vec{B} не зависят от z . Для данного эксперимента можно считать что $\vec{B} = (0, 0, B)^T$, $\vec{E} = (E_1, E_2, 0)^T$. Также считая, что скорость $\vec{V} = (U, V, 0)^T$, получаем $F_1 = \sigma B E_2 - \sigma B^2 U, F_2 = -\sigma B E_1 - \sigma B^2 V$.

Подставим полученные выражения в (1) и получим следующую систему уравнений вида:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial}{\partial t} + \tilde{r} \right) U - fV + g\xi_x &= -\frac{1}{\rho} P_x^a + \frac{1}{h\rho} \tau_1 + \frac{\sigma B}{\rho} E_2 + \eta \Delta U, \\ \left(\frac{\partial}{\partial t} + \tilde{r} \right) V + fU + g\xi_y &= -\frac{1}{\rho} P_y^a + \frac{1}{h\rho} \tau_2 - \frac{\sigma B}{\rho} E_1 + \eta \Delta V, \\ (hU)_x + (hV)_y + \xi_t &= 0, \end{aligned} \quad (2)$$

где $\tilde{r} = r + \frac{\sigma B^2}{\rho}$.

Рассматриваем случай стационарного движения жидкости в бассейне и учитываем предположение $h=const$. Тогда последнее уравнение из (2) принимает вид

$$div \vec{V} = \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0$$

Вводя функцию тока φ , имеем:

$$U = -\frac{\partial \varphi}{\partial y}, V = \frac{\partial \varphi}{\partial x}.$$

Теперь исключая из первых двух уравнений (2) функции P^a и ζ и используя третье уравнение (2), получаем уравнение:

$$\eta \Delta^2 \varphi - \operatorname{div}(\tilde{r} \nabla \varphi) - \beta \frac{\partial \varphi}{\partial x} = -\frac{1}{h\rho} \operatorname{rot} \tau + \frac{\sigma}{\rho} \operatorname{div}(B \vec{E}), \quad (3)$$

где β – производная параметра Корриолиса по широте.

Предположим, что первое слагаемое в левой части с $\Delta^2 \varphi$ вносит меньший эффект, чем остальные слагаемые. Опуская это слагаемое и предполагая, что ветра, как движущей силы нет (что имеет место в обсуждаемом эксперименте), получаем следующую математическую модель стационарного процесса:

$$\operatorname{div}(\tilde{r} \nabla \varphi) + \beta \frac{\partial \varphi}{\partial x} = -\frac{\sigma}{\rho} \operatorname{div}(B \vec{E}), \quad (4)$$

исследование которой осуществляется в дальнейшем.

Предположим далее, что поле $\vec{E} = (E_1, E_2)$ потенциально, при этом

$$\vec{n} \cdot \vec{E} = \vec{E}_\Gamma \cdot \vec{n} = E_{\Gamma,n} \text{ на } \partial\Omega$$

при заданном векторе \vec{E}_Γ и \vec{n} – единичном векторе внешней нормали к границе бассейна $\partial\Omega$.

Продолжая \vec{E}_Γ «гармоническим» образом (т.е. вектор функцией, каждый компонент которой вне Ω является гармонической функцией) и переходя к $\vec{E}_0 \equiv \vec{E} - \vec{E}_\Gamma$, получаем задачу:

$$\begin{aligned} \operatorname{div}(\tilde{r} \nabla \varphi) + \beta \frac{\partial \varphi}{\partial x} &= -\frac{\sigma}{\rho} \operatorname{div} B \vec{E}_0 + f \text{ в } \Omega, \\ \varphi &= 0 \text{ на } \partial\Omega, \end{aligned} \quad (5)$$

где $\vec{E}_0 \cdot \vec{n} = 0$ на $\partial\Omega = \Gamma$, $f = -\sigma(\operatorname{div} B \vec{E}_\Gamma)/\rho$.

В последующем для (5) мы сформулируем обратную задачу, исследуем ее разрешимость и предложим алгоритм численного решения.

Безразмерный анализ

Рассматриваем систему уравнений:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial}{\partial t} + r \right) U - fV + g\xi_x &= -\frac{1}{\rho} P_x^a + \frac{1}{h\rho} \tau_1 + \frac{1}{\rho} F_1 + \eta \Delta U, \\ \left(\frac{\partial}{\partial t} + r \right) V + fU + g\xi_y &= -\frac{1}{\rho} P_y^a + \frac{1}{h\rho} \tau_2 + \frac{1}{\rho} F_2 + \eta \Delta V, \\ (hU)_x + (hV)_y + \xi_t &= 0. \end{aligned} \quad (6)$$

Введем безразмерные переменные: $x = L_0 \bar{x}$, $y = L_0 \bar{y}$, $U = v_0 \bar{U}$, $V = v_0 \bar{V}$, $t = T_0 \bar{t}$, $P = P_0 \bar{P}$, $\tau_1 = \tau_0 \bar{\tau}_1$, $\tau_2 = \tau_0 \bar{\tau}_2$, $F_1 = F_0 \bar{F}_1$, $F_2 = F_0 \bar{F}_2$, $\xi = \xi_0 \bar{\xi}$, $f = f_0 \bar{f}$.

Тогда система уравнений движения жидкости примет вид:

$$\begin{aligned} \frac{v_0}{T_0} \frac{\partial}{\partial \bar{t}} \bar{U} + (rv_0) \bar{U} - (f_0 v_0) \bar{f} \bar{V} + \frac{g \xi_0}{L_0} \bar{\xi}_{\bar{x}} &= -\frac{P_0}{\rho L_0} \bar{P}_{\bar{x}}^a + \frac{\tau_0}{h \rho} \bar{\tau}_1 + \frac{F_0}{\rho} \bar{F}_1 + \frac{\eta}{L_0^2} \Delta \bar{U}, \\ \frac{v_0}{T_0} \frac{\partial}{\partial \bar{t}} \bar{V} + (rv_0) \bar{U} + (f_0 v_0) \bar{f} \bar{U} + \frac{g \xi_0}{L_0} \bar{\xi}_{\bar{y}} &= -\frac{P_0}{\rho L_0} \bar{P}_{\bar{y}}^a + \frac{\tau_0}{h \rho} \bar{\tau}_2 + \frac{F_0}{\rho} \bar{F}_2 + \frac{\eta}{L_0^2} \Delta \bar{V}, \\ \frac{v_0}{L_0} (h \bar{U})_{\bar{x}} + \frac{v_0}{L_0} (h \bar{V})_{\bar{y}} + \frac{\xi_0}{T_0} \bar{\xi}_{\bar{\tau}} &= 0. \end{aligned} \quad (7)$$

Если мы рассматриваем такие гидродинамические процессы, у которых скорость распространения возмущений такого же порядка, что и скорость движения частиц, то $L_0 = T_0 v_0$.

Пусть рассматривается случай, когда модель описывает физические параметры в «реальном» океане. Тогда для удаленного от берегов океана: $L_0 \sim 10^6$ м, $v_0 \sim 10^{-2}$ м/с, $T_0 \sim 10^8$ с, $P_0 \sim 10^5$ Па, $\tau_0 \sim 10^{-1}$ Па, $F_0 \sim 0.5 \cdot 10^{-7}$ Н/м³, $\xi_0 \sim 1$ м, $f_0 \sim 10^{-4}$ 1/с.

Отметим, что оценка F_0 характерной величины для электромагнитной силы \vec{F} бралась используя $\vec{F} = [rot \vec{H}, \vec{H}]$, а значение H бралось как среднее значение для Земли. Предполагая $r = 10^{-3}$ с⁻¹, $h = 10^3$ м, $\eta = 10^2$ м²/с, уравнения (7) принимают вид:

$$\begin{aligned} 10^{-10} \frac{\partial}{\partial \bar{t}} \bar{U} + 10^{-5} \bar{U} - 10^{-6} \bar{f} \bar{V} + 10^{-5} \bar{\xi}_{\bar{x}} &= -10^{-4} \bar{P}_{\bar{x}}^a + 10^{-5} \bar{\tau}_1 + 10^{-10} \bar{F}_1 + 10^{-10} \Delta \bar{U}, \\ 10^{-10} \frac{\partial}{\partial \bar{t}} \bar{V} + 10^{-5} \bar{U} + 10^{-6} \bar{f} \bar{U} + 10^{-5} \bar{\xi}_{\bar{y}} &= -10^{-4} \bar{P}_{\bar{y}}^a + 10^{-5} \bar{\tau}_2 + 10^{-10} \bar{F}_2 + 10^{-10} \Delta \bar{V}, \\ 10^{-5} (\bar{U})_{\bar{x}} + 10^{-5} (\bar{V})_{\bar{y}} + 10^{-8} \bar{\xi}_{\bar{\tau}} &= 0. \end{aligned}$$

В первых двух уравнениях отбрасываем слагаемые с коэффициентами меньше 10^{-6} , в третьем уравнении отбрасываем последнее слагаемое и получаем в «размерном» виде:

$$\begin{aligned} rU - fV + g\xi_x &= -\frac{1}{\rho} P_x^a + \frac{1}{h\rho} \tau_1, \\ rV + fU + g\xi_y &= -\frac{1}{\rho} P_y^a + \frac{1}{h\rho} \tau_2, \\ U_x + V_y &= 0. \end{aligned}$$

Последняя система уравнений при введении функции тока эквивалентна уравнению Стommела:

$$r\Delta\phi + \beta \frac{\partial\phi}{\partial x} = \frac{1}{\rho} rot \tau \quad (8)$$

Теперь пусть рассматривается процесс движения жидкости в кювете из эксперимента, упомянутого выше. Тогда для кюветы: $L_0 \sim 10^{-1}$ м, $v_0 \sim 10^{-2}$ м/с, $T_0 \sim 10$ с, $P_0 \sim 10^5$ Па, $\tau_0 = 0$ Па, $F_0 \sim 10^{-3}$ Н/м³, $\xi_0 \sim 10^{-4}$ м, $f_0 \sim 10^{-4}$ 1/с. Отметим, что оценка F_0 бралась из экспе-

римента. Предполагая $r=10^{-2}$ 1/с, $h=10^{-3}$ м, коэффициент турбулентной вязкости при таком масштабе будет принимать такие же значения, как и молекулярная вязкость – $\eta=10^{-6} - 10^{-9}$ м²/с уравнения (7) принимают вид:

$$\begin{aligned} 10^{-3} \frac{\partial}{\partial t} \bar{U} + 10^{-4} \bar{U} - 10^{-6} \bar{fV} + 10^{-2} \bar{\xi}_x &= -10^3 \bar{P}_x^a + 10^{-6} \bar{F}_1 + 10^{-7} \Delta \bar{U}, \\ 10^{-3} \frac{\partial}{\partial t} \bar{V} + 10^{-4} \bar{U} + 10^{-6} \bar{fU} + 10^{-2} \bar{\xi}_y &= -10^3 \bar{P}_y^a + 10^{-6} \bar{F}_2 + 10^{-7} \Delta \bar{V}, \\ 10^{-2} (\bar{U})_x + 10^{-2} (\bar{V})_y + 10^{-5} \bar{\xi}_z &= 0. \end{aligned}$$

Рассматриваем только эксперимент со стационарным движением (поэтому отбрасываем первые члены в первых двух уравнениях). В последнем уравнении отбрасываем последний член. Так же считаем что η очень мал, потому отбрасываем последние члены в первых двух уравнениях. Тогда получаем следующую систему (в «размерном» виде):

$$\begin{aligned} rU - fV + g\xi_x &= -\frac{1}{\rho} P_x^a + \frac{1}{\rho} F_1, \\ rV + fU + g\xi_y &= -\frac{1}{\rho} P_y^a + \frac{1}{\rho} F_2, \\ (hU)_x + (hV)_y &= 0. \end{aligned} \tag{9}$$

Эта система приводит к уравнению, аналогичному уравнению Стommела:

$$r_{\Delta}\phi + \beta \frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{1}{\rho} \text{rot} F \tag{10}$$

Для уже найденной силы F :

$$\text{div}(\tilde{r}\nabla\phi) + \beta \frac{\partial \phi}{\partial x} = -\frac{\sigma}{\rho} \text{div}(B\vec{E}), \tag{11}$$

где электрическое поле и магнитная индукция были заданы выше.

Постановка обратной задачи и алгоритм ее решения

Предположим теперь, что необходимо найти ϕ , а также вектор \vec{E}_0 при известном “образе” наблюдаемых течений в бассейне Ω (в нашем случае течений жидкости в кювете). В связи с этим поставим следующую обратную задачу: найти ϕ , \vec{E}_0 , т.е.

$$\left\{ \begin{array}{l} L\phi \equiv \text{div}(\tilde{r}\nabla\phi) + \beta \frac{\partial \phi}{\partial x} = -k\text{div}B_z \vec{E}_0 + f \equiv Bu + f \text{ в } \Omega, \\ \phi|_{\partial\Omega} = 0, \\ C\phi \equiv \left[-\frac{\partial \phi}{\partial y}, \frac{\partial \phi}{\partial x} \right]^T = \vec{\phi}_{obs} \text{ в } \Omega, \end{array} \right. \tag{12}$$

где Ω – односвязная область с кусочно-гладкой границей (например, $\Omega=[0,a]\times[0,b]$), $\tilde{r}=r+\sigma B^2/\rho$, $\beta=\sigma/\rho$ – параметры, которые предполагаются постоянными величинами

ми, $\vec{\phi}_{obs} = [\phi_{obs1}, \phi_{obs2}]^T$ – наблюдаемый «образ» поля скоростей (поля движения красителей, алюминиевых частиц), $Bu = -k \operatorname{div}(B_z \nabla u)$, предполагается что $\vec{E}_0 = \nabla u$. Предполагаем, что $\operatorname{div} \vec{\phi}_{obs} = 0$ и $\vec{\phi}_{obs} \cdot \vec{n}|_{\Gamma} = 0$.

Вопрос разрешимости этой задачи рассмотрен в (Agoshkov, Kostrykin, Semenenko, 2011). Приведем итерационный алгоритм ее решения. Для приближенного решения задачи (12) применяем методологию, изложенную в (Агошков, 2003). Вводится семейство задач вида:

$$\begin{cases} L\varphi = Bu + f, \\ \inf_{v \in D(B)} J_\alpha(v) = J_\alpha(u), \end{cases} \quad (13)$$

где $\alpha = const \geq 0$, а функция J_α есть $J_\alpha(v) = \frac{\alpha}{2} \|v - u^C\|_{L_2(\Omega)}^2 + \frac{1}{2} \|C\varphi(v) - \vec{\phi}_{obs}\|_{(L_2(\Omega))^2}^2$, $\varphi(v) : L\varphi(v) = Bv + f$, $Bv = -k \operatorname{div}(B_z \nabla v)$, а u^C – некоторая заданная вектор-функция из $W_2^1(\Omega)$ (например, $u^C = 0$).

Система вариационных уравнений имеет вид:

$$\begin{cases} L\varphi = Bu + f, \\ L^* q = C^*(C\varphi - \vec{\phi}_{obs}), \\ -\alpha \Delta(u - u^C) + B^* q = 0, u|_{\partial\Omega} = 0. \end{cases} \quad (14)$$

где последнее уравнение (для простоты) приведено в «классической форме» записи. Для решения (14) можно применить итерационный алгоритм вида:

$$\begin{cases} L\varphi^k = Bu^k + f, \\ L^* q^k = C^*(C\varphi^k - \vec{\phi}_{obs}), \\ -\Delta u^{k+1} = -\Delta u^k - \tau_k(-\alpha \Delta(u^k - u^C) + B^* q), \end{cases} \quad (15)$$

где $u^k = u^{k+1} = u^C = 0$ на $\partial\Omega$.

Решение третьего уравнения из (15) удобно реализовать в виде:

$$\begin{cases} -\Delta w^k = -k \operatorname{div}(B_z \nabla q^k) \text{ в } \Omega, \\ w^k|_{\partial\Omega} = 0, \\ u^{k+1} = u^k + \tau_k(\alpha(u^k - u^C) + w^k). \end{cases} \quad (16)$$

В силу однозначной и плотной разрешимости задачи, можно утверждать о сходимости алгоритма (15) (Agoshkov, Kostrykin, Semenenko, 2011), (Агошков, 2003).

Дальнейшая аппроксимация подзадач из (15), (16) может быть осуществлена, например, методом конечных разностей, что и осуществляется в численных экспериментах, результаты которых приводятся в следующем параграфе.

Численные результаты

Аппроксимация подзадач из (15), (16) осуществляется конечно-разностным методом на сетке А (Аракава, Лэмб, 1981) на протяжении нескольких сот итераций. Надо заметить, что для предоставленных данных $\|\operatorname{div} \vec{\phi}_{\text{obs}}\|_{L_2(\Omega)} \approx 0.028$.

Магнитное поле бралось согласно (Пономарев и др., 2009):

$$B_z = B_0 \exp(-z/l_z) \sin(2\pi x/l_x) \sin(2\pi y/l_y) \text{ для } z=0$$

Ниже приведены параметры, используемые при расчетах: размеры кюветы: $0.24 \text{ м} \times 0.12 \text{ м}$, $l_x = 0.24 \text{ м}$, $l_y = 0.12 \text{ м}$, $l_z = 0.0094 \text{ м}$, $\beta = 10^{-11} \text{ м}^{-1} \text{ с}^{-1}$, $\rho = 10^3 \text{ кг} \cdot \text{м}^3$, $B_0 = 0.32 \text{ Тл}$, $\sigma = 5 \div 50 \text{ Ом}^{-1} \text{ м}^{-1}$, $r = 0.036 \text{ с}^{-1}$. Здесь $\vec{E}_\Gamma = (E_{\Gamma 1}, E_{\Gamma 2})$, $E_{\Gamma 1} = E_{\Gamma 2} = \text{const } 1 \text{ В/м}$. Результаты численных расчетов приведены ниже.

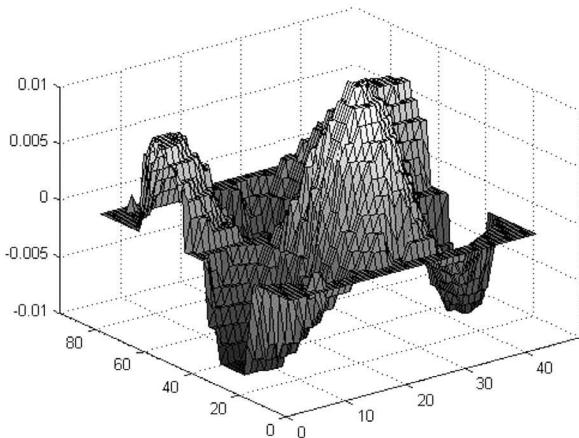


Рис. 1а. Первый компонент наблюдаемой скорости

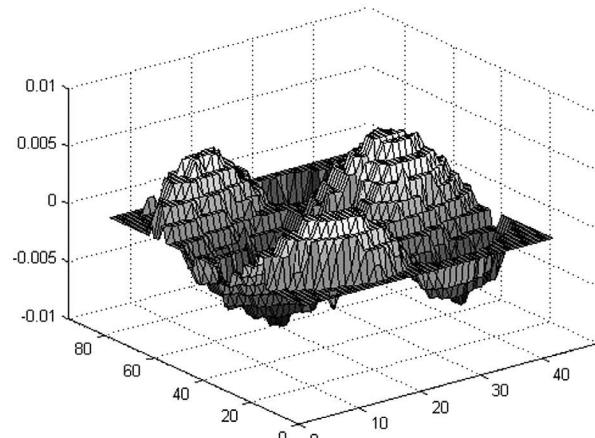


Рис. 1б. Второй компонент наблюдаемой скорости

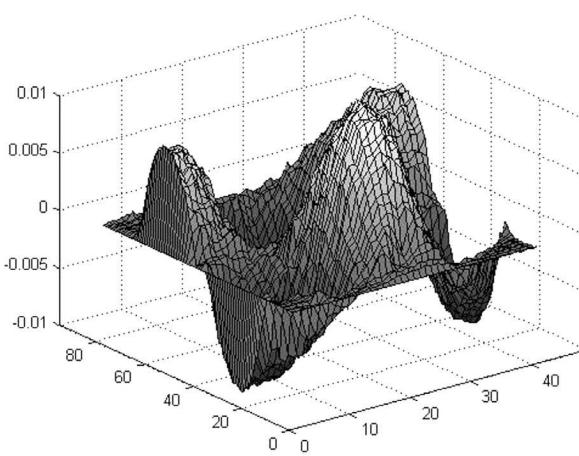


Рис. 2а. Первый компонент восстановленной скорости

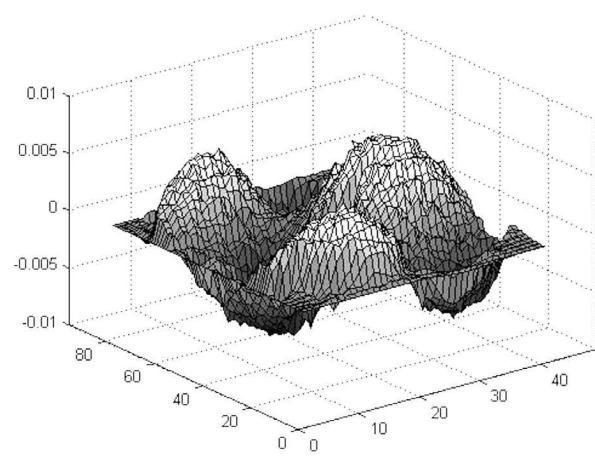


Рис. 2б. Второй компонент восстановленной скорости

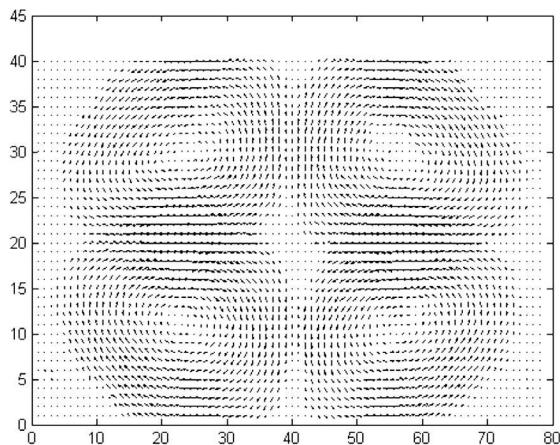


Рис. 3а. «Образ» поля скоростей

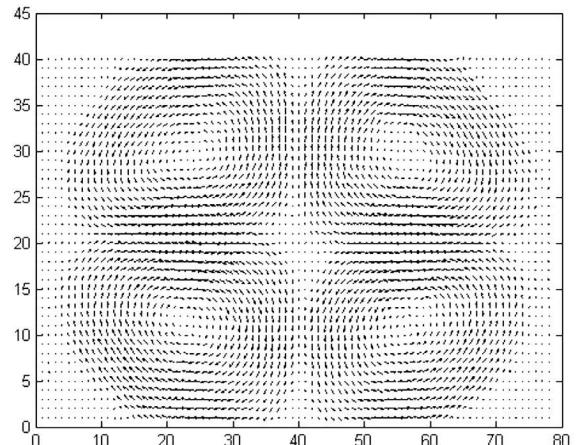


Рис. 3б. Восстановленное поле скоростей

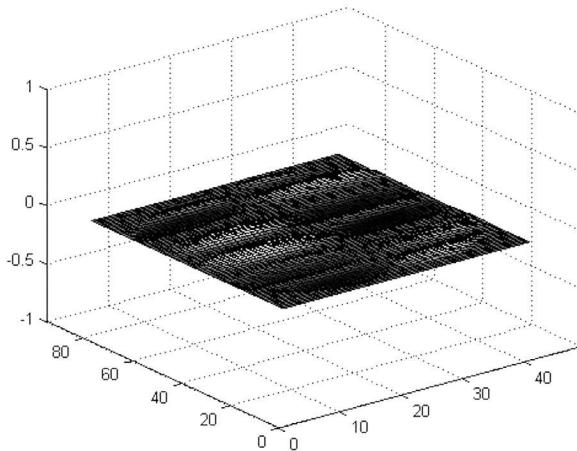


Рис. 4а. Первый компонент восстановленной переменной части электрического поля

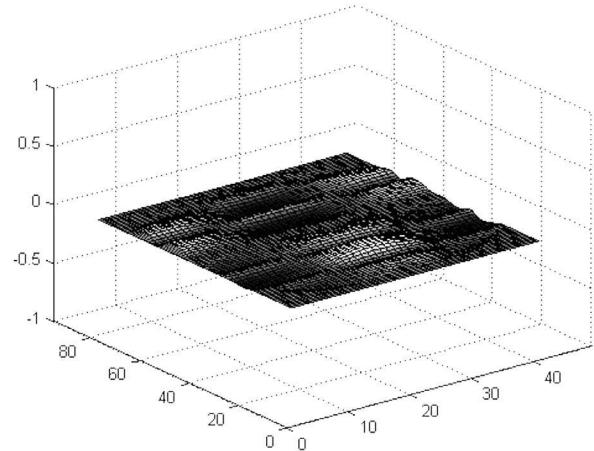


Рис. 4б. Второй компонент восстановленной переменной части электрического поля

Заключение

Из результатов численных экспериментов можно предположить, что рассматриваемая модель в целом адекватно описывает процесс в эксперименте, а поля скоростей восстанавливаемые моделью близки к исходным полям скоростей. Также было восстановлено электрическое поле, которое является движущей силой в данном эксперименте.

Можно предположить, что предложенные модели могут применяться также для описания движения стационарной жидкости на сфере, нестационарного процесса в обсуждаемом выше эксперименте и д.р. Результаты исследований показывают целесообразность распространения рассмотренных методов и подходов на более сложные задачи.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант №10-01-00806а).

Литература

1. Пономарев В.М., Ханаев А.А., Якушин И.Г. Нелинейное экмановское трение и асимметрия циклонических и антициклонических когерентных структур в геофизических течениях // ДАН, 2009. Т. 425. №6. С. 821-826.
2. Агоиков В.И. Методы оптимального управления и сопряженных уравнений в задачах математической физики. М.: ИВМ РАН. 2003. 256 с.
3. Марчук Г.И., Саркисян А.С. Математическое моделирование циркуляции океана. М.: Наука, 1988. 304 с.
4. Яновский Б.М. Земной магнетизм. Л.: Изд-во Ленинградского ун-та, 1964.
5. Кирко И.М., Кирко Г.Е. Магнитная гидродинамика. Современное видение проблем // Москва-Ижевск, НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», Ижевский институт компьютерных исследований, 2009. 632 с.
6. Доронин Ю.П. Динамика океана. Л.: Гидрометоиздат, 1980. 304 с.
7. Аракава А., Лэмб В.Р. Вычислительные схемы для основных динамических процессов в глобальной циркуляционной модели Калифорнийского университета в Лос-Анжелесе. – В кн.: Модели общей циркуляции атмосферы. Л.: Гидрометеоиздат, 1981. 352 с.
8. Agoshkov V.I., Kostykin S.V., Semenenko A. Inverse problem for a model of magnetic hydrodynamics // Russ. J. Numer. Anal. Math. Modelling. 2011. Vol. 26. No. 1. P.1-15.

Assimilation problem for an “image” of velocities in a model of magnetic hydrodynamics

V. Agoshkov¹, S. Kostykin¹, A. Semenenko²

¹Institute of Numeric mathematics RAS

119333 Moscow, 8 Gubkina str.

E-mail: agoshkov@inm.ras.ru

²Moscow Institute of Physics and Technology

141700, Dolgoprudniy, 9 Institutskiy lane

E-mail: stormerr@gmail.com

Mathematical models of physical processes in vertical flow, created in magnetic hydrodynamic way in a thin layer of rotating liquid, are proposed. An inverse problem on restoring electric field vector is stated and studied, an algorithm of numerical solution is formulated and the results of numerical experiments are presented.

Keywords: inverse problems, variational data assimilation, images, adjoint problems.