

## Метод прогнозирования движения космических аппаратов по данным навигационной системы ГЛОНАСС решением задачи Эйлера-Ламберта

Е.П. Минаков

*Государственный научный центр РФ  
Центральный НИИ робототехники  
и технической кибернетики,  
194064, Санкт-Петербург, Тихорецкий пр. 21  
E-mails; minakov@rtc.ru*

Дается постановка задачи прогнозирования движения космических аппаратов на основе данных, получаемых путем применения бортовой аппаратуры спутниковой навигации. Приводятся основные этапы метода, в котором прогнозная оскулирующая орбита космического аппарата определяется в Абсолютной геоцентрической экваториальной системе координат как невозмущенная кеплеровская орбита, получаемая по данным навигационной системы ГЛОНАСС решением задачи Эйлера-Ламберта с поправками на ее уход за счет влияния возмущающих факторов.

**Ключевые слова:** прогнозирование движения, космический аппарат, космическая навигационная система, аппаратура спутниковой навигации.

### Постановка задачи

Пусть на моменты времени  $t_{mi}$  и  $t_{m(i+1)}$  путем применения аппаратуры спутниковой навигации (АСН) космической навигационной системы (КНС) ГЛОНАСС, расположенной на борту космического аппарата (КА), получены его параметры движения  $x_{mi}, y_{mi}, z_{mi}, Vx_{mi}, Vy_{mi}, Vz_{mi}$  и  $x_{m(i+1)}, y_{m(i+1)}, z_{m(i+1)}, Vx_{m(i+1)}, Vy_{m(i+1)}, Vz_{m(i+1)}$  в Абсолютной геоцентрической экваториальной системе координат (АГЭСК) -  $O_3x_3y_3z_3$  [1]. Считается, что 1) мерный интервал времени, под которым понимается промежуток времени между последовательными получениями на борту КА указанных данных,  $\Delta t_m = t_{m(i+1)} - t_{mi} = \text{const}$  для любого  $i = 1, 2, 3, \dots$ ;

2) относительный эксцентриситет траектории движения КА между моментами времени  $t_{mi}$  и  $t_{m(i+1)}$  не может превосходить относительные эксцентриситеты орбит в точках  $i$  и  $i+1$ ;

3) геоцентрический угол между этими точками меньше, чем  $90^0$ .

Требуется спрогнозировать значения оскулирующих элементов орбиты МС: большой полуоси -  $a$ , относительного эксцентриситета -  $e$ , наклона -  $i$ , прямого восхождения восходящего узла -  $\Omega$ , аргумента широты перигея -  $\omega$  и времени прохождения перигея -  $\tau_p$  на любой момент времени  $t_{m(i+1)} \leq t \leq t_{m(i+1)} + \Delta t_m$ .

### Этапы метода

Сущность метода в рамках сделанных допущений состоит в том, что прогнозная оскулирующая орбита КА на интервале времени  $[t_{m(i+1)}, t_{m(i+1)} + \Delta t_m]$  определяется как невоз-

мушечная кеплеровская орбита по  $t_{M(i+1)}, X_{M(i+1)}, Y_{M(i+1)}, Z_{M(i+1)}, V_{X_{M(i+1)}}, V_{Y_{M(i+1)}}, V_{Z_{M(i+1)}}$  с поправками на уход ее параметров за счет влияния возмущающих факторов, принимаемыми равными рассчитываемым для интервала  $[t_{Mi}, t_{M(i+1)}]$  на момент времени  $t_{Mi}$  (рисунок 1).

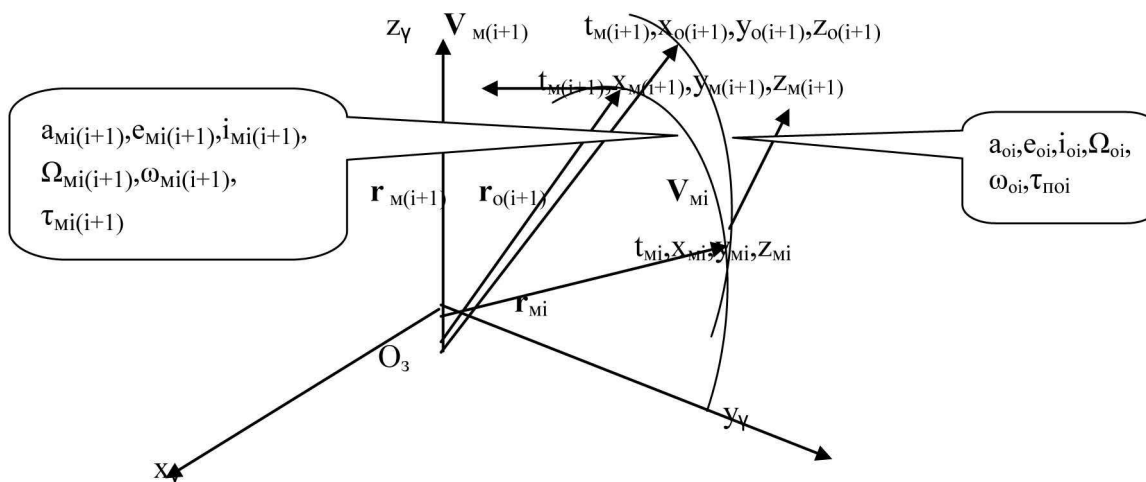


Рис. 1. Параметры орбит космического аппарата

Основными этапами метода являются:

1) определение по заданным на момент времени  $t_{Mi}$  значениям  $X_{Mi}, Y_{Mi}, Z_{Mi}, V_{X_{Mi}}, V_{Y_{Mi}}, V_{Z_{Mi}}$  значений кеплеровских элементов орбиты  $a_{oi}, e_{oi}, i_{oi}, \Omega_{oi}, \omega_{oi}, \tau_{poi}$ , а также истинной аномалии на этот момент времени –  $v_{Mi}^i$ ;

2) расчет по заданным на момент времени  $t_{M(i+1)}$  значениям  $X_{M(i+1)}, Y_{M(i+1)}, Z_{M(i+1)}, V_{X_{M(i+1)}}, V_{Y_{M(i+1)}}, V_{Z_{M(i+1)}}$  значений кеплеровских элементов орбиты  $a_{o(i+1)}, e_{o(i+1)}, i_{o(i+1)}, \Omega_{o(i+1)}, \omega_{o(i+1)}, \tau_{poi(i+1)}$  по формулам п.1;

3) решение по заданным на момент времени  $t_{Mi}$  значениям  $X_{Mi}, Y_{Mi}, Z_{Mi}$  и заданным на момент времени  $t_{M(i+1)}$  значениям  $X_{M(i+1)}, Y_{M(i+1)}, Z_{M(i+1)}$  задачи Эйлера-Ламберта [2] с определением кеплеровских элементов переходной орбиты  $a_{Mi(i+1)}, e_{Mi(i+1)}, i_{Mi(i+1)}, \Omega_{Mi(i+1)}, \omega_{Mi(i+1)}, \tau_{pMi(i+1)}$ :

– если  $e_{oi} \leq 0,04$  и  $e_{o(i+1)} \leq 0,04$ , то решение задачи Эйлера-Ламберта может быть получено аналитически с погрешностью 2 – 5% при угловом мерном интервале меньшем, чем  $\pi/2$ , по формулам [3];

– если либо  $e_{oi} > 0,04$ , либо  $e_{o(i+1)} > 0,04$ , то решение задачи Эйлера-Ламберта может быть получено для значений истинной аномалии в момент времени  $t_{Mi}$  на переходной траектории, задаваемых в окрестностях  $v_{Mi}^i$ , на множестве которых выбирается  $v_{Mi(i+1)}^{i*}$ :  $|r_{Mi} - r_{Mi}^*(v_{Mi(i+1)}^{i*})| \rightarrow \min$ , где  $r_{Mi}$  – модуль радиуса-вектора КА в этот момент времени, а значения  $a_{Mi(i+1)}$  и  $e_{Mi(i+1)}$ , соответствующие  $v_{Mi(i+1)}^{i*}$ , принимаются соответствующими всей траектории;

4) расчет модуля вектора скорости -  $V_{M(i+1)}$  и его проекций на оси АГЭСК -  $V_{X_{Mi(i+1)}}, V_{Y_{Mi(i+1)}}, V_{Z_{Mi(i+1)}}$  по переходной траектории в момент времени  $t_{Mi}$ ;

5) вычисление соответствующих моменту времени  $t_{Mi}$  поправок

$\Delta a_{oi} = a_{Mi(i+1)} - a_{oi}, \Delta e_{oi} = e_{Mi(i+1)} - e_{oi}, \Delta i_{oi} = i_{Mi(i+1)} - i_{oi}, \Delta \Omega_{oi} = \Omega_{Mi(i+1)} - \Omega_{oi}, \Delta \omega_{oi} = \omega_{Mi(i+1)} - \omega_{oi}$  и  $\Delta \tau_{poi} = \tau_{pMi(i+1)} - \tau_{poi}$ ;

6) определение изменения модуля вектора скорости в момент времени  $t_{Mi}$

$$\Delta V_{Mi} = \sqrt{(V_{X_{Mi}} - V_{X_{Mi}^{i(i+1)}})^2 + (V_{Y_{Mi}} - V_{Y_{Mi}^{i(i+1)}})^2 + (V_{Z_{Mi}} - V_{Z_{Mi}^{i(i+1)}})^2}$$

7) расчет частных производных

$$\frac{\partial a_{oi}}{\partial V_{mi}} \approx \frac{\Delta a_{oi}}{\Delta V_{mi}}; \frac{\partial e_{oi}}{\partial V_{mi}} \approx \frac{\Delta e_{oi}}{\Delta V_{mi}}; \frac{\partial i_{oi}}{\partial V_{mi}} \approx \frac{\Delta i_{oi}}{\Delta V_{mi}}; \frac{\partial \Omega_{oi}}{\partial V_{mi}} \approx \frac{\Delta \Omega_{oi}}{\Delta V_{mi}}; \frac{\partial \omega_{oi}}{\partial V_{mi}} \approx \frac{\Delta \omega_{oi}}{\Delta V_{mi}}; \frac{\partial \tau_{poi}}{\partial V_{mi}} \approx \frac{\Delta \tau_{poi}}{\Delta V_{mi}};$$

8) определение модуля вектора скорости в момент времени  $t_{M(i+1)}$

$$V_{M(i+1)} = \sqrt{V_{X_{M(i+1)}}^2 + V_{Y_{M(i+1)}}^2 + V_{Z_{M(i+1)}}^2}$$

9) вычисление на момент времени  $t$  значений кеплеровских элементов орбиты

$$\begin{aligned} a(t) &= a_{o(i+1)} + (\partial a_{oi} / \partial V_{mi}) \cdot V_{M(i+1)}, \quad e(t) = e_{o(i+1)} + (\partial e_{oi} / \partial V_{mi}) \cdot V_{M(i+1)}, \\ i(t) &= i_{o(i+1)} + (\partial i_{oi} / \partial V_{mi}) \cdot V_{M(i+1)}, \quad \Omega(t) = \Omega_{o(i+1)} + (\partial \Omega_{oi} / \partial V_{mi}) \cdot V_{M(i+1)}, \\ \omega(t) &= \omega_{o(i+1)} + (\partial \omega_{oi} / \partial V_{mi}) \cdot V_{M(i+1)}, \quad \tau_{po}(t) = \tau_{po(i+1)} + (\partial \tau_{poi} / \partial V_{mi}) \cdot V_{M(i+1)}. \end{aligned}$$

### Задачи исследования метода

Основная задача исследований предлагаемого метода состоит в определении мерного временного интервала –  $[t_{mi}, t_{M(i+1)}]$  и интервала прогнозирования –  $[t_{M(i+1)}, t_{M(i+1)} + \Delta t_M]$ , обеспечивающих требуемые точности прогнозирования скорости и положения МС:  $\Delta V((t_{M(i+1)} - t_{mi}), \Delta t_M) \leq \Delta V_{зад}$ ,  $\Delta r((t_{M(i+1)} - t_{mi}), \Delta t_M) \leq \Delta r_{зад}$ . Она может быть решена

- 1) в ходе наземных вычислительных экспериментов;
- 2) в ходе космических экспериментов на борту КА и, в частности, МКС.

Основные задачи оценивания качества метода имеют формулировки:

1. Пусть –  $\{\alpha_i\} = \{D, \partial D / \partial t, A, \partial A / \partial t, \dots, \varepsilon_2, \partial \varepsilon_2 / \partial t\}$  – множество измеряемых параметров;

-  $\alpha_i^j$  – значение  $i$ -го измеряемого параметра в момент времени  $t_j$ .

-  $\text{abs}(\alpha_i^{6j} - \alpha_i^j)$  – абсолютное значение отклонения  $i$ -го измеряемого параметра, полученного в результате прогнозирования с использованием стандартной баллистической модели, от его истинного значения;

-  $\text{abs}(\alpha_i^{3j} - \alpha_i^j)$  – абсолютное значение отклонения  $i$ -го измеряемого параметра, полученного в результате прогнозирования движения КА по данным АСН КНС ГЛОНАСС решением задачи Эйлера-Ламберта, от его истинного значения.

Требуется сравнить по критерию превосходства математические ожидания и среднеквадратические отклонения значений  $i$ -го измеряемого параметра, полученного в результате прогнозирования с использованием стандартной баллистической модели и в результате прогнозирования движения КА по данным АСН КНС ГЛОНАСС решением задачи Эйлера-Ламберта, от его истинного значения, т.е. выполняются ли неравенства:

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |\alpha_i^{6j} - \alpha_i^j| \geq \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |(\alpha_i^{3j} - \alpha_i^j)|;$$

$$\left[ \frac{1}{(n-1)} \sum_{i=1}^n (\alpha_i^{6j} - \alpha_i^j)^2 \right]^{1/2} \geq \left[ \frac{1}{(n-1)} \sum_{i=1}^n (\alpha_i^{9j} - \alpha_i^j)^2 \right]^{1/2} ;$$

2. Пусть -  $A_i = \{t_i, x_i, y_i, z_i, Vx_i, Vy_i, Vz_i\}$ ,  $[i = 1,2,3]$ , - множества данных, получаемых на КА путем использования АСН;

-  $B_3 = \{t_3, x^B_3, y^B_3, z^B_3, Vx^B_3, Vy^B_3, Vz^B_3\}$  - множества параметров движения КА, получаемых на момент времени  $t_3$  путем использования использованием стандартной баллистической модели с данными, получаемыми путем использования АСН на момент времени  $t_2$ ;

-  $\Theta_3 = \{t_3, x^\Theta_3, y^\Theta_3, z^\Theta_3, Vx^\Theta_3, Vy^\Theta_3, Vz^\Theta_3\}$  - множества параметров движения КА, получаемых на момент времени  $t_3$  в результате прогнозирования движения КА по данным АСН КНС ГЛОНАСС на моменты времени  $t_1$  и  $t_2$  решением задачи Эйлера-Ламберта.

Требуется сравнить по критерию превосходства отклонения величин вектора скорости КА, полученного в результате прогнозирования с использованием стандартной баллистической модели и в результате прогнозирования движения КА по данным АСН КНС ГЛОНАСС решением задачи Эйлера-Ламберта, и соответствующего радиуса от их истинного значения, получаемых на КА путем использования натуральных данных АСН, т.е. выполняются ли неравенства:

$$\sqrt{(Vx^B_3 - Vx^\Theta_3)^2 + (Vy^B_3 - Vy^\Theta_3)^2 + (Vz^B_3 - Vz^\Theta_3)^2} \geq \sqrt{(Vx^\Theta_3 - Vx_3)^2 + (Vy^\Theta_3 - Vy_3)^2 + (Vz^\Theta_3 - Vz_3)^2};$$

$$\sqrt{(x^B_3 - x_3)^2 + (y^B_3 - y_3)^2 + (z^B_3 - z_3)^2} \geq \sqrt{(x^\Theta_3 - x_3)^2 + (y^\Theta_3 - y_3)^2 + (z^\Theta_3 - z_3)^2};$$

3. Пусть -  $A_i = \{t_i, x_i, y_i, z_i, Vx_i, Vy_i, Vz_i\}$ ,  $[i = 1,2]$ , - множества данных, получаемых на КА путем использования АСН;

-  $B_3 = \{t_3, x^B_3, y^B_3, z^B_3, Vx^B_3, Vy^B_3, Vz^B_3\}$  - множества параметров движения КА, получаемых на момент времени  $t_3$  путем использования использованием эталонной баллистической модели с данными, получаемыми путем использования АСН на момент времени  $t_2$ ;

-  $\Theta_3 = \{t_3, x^\Theta_3, y^\Theta_3, z^\Theta_3, Vx^\Theta_3, Vy^\Theta_3, Vz^\Theta_3\}$  - множества параметров движения КА, получаемых на момент времени  $t_3$  в результате прогнозирования движения КА по данным АСН КНС ГЛОНАСС на моменты времени  $t_1$  и  $t_2$  решением задачи Эйлера-Ламберта.

Требуется сравнить по критерию превосходства отклонения величин вектора скорости КА и соответствующего радиуса, полученных в результате прогнозирования с использованием эталонной баллистической модели и в результате прогнозирования движения КА по данным АСН КНС ГЛОНАСС решением задачи Эйлера-Ламберта, т.е. выполняются ли неравенства:

$$\Delta V_{\text{зад}} \geq \sqrt{(Vx^B_3 - Vx^\Theta_3)^2 + (Vy^B_3 - Vy^\Theta_3)^2 + (Vz^B_3 - Vz^\Theta_3)^2};$$

$$\Delta r_{\text{зад}} \geq \sqrt{(x^B_3 - x^\Theta_3)^2 + (y^B_3 - y^\Theta_3)^2 + (z^B_3 - z^\Theta_3)^2}.$$

Предлагаемый метод позволяет осуществлять прогнозирование параметров движения КА по высокоточным данным КНС ГЛОНАСС, получаемым в двух точках орбиты, и их расчет без использования численных методов.

## Литература

1. Основы теории полета космических аппаратов./Под ред. Нариманова Г.С., Тихонравова М.К. //М.: Машиностроение, 1972. 608 с.
2. Эльясберг П.Э. Введение в теорию полета искусственных спутников Земли// М.: Наука, 1965. 540 с.
3. Соколов Н.П., Соколов А.П. Об одном аналитическом методе определения элементов кеплеровских орбит по двум положениям КА//Космические исследования. М.: Наука, 1989. Т.22. Вып.6. С.803 – 807.

### **Forecast method of spacecraft movement according to navigating system GLONASS data by means of the decision of Euler-Lamberta task**

**E.P. Minakov**

The State Scientific Center of Russia -  
Central R&D Institute for Robotics and Technical Cybernetics,  
194064 Russia, Saint-Petersburg, Tikhoretsky prospect 21  
*E-mais: minakov@rtc.ru*

Problem of forecast of spacecraft movement on the basis of the onboard satellite navigation data is defined. The method include prognostic spacecraft orbit estimation through Absolute geocentric equatorial coordinate system. Such Kepler orbit is received according to navigating system GLONASS by means of the decision of Euler-Lamberta task. The amendments on its departure the account of disturbing factors influence are took into consideration.

**Keywords:** forecast of movement, a spacecraft, space navigating system, equipment of satellite navigation.