

Анализ зависимости между угловым размером ореола, найденного с использованием граничных дифракционных волн, и функцией распределения неоднородностей по размерам

Г. П. Арумов, А. В. Бухарин

*Институт космических исследований РАН,
ул. Профсоюзная, дом 84/32. E-mail: tumbul@iki.rssi.ru*

Предложен способ измерения углового размера ореола от граничных дифракционных волн не использующий двухпозиционных схем. Для случайного пропускающего экрана (СПЭ) получена связь угловых искажений пучка с распределением неоднородностей по размерам. Эффективный размер неоднородностей выражен через отношение моментов четвертого и второго порядков для соответствующей функции распределения.

Ключевые слова: случайный пропускающий экран, функция распределения, неоднородность, ореол, поле зрения, рассеивающий объект, пропускание.

Введение

Актуальной проблемой оптики рассеивающих сред является минимизация влияния обратной задачи для получения информации о микроструктуре рассеивающей среды из оптических данных. Перспективным направлением может быть основано на использовании параметра размера рассеивающих неоднородностей, который может быть измерен. Наличие такого параметра позволит связать базовые измеряемые коэффициенты (коэффициент обратного рассеяния, коэффициент экстинкции) с концентрацией рассеивающих центров. В качестве такого индикатора предложено использовать угловой размер ореола (УРО) рассеяния. В приближении плоской волны УРО обратно пропорционален диаметру рассеивающей неоднородности. Тогда из геометрии ореола можно определить эффективный размер рассеивающей неоднородности. Отметим, что в такой формулировке у задач дистанционного зондирования появляются новые особенности. В частности, поскольку УРО является измеримой величиной, то существует постановка геометрии эксперимента, при которой условия измерений УРО должны быть оптимальными. Таким образом, появляется возможность непосредственного прямого измерения параметра размера неоднородностей составляющих рассеивающий объект по УРО. Возникает вопрос о физическом смысле размера неоднородностей. Этот вопрос является предметом обсуждения в данном сообщении. Отметим, что в процессе решения обратной задачи вводятся различные способы определения параметра размера частиц [1]. Для моделирования в основном используются первый, второй и третий моменты для функции распределения по размерам. Однако, все эти параметры имеют только косвенную связь с измеряемыми коэффициентами.

Ранее предложено использование граничных дифракционных волн для измерения УРО [2]. Для этого предложена двухпозиционная схема зондирования. На примере простейших случайных экранов обоснован способ нахождения УРО в приближении плоской волны.

Физический смысл эффективного размера неоднородностей

Пусть приемный канал имеет поле зрения φ_0 . Расстояние до источника излучения z . В качестве источника излучения мы будем рассматривать точечный источник и однородную светящуюся плоскость. Такая плоскость создается освещением некоторой диффузно рассеивающей поверхности. Перед приемным каналом устанавливаем случайный пропускающий экран (СПЭ). Этот экран представляет собой непрозрачную плоскость со случайно нанесенными на ней неоднородностями в виде круглых отверстий одинакового размера. Ранее [3] было показано, что при пересечении СПЭ поле зрения увеличивается и для его моделирования предложено выражение

$$z_g^{-2} = p/z^2 + (1-p)/z_h^2 \quad (1)$$

Здесь z – реальная дистанция между точечным источником и приемным каналом, p – коэффициент пропускания СПЭ, z_g – параметр дистанции, который определяется по искажению поля зрения при наличии СПЭ. Например, если при установке СПЭ перед приемным каналом сигнал от точечного источника уменьшается в 4 раза, то поле зрения увеличилось в два раза. Такое же уменьшение сигнала можно получить, если убрать СПЭ и увеличить расстояние между источником и приемным каналом в два раза с z до $z_g = 2z$.

Геометрию поля зрения и зондирующего пучка, сформированного входной апертурой приемного канала, можно описывать с помощью одной и той же функцией размытия точки, если источник света и приемник являются точечными. Следовательно (1) применимо как для поля зрения, так и для зондирующего пучка. Это позволяет нам утверждать, что при наличии рассеивающего объекта геометрия ореола для поля зрения повторяет геометрию ореола для зондирующего пучка, сформированного входной апертурой приемного канала. Этот вывод мы будем использовать в дальнейшем изложении.

В выражении (1) первое слагаемое определяет геометрически неискаженную часть излучения, пересекающего СПЭ. Второе слагаемое определяет геометрию ореола, который формируется границами отверстий СПЭ (граничная дифракционная волна). Отметим, что в (1) единственным неизвестным является только z_h . Определение z_h посредством локальной калибровки с использованием точечного источника представлено в [3].

Рассмотрим другой способ определения z_h . Пусть сигналы от точечного источника при наличии СПЭ и без него составляют n_{pr} и n_p соответственно. Отношение этих сигналов составит

$$n_{pr}/n_p = p_g \quad (2)$$

Здесь p_g – вероятность пропускания СПЭ с учетом искажения геометрии поля зрения. В дальнейшем величину p_g будем называть когерентным пропусканием.

Аналогично рассмотрим однородную светящуюся плоскость. Приемным каналом измеряем два сигнала от этой плоскости при наличии СПЭ n_{sr} и без него n_s . Отношение этих сигналов составит:

$$n_{sr}/n_s = p \quad (3)$$

В дальнейшем вероятность p будем называть некогерентным пропусканием [1]. Вероятность p_g меньше p за счет эффективного увеличения поля зрения приемного канала. Если величина z_g измерена, то справедливо выражение:

$$\frac{p}{z_g^2} = \frac{p_g}{z^2} \quad (4)$$

Из (1) с учетом (4) получаем следующее выражение для z_h :

$$g_h = \frac{z_h}{z} = \sqrt{\frac{(1-p)p}{p_g - p^2}} \quad (5)$$

Здесь параметр g_h определяет во сколько раз УРО вокруг поля зрения больше углового размера самого поля зрения. Выражение (5) предполагает другой более наглядный способ измерения УРО, не использующего локальных калибровок. В [4] было экспериментально обосновано, что этот параметр линейно связан с величиной d^l , где d – диаметр пятна. Следовательно, можно найти полный угол дифракции от плоской волны φ_d на одном отверстии из выражения:

$$\varphi_d = (g_h - 1)\varphi_0, \quad (6)$$

здесь φ_0 – угловой размер поля зрения.

Этот угол связан с диаметром пятен d на СПЭ:

$$d = d_0 \varphi_0 / \varphi_d, \text{ где } d_0 = C_3 \lambda / \varphi_0, \quad (7)$$

здесь C_3 – калибровочный коэффициент, λ – длина волны, d_0 – параметр приемного канала. Ниже показано, что параметр d_0 задает оптимальную геометрию измерений диаметра пятен d .

Рассмотрим СПЭ с отверстиями разных размеров. Эти отверстия распределены случайным образом на непрозрачном экране. Пусть для этого экрана выполняется приближение:

$$p \ll 1 \quad (8)$$

Этот тип экрана наиболее удобен для дальнейшего анализа, так как для него первым слагаемым в правой части (1) можно пренебречь. В этом случае получаем $z_g = z_h$. Следовательно, геометрические искажения поля зрения можно измерить с максимальной точностью. Если взять негатив экрана, представляющего собой прозрачную плоскость с непрозрачными пятнами вместо отверстий, то первое слагаемое в правой части (1) будет существенно больше второго, и параметр искажения поля зрения будут иметь значительную погрешность. Этот негатив, является аналогом фотографии рассеивающих частиц на некоторой прозрачной подложке. Наша задача для рассматриваемого СПЭ заключается в определении параметра эффективного размера отверстий.

Выражение (4) можно использовать как для одного отверстия, так и для произвольного количества отверстий. Для произвольного количества отверстий выражение (4) выглядит следующим образом:

$$\sum_{i=1}^N \frac{p_{gi}}{z^2} = \sum_{i=1}^N \frac{p_i}{z_{gi}^2} \quad (9)$$

Здесь p_i некогерентное пропускание от отверстия с номером i , z_{gi} – угловой параметр искажения поля зрения, которое дает отверстие с номером i , p_{gi} – когерентное пропускание от отверстия с номером i , z – расстояние между приемным каналом и источником. Из выражения (9) следует физический смысл эффективного значения z_g для СПЭ с отверстиями разных размеров:

$$\frac{\sum_{i=1}^N p_i}{z_g^2} = \sum_{i=1}^N \frac{p_i}{z_{gi}^2} \quad \text{или} \quad \frac{1}{z_g^2} = \frac{1}{\sum_{i=1}^N p_i} \sum_{i=1}^N \frac{p_i}{z_{gi}^2} \quad (10)$$

Здесь z_g – параметр эффективного искажения поля зрения от СПЭ с отверстиями различных размеров. Если отверстия одинаковых размеров, то (10) переходит в (4). Отметим, что в (10) неудобно использовать когерентное пропускание p_{gi} , так как этот параметр зависит от углового размера поля зрения.

Поскольку в приближении (8) с достаточно высокой точностью выполняется равенство $z_g = z_h$, то для (10) будем иметь:

$$\frac{1}{z_h^2} = \frac{1}{\sum_{i=1}^N p_i} \sum_{i=1}^N \frac{p_i}{z_{hi}^2} \quad (11)$$

Учитывая, что экран представляет собой непрозрачные участки ($p=0$) и прозрачные участки внутри отверстий ($p=1$) для вероятности p_i будем иметь

$$p_i = d_i^2 / d_{ap}^2 \quad (12)$$

здесь d_i – диаметр отверстия, d_{ap} – диаметр входной апертуры приемного канала. С учетом (6, 7) и (12) для z_{hi} имеем

$$\frac{1}{z_{hi}^2} = \frac{1}{g_{hi}^2 z^2} = \frac{1}{(1 + d_0 / d_i)^2 z^2} \quad (13)$$

Из (11) с учетом (12) и (13) получаем:

$$\frac{z^2}{z_h^2} = \frac{1}{\sum_{i=1}^N d_i^2} \sum_{i=1}^N \frac{d_i^4}{(d_i + d_0)^2} \quad (14)$$

Выражение (14), по-видимому, впервые дает прямую связь УРО с распределением по размерам статистических неоднородностей в виде пятен для некоторого СПЭ. В случае если $d_1=d_2=\dots=d_i=d$, то (14) преобразуется к виду

$$\frac{z}{z_h} = \frac{d}{(d + d_0)} \quad (15)$$

Рассмотрим два предельных случая. Пусть для диаметров отверстий выполняется приближение:

$$d_i \ll d_0 \quad (16)$$

Тогда с достаточной степенью точности выполняется равенство:

$$\frac{z}{z_h} = \frac{d_{ef}}{d_0} \ll 1, \text{ где } d_{ef}^2 = \frac{\sum_{j=1}^N d_j^4}{\sum_{i=1}^N d_i^2}, \quad (17)$$

и эффективный размер частиц d_{ef} не зависит от геометрии эксперимента. Геометрия эксперимента определяет точность измерения эффективного размера пятен. Удобство (17) заключается в использовании только диаметров отверстий экрана. Однако, соответствующее приближение (см. (16)) не оптимально для измерений приемным каналом и поэтому не может быть выбрано в качестве эффективного диаметра пятен.

Выражение (17) представляет собой в явном виде отношение четвертого и второго моментов для функции распределения пятен по диаметрам. В случае, когда диаметры пятен распределены по гауссову закону моменты в (17) всегда существуют. Если диаметры пятен распределены по закону Коши, то соответствующие моменты расходятся. В этом случае эффективный диаметр неоднородностей бесконечно большой. Однако, подчеркнем, что указанные случаи представляют собой теоретические пределы, поскольку в реальных ситуациях число пятен которые находятся в поле зрения приемного канала или которые пересекает зондирующий пучок всегда конечно. Следовательно, всегда существует конечный диапазон, в котором функция распределения по диаметрам отлична от нуля.

Другой предельный случай соответствует приближению

$$d_i \gg d_0 \quad (18)$$

В этом случае из (14) получим

$$\frac{z^2}{z_h^2} = 1 \quad (19)$$

Измерение микроструктуры СПЭ невозможно. Другими словами пятна больших размеров практически не дают вклада в искажение поля зрения.

В общем случае эффективный размер неоднородностей, можно определить по диаметру отверстий d_{ef} , если вместо отношения расстояний z/z_h из (15) подставить в (14)

$$d_{ef}^{-1} = d_x^{-1} - d_0^{-1} \quad \text{где} \quad d_x = d_0 \frac{z}{z_h} = d_0 \sqrt{\frac{1}{\sum_{j=1}^N d_j^2} \sum_{i=1}^N \frac{d_i^4}{(d_i + d_0)^2}} \quad (20)$$

Выражение (20) включает в себя оптимальную настройку приемного канала заданному СПЭ. Отметим, так же что (20) дает прямую связь между параметрами микроструктуры СПЭ и угловым размером ореола, который можно найти по искажению поля зрения. Следовательно, это выражение можно считать определением эффективного диаметра пятен.

Отметим, что в указанном анализе предполагается, что пятна равномерно распределены по поверхности СПЭ. При этом достаточно редки случаи, когда расстояние между границами соседних пятен меньше диаметра пятна. Отметим так же, что при больших значениях некогерентного пропускания p выражение (7) может не выполняться, так как φ_d будет определяться расстоянием между границами отверстий, а не диаметрами самих отверстий. Это связано с проявлением эффектов интерференции граничных волн. В частности, такого эффекта можно ожидать, например, когда непрозрачный экран разделен на квадраты, внутри которых вписаны отверстия одинакового радиуса. Тогда коэффициент пропускания $p = \pi/4$. Для такого экрана расстояние между краями отверстий существенно меньше диаметра отверстий. Следовательно, для случайного расположения пятен необходимо выполнение условия $p \ll \pi/4$. Такой же эффект возможен при периодичном расположении отверстий на поверхности экрана.

Заключение

Основная наша задача заключалась в нахождении эффективного размера неоднородностей (в данном случае круглых отверстий СПЭ), либо по искажению поля зрения, либо по искажению пучка, прошедшего через рассеивающий объект. В качестве эффективного диаметра пятен СПЭ d_{ef} предложено использовать выражение (20). В предельном случае пятен малых размеров (см. (16)) выражение (20) упрощается и переходит в (17). Это выражение представляет собой отношение моментов четвертого и второго порядков. Поскольку в поле зрения приемного канала количество неоднородностей всегда конечно, то указанное выше отношение моментов всегда существует. Отметим, что d_{ef} величина, полученная в процессе прямых измерений. Следовательно, предложенный метод не использует методов решения некорректной обратной задачи. Появляется перспектива уменьшения влияния некорректных обратных задач на восстановление микроструктуры рассеивающего объекта.

Литература

1. Mc Cartney E. J. Optics of the atmosphere scattering by molecules and Particles. N. Y.: Wiley, 1977.
2. V. Bukharin. Two-position Scheme Applied for Determination of Microphysical Properties of Random Transmitting Screen. Physics of Vibrations, 2002, Vol. 10, N 3, pp 177-184.
3. V. Bukharin. Experimental Validation of the Scenario of the Object Microstructure Determination Using a Two-Position Lidar System: a Screen with Random Transmittance Modulation. Physics of Wave Phenomena, 2007, Vol. 15, N 3, pp 191-200.
4. Physics of Wave Phenomena, 2008, Vol. 16, N 4, pp 312-316.

Halo Angular Size Defined by Means of Boundary Diffraction Wave as Response of the Inhomogeneous Size Distribution

G. P. Arumov, A. V. Bukharin

*Space Research Institute, Russian Academy of Science,
Profsoyuznaya ul. 81/32, Moscow, 117997 Russia.
E-mail: tumbul@iki.rssi.ru*

A method for measuring the angular size of the halo from boundary diffraction waves without using two-position schemes is proposed. The relationship between the angular distortions of the beam and the size distribution of inhomogeneities is derived for a random transmitting screen. The effective size of inhomogeneities is expressed in terms of the ratio between the fourth-order and second-order moments of the distribution function.

Keywords: random transmitting screen, distribution function, inhomogeneity, halo, field of view, scattering object, transmission.