

Численный алгоритм решения задачи вариационного усвоения оперативных данных наблюдений о температуре поверхности Мирового океана

В.И. Агошков¹, Е.И. Пармузин¹, С.А. Лебедев²

¹ Учреждение Российской академии наук Институт вычислительной математики РАН,
119333, Москва, Губкина, 8

E-mails: agoshkov@inm.ras.ru; parm@inm.ras.ru;

² Учреждение Российской академии наук Геофизический центр РАН,
119296, Москва, Молодежная, 3

E-mail: lebedev@wdcb.ru

В данной работе излагается метод численного решения задачи вариационного усвоения оперативных данных наблюдений о температуре поверхности Мирового океана. Данные наблюдений задавались специальной «маской» – характеристической функцией, которая зависит от временной переменной и носитель которой не совпадает со всей расчетной акваторией. Таким образом, рассматривается задача усвоения реальных (спутниковых) данных наблюдений о температуре поверхности Мирового океана в текущий момент времени без дополнительно интерполяции на подобласти, где данные наблюдений отсутствовали в рассматриваемый момент времени. Для расчетов использовалась версия математической модели циркуляции Мирового океана, разработанная в ИВМ РАН.

Ключевые слова: вариационное усвоение данных, спутниковые данные наблюдений, температура поверхности океана, математическая модель циркуляции Мирового океана.

Введение

Разработка комплекса вычислительных алгоритмов, решения многомерных нестационарных задач вариационного усвоения данных наблюдений (спутниковых данных, измерений с кораблей, с дрейфующих буев и др.) и обратных задач в проблемах геофизической гидродинамики является одной из важнейших современных вычислительных и информационных проблем. Исследование и решение подобных проблем затрудняется сложностью математических моделей, границ областей (например, реальной конфигурацией океанов и морей), большим количеством узлов дискретизации и большими объемами информации, необходимой для обеспечения рассматриваемых математических моделей данными. Все указанное требует решения целого комплекса вычислительных и информационных проблем.

В настоящее время все больший интерес вызывает четырехмерное усвоение данных, при котором подходящим образом линеаризованные модели и сопряженные к ним используются для ассимиляции данных наблюдений не в конкретный момент времени, а на заданном временном интервале. В данной работе формулируется математическая модель динамики океана и осуществляется постановка обратной задачи об усвоении (ассимиляции) данных температуры поверхности океана (T_{obs}). Предлагается один из возможных способов аппроксимации задач вариационного усвоения по временной переменной. На каждом шаге по времени производные по t заменяются разностными аппроксимациями и процесс усвоения в каждый момент времени становится трехмерным, что позволяет существенно сократить объем усваиваемой информации, и, следовательно, вычислительные затраты. С другой стороны, несмотря на такого рода упрощение, такие задачи усвое-

ния являются актуальными, поскольку спутниковые наблюдения поверхностной температуры позволяют проводить мониторинг различных величин на поверхности океана в реальном режиме времени.

Заметим, что при постановке задач вариационной ассимиляции упомянутых выше данных измерений, мы в качестве дополнительных неизвестных ("управлений") вводим лишь те, которые могут быть однозначно определены с помощью функций T_{obs} , а не произвольный набор дополнительных неизвестных.

1. Постановка задачи динамики океана и ее численная аппроксимация

Рассмотрим сферическую систему координат (λ, θ, r) , где λ – географическая долгота, увеличивающаяся с запада на восток, θ – географическая широта, растущая с юга на север, r – расстояние точки от центра Земли, средний радиус которой принимается равным R_3 . Долгота λ изменяется от 0 до 2π , широта θ от $-\pi/2$ (южный полюс) до $\pi/2$ (северный полюс). Часто вместо r удобно вводить координату $z = R_3 - r$ оси Oz , направленной по нормали от поверхности сферы S_R радиуса R_3 к ее центру. Единичные вектора в λ -, θ - и z -направлениях обозначим соответственно через e_λ, e_θ, e_z . Тогда вектор скорости в океане записывается в форме $\vec{U} = ue_\lambda + ve_\theta + we_z \equiv (\vec{u}, w)$, или в координатной форме $\vec{U} = (u, v, w) \equiv (\vec{u}, w)$, где $\vec{u} = (u, v)$ – “горизонтальный вектор” скорости в координатной форме, а w – “вертикальная скорость”.

Обозначим через Ω часть поверхности сферы S_R , которую будем называть также “поверхностью отсчета”. Поверхность океана будем задавать уравнением $z = \xi(\lambda, \theta, t)$ или $f_0(\lambda, \theta, z, t) \equiv \xi(\lambda, \theta, t) - z = 0$, где $(\lambda, \theta, R_3) \in \Omega$, а t – временная переменная, $t \in [0, \bar{t}]$ ($\bar{t} < \infty$). Функцию рельефа дна определим как $z = H(\lambda, \theta)$ или $F_H(\lambda, \theta, z, t) \equiv -H(\lambda, \theta) + z = 0$ при $(\lambda, \theta, R_3) \in \Omega$, где $H(\lambda, \theta) > 0$.

В дальнейшем мы будем использовать также следующие обозначения:

$$\lambda \equiv x, \quad \theta \equiv y, \quad \vec{x} = (x_1, x_2, x_3) \equiv (x, y, z), \quad U \equiv (u_1, u_2, u_3) \equiv (u, v, w) \equiv (\vec{u}, w), \quad \vec{u} \equiv (u_1, u_2) \equiv (u, v), \quad u_3 \equiv w.$$

Элемент объема в области D : $D = \{(x, y, z) : (\lambda, \theta, R_3) \in \Omega, 0 < z < H(\lambda, \theta)\}$, $t \in [0, \bar{t}]$ есть $dD \cong R_3^2 \cos y dx dy dz$, а элемент поверхности Ω имеет вид $d\Omega = R_3^2 \cos y dx dy$. Здесь $r = R_3 - z$ приближенно заменено на R_3 (так как глубина океана намного меньше радиуса Земли [1]).

Введем общепринятые дифференциальные операции градиента, дивергенции и полной производной в сферической системе координат при $r \equiv r(z) \equiv R_3 - z \cong R_3$, $n \equiv 1/r$, $m \equiv 1/(r \cos y)$ и оставив за этими операциями известные обозначения из векторного анализа (см. подробнее [2,3]). Принимаем также: $\mu_u = \mu_v \equiv \mu$, $\nu_u = \nu_v \equiv \nu$ и предполагаем, что μ , ν , μ_T , μ_S , ν_T , ν_S являются заданными положительными и ограниченными функциями. Далее через $l = l(y)$ обозначается Кориолисов параметр: $l = 2\omega \sin y$, где ω – угловая скорость вращения Земли, а также $f(u) = l + mu \sin y \equiv l + f_1(u)$.

Границу области $\Gamma \equiv \partial D$ мы будем представлять как объединение четырех непересекающихся частей Γ_S , $\Gamma_{w,op}$, $\Gamma_{w,c}$, Γ_H , где $\Gamma_S \equiv \Omega$ – “невозмущенная поверхность”,

$\Gamma_{w,op}$ – жидкая (открытая) часть вертикальной боковой границы, $\Gamma_{w,c}$ – твердая часть вертикальной боковой границы, Γ_H – дно океана. Характеристические функции Γ_S , $\Gamma_{w,op}$, $\Gamma_{w,c}$, Γ_H – частей границы Γ будем обозначать соответственно m_S , $m_{w,op}$, $m_{w,c}$, m_H . Отметим, что некоторые из частей Γ_S , $\Gamma_{w,op}$, $\Gamma_{w,c}$, Γ_H могут отсутствовать. Если предположить, что $H \geq H_0 = const > 0$ и D есть весь Мировой океан, то тогда $\Gamma = \Gamma_S \cup \Gamma_{w,c} \cup \Gamma_H$.

Единичный вектор внешней нормали к Γ обозначаем через $\bar{N} \equiv (N_1, N_2, N_3)$. Отмечаем, что $\bar{N} = (0, 0, -1)$ на Γ_S и $\bar{N} = (N_1, N_2, 0)$ на $\Gamma_w = \Gamma_{w,op} \cup \Gamma_{w,c}$ при этом вектор $\bar{n} \equiv (N_1, N_2) \equiv (n_1, n_2)$ является единичным вектором внешней нормали к $\partial\Omega$. Выражение компонентов N_1, N_2, N_3 определяется выбираемым параметрическим представлением той или иной части границы.

Запишем в области D в переменных (λ, θ, z) при $t \in (0, \bar{t})$ систему уравнений гидротермодинамики в “приближении Буссинеска и гидростатики” [1], но сохраняя коэффициенты Ламе соответствующими сферической системе координат [4], [5]. Получаем следующую систему уравнений для функций u, v, ξ, T, S :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\bar{u}}{dt} + \begin{bmatrix} 0 & -f \\ f & 0 \end{bmatrix} \bar{u} - g \mathbf{grad} \xi + A_u \bar{u} + (A_k)^2 \bar{u} = \bar{f} - \frac{1}{\rho_0} \mathbf{grad} P_a - \frac{g}{\rho_0} \mathbf{grad} \int_0^z \rho_1(T, S) dz', \\ \frac{\partial \xi}{\partial t} - m \frac{\partial}{\partial x} \left(\int_0^H \Theta(z) u dz \right) - m \frac{\partial}{\partial y} \left(\int_0^H \Theta(z) \frac{n}{m} v dz \right) = f_3, \\ \frac{dT}{dt} + A_T T = f_T, \quad \frac{dS}{dt} + A_S S = f_S, \end{array} \right. \quad (1)$$

где $\rho_1(T, S) = \rho_0 \beta_T (T - T^{(0)}) + \rho_0 \beta_S (S - S^{(0)}) + \gamma \rho_0 \beta_{TS} (T, S) + f_p$, $\bar{f} = (f_1, f_2)$, f_T , f_S , f_p – заданные функции “внутренних” источников, $g = const > 0$, ρ_0 , $T^{(0)}$, $S^{(0)}$ – “невозмущенные” значения плотности воды, температуры, солёности, β_T , β_S – коэффициенты (считающиеся постоянными), $\beta_{TS}(T, S)$, P_a , $f_3 \equiv f_3(x, y, \xi, t) \equiv f_3(x, y, t)$ – заданные функции, а γ – числовой параметр. Здесь и в дальнейшем используется следующая весовая функция:

$\Theta(z) \equiv \frac{r(z)}{R}$. При рассмотрении (1) в $D \times (0, \bar{t})$ будем задавать граничные и начальные условия согласно [4], [5].

Задача крупномасштабной динамики океана в выбранных терминах формулируется так: *найти u, v, ξ, T, S , удовлетворяющие уравнению (1) и выбранным граничным и начальным условиям.*

Если функции u, v, ξ, T, S найдены, то функция w определяется по формуле:

$w(x, y, z, t) = \frac{1}{r} \left(m \frac{\partial}{\partial x} \left(\int_z^H r u dz' \right) + m \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{n}{m} \int_z^H r v dz' \right) \right)$, $(x, y, t) \in \Omega \times (0, \bar{t})$, а функция P – по формуле (см. [4], [5]):

$$P(x, y, z, t) = P_a(x, y, t) + \rho_0 g(z - \xi) + \int_0^z g \rho_1(T, S) dz$$

Для численной аппроксимации модели динамики океана возможно одновременное применение метода расщепления и σ – системы координат [6, 7]. С использованием данных подходов в ИВМ РАН разработана численная модель динамики океана [8]–[10], которая применялась также и в настоящей работе при проведении численных экспериментов (см. ниже).

Пусть на $[0, \bar{t}]$ введена сетка: $0 = t_0 < t_1 < \dots < t_{j-1} < t_j = \bar{t}$, $\Delta t_j = t_j - t_{j-1}$. Рассмотрим задачу (2), (3), (4)–(7) на (t_{j-1}, t_j) , считая, что вектор приближенного решения $\phi_k \equiv (u_k, v_k, \xi_k, T_k, S_k)$, $k = 1, 2, \dots, j-1$ на предыдущих интервалах уже определен. Применим для аппроксимации получаемой задачи одну из схем метода суммарной аппроксимации [6, 7], заключающуюся в реализации отдельно шагов для блока температуры, солёности и скоростного блока (см. [2, 3]). Таким образом, при реализации шагов 1–3 после первого шага получаем приближение к T , после второго – к S , а после третьего – приближения к $\underline{u} = (u, v)$, ξ , т.е. подзадачи на этих шагах независимы друг от друга и могут решаться в "параллельном режиме". Однако, подзадачи внутри третьего шага являются "сцепленными", и связь этих подзадач осуществляется через начальные условия. Это обстоятельство следует учитывать в дальнейшем при исследовании и решении задач вариационной ассимиляции данных. Задача для (1), полученная после применения схемы расщепления по t , является «полудискретной» и ее называем как «Задача I».

2. Задача вариационной ассимиляции данных о температуре поверхности океана

В данном разделе мы рассмотрим задачу об ассимиляции данных о температуре поверхности океана [11, 12].

Будем предполагать, что каждому $t \in (0, \bar{t})$ соответствует некоторое подмножество Ω_0 из Ω , характеристическую функцию которого обозначим через $m_0 \equiv m_0(t)$. Условимся также, что на каждом интервале $t \in (t_{j-1}, t_j)$, $j = 1, 2, \dots, J$ подмножество $\Omega_0 \equiv \Omega_0^{(j)}$ неизменно (а также $m_0 \equiv m_0^{(j)}$), т.е. изменение Ω_0 возможно при переходе к другому интервалу (t_j, t_{j+1}) и т.д. При рассмотрении вектора скорости $\vec{U} = (u, v, w)$ на границе Γ мы обозначаем его составляющую по нормали через $U_n : U_n = \vec{U} \cdot \vec{N} = uN_1 + vN_2 + wN_3$ и $U_n^{(+)} \equiv (|U_n| + U_n)/2$, $U_n^{(-)} \equiv (|U_n| - U_n)/2$. При рассмотрении граничного условия для T при $z = 0$ мы будем записывать его следующим образом:

$$-v_T \frac{\partial T}{\partial z} = Q \text{ при } z = 0 \text{ на } \Omega_0^{(j)} \times (t_{j-1}, t_j),$$

где Q есть обозначение суммарного притока тепла

$$Q = Q_T + \bar{U}_n^{(-)} d_T - \gamma_T (T - T_a) - \bar{U}_n^{(-)} T,$$

тогда как на $(\Omega \setminus \Omega_0^{(j)}) \times (t_{j-1}, t_j)$ форма записи граничных условий имеет вид:

$$\overline{U}_n^{(-)} T - \nu_T \frac{\partial T}{\partial z} + \gamma_T (T - T_a) = Q_T + \overline{U}_n^{(-)} d_T \text{ при } z = 0 \text{ на } (\Omega \setminus \Omega_0^{(j)}) \times (t_{j-1}, t_j),$$

здесь T_a , Q_T , d_T - заданные функции. Примем теперь функцию Q на $\Omega_0^{(j)} \times (t_{j-1}, t_j)$ за "дополнительную неизвестную", которая подлежит определению вместе со всеми компонентами задачи. Обращаем внимание, что на $(\Omega \setminus \Omega_0^{(j)}) \times (t_{j-1}, t_j)$ все функции, входящие в граничное условие (кроме T) считаем заданными. Предположим, что единственной функцией, которая при $t \in (t_{j-1}, t_j)$ получена путем обработки данных спутниковых наблюдений есть функция T_{obs} на подмножестве $\Omega_0^{(j)}$ из Ω . Пусть функция $T_{obs} \equiv T_{obs}^{(j)}$ при $t \in (t_{j-1}, t_j)$ по своему физическому смыслу есть приближение к функции поверхностной температуры на $\Omega_0^{(j)}$ при $t \in (t_{j-1}, t_j)$, т.е. к $T|_{z=0}$. Вне подмножества $\Omega_0^{(j)}$ при $t \in (t_{j-1}, t_j)$ для определенности считаем $T_{obs}^{(j)}$ тривиальной.

Сформулируем теперь следующую обратную задачу: *требуется найти решение $\phi = (u, v, \xi, T, S)$ и функцию Q на $\{\Omega_0^{(j)}\}$, такие, что выполнены граничные условия на Ω ($\forall t \in (t_{j-1}, t_j)$):*

$$-\nu_T \frac{\partial T}{\partial z} = Q \text{ при } z = 0 \text{ на } \Omega_0^{(j)} \times (t_{j-1}, t_j),$$

$$\overline{U}_n^{(-)} T_2 - \nu_T \frac{\partial T}{\partial z} + \gamma_T (T - T_a) = Q_T + \overline{U}_n^{(-)} d_T \text{ при } z=0 \text{ на } (\Omega \setminus \Omega_0^{(j)}) \times (t_{j-1}, t_j)$$

и дополнительном условии вида

$$T = T_{obs}^{(j)} \text{ на } \Omega_0^{(j)} \times (t_{j-1}, t_j) \text{ при } j = 1, 2, \dots, J.$$

Отметим, что сформулированную задачу можно также интерпретировать как задачу "точного управления", если функция Q на $\{\Omega_0^{(j)}\}$ рассматривается как управление. Эту задачу теперь приближенно сводим к задаче вариационной ассимиляции данных.

Итак, дополнительной неизвестной ("управлением") является функция полного потока Q на $\{\Omega_0^{(j)}\}$, задаваемого в (3), тогда как на множествах $\{\Omega \setminus \Omega_0^{(j)}\}$ функция Q считается заданной (см. (3)). Введем функционал стоимости вида:

$$J_\alpha \equiv J_\alpha(Q, \phi) = \frac{1}{2} \int_0^{\bar{t}} \int_{\Omega_0(t)} \alpha |Q - Q^{(0)}|^2 d\Omega dt + J_0(\phi) = \sum_{j=1}^J J_{\alpha,j}, \quad (25)$$

где

$$J_0(\phi) = \frac{1}{2} \int_0^{\bar{t}} \int_{\Omega_0(t)} m_0 |T - T_{obs}|^2 d\Omega dt, \quad J_{\alpha,j} = \frac{1}{2} \int_{t_{j-1}}^{t_j} \int_{\Omega_0^{(j)}} \alpha |Q - Q^{(0)}|^2 d\Omega dt + \frac{1}{2} \int_{t_{j-1}}^{t_j} \int_{\Omega_0^{(j)}} m_0^{(j)} |T - T_{obs}^{(j)}|^2 d\Omega dt$$

Здесь: $\alpha \equiv \alpha(\lambda, \theta, t)$ – функция, играющая роль "регуляризатора" или "штрафной функции" (возможен случай, когда $\alpha(\lambda, \theta, t) = \text{const} \geq 0$) и которая может быть размерной величиной, а $Q^{(0)} \equiv Q^{(0)}(\lambda, \theta, t)$ – заданная функция (которая может быть также и тривиальной).

Задача вариационной ассимиляции формулируется следующим образом: *требуется найти решение $\phi = (u, v, \xi, T, S)$ Задачи I и функцию Q на $\{\Omega_0^{(j)}\}$, такие, чтобы на них функционал (25) принимал наименьшее значение.*

Следуя [1, 13, 14] показывается, что решение системы оптимальности, которая определяет решение сформулированной задачи вариационной ассимиляции данных, сводится к последовательному решению некоторых подзадач на $t \in (t_{j-1}, t_j)$, $j = 1, 2, \dots, J$, при этом на каждом интервале (t_{j-1}, t_j) задача точного управления (и задача вариационной ассимиляции при $\alpha = 0$) однозначно и плотно разрешима [12].

Сформулируем некоторые из алгоритмов решения рассматриваемой задачи ассимиляции данных. Построение приближенных решений всей полной численной модели с одновременным определением Q посредством процедуры вариационной ассимиляции T_{obs} может быть осуществлено следующим итерационным алгоритмом: если $Q^{(k)}$ есть уже построенное приближение к Q , то решается подзадача метода расщепления по вертикали при $Q \equiv Q^{(k)}$, соответствующая ей сопряженная задача, а затем определяется следующее приближение $Q^{(k+1)}$:

$$Q^{(k+1)} = Q^{(k)} - \gamma_k (\alpha(Q^{(k)} - Q^{(0)}) + T_2^*) \quad \text{на} \quad \Omega_0^{(1)} \times (t_0, t_1)$$

с параметром γ_k , который выбирается так, чтобы рассматриваемый итерационный процесс сходиллся (см. [1, 12]). После определения $Q^{(k+1)}$ решение повторяется уже с новым приближением $Q^{(k+1)}$, а затем вычисляется $Q^{(k+2)}$ и т.д. Итерации повторяются до выполнения подходящего критерия сходимости процесса. После определения T, Q с необходимой точностью реализуются Шаги 2-3 в рассмотренной ранее схеме расщепления, что завершает определение приближенного решения полной задачи в D при $t = t_1$. Решение полной задачи с доопределением Q на других множествах $\Omega_0^{(j)} \times (t_{j-1}, t_j)$ при $j > 1$ осуществляется аналогичным образом.

3. Результаты численных экспериментов

В этом параграфе приводятся результаты численных экспериментов в акватории Мирового океана по решению обратной задачи о восстановлении функции Q на $\Omega_0^{(j)} \times (t_{j-1}, t_j)$, $j = 1, 2, \dots, J$ путем вариационной ассимиляции данных о температуре поверхности океана. При проведении численных экспериментов были выбраны модификации граничных условий и коэффициентов в них согласно [10, 13, 15].

Для экспериментов использовалась разработанная в ИВМ РАН глобальная трехмерная модель гидротермодинамики океана ([8, 9, 15]). Эта модель была дополнена блоком ассимиляции температуры поверхности T_{obs} .

В качестве объекта моделирования рассматривается акватория Мирового океана. Параметры рассматриваемой области и ее географические координаты могут быть описаны следующим образом: сетка $360 \times 337 \times 40$ точки (широта $\times$ долгота $\times$ глубина); первая точка сетки – точка с координатами 22.5 (градусов восточной долготы) и 78.25 (градусов южной широты). Шаги сетки по x и по y постоянны и равны соответственно 1.0 и 0.5 градуса. Шаг по времени $\Delta t = 1$ час. В качестве T_{obs} использовались данные поверхностной температуры Мирового океана за 2004 г. В качестве $Q^{(0)}$ использовался среднеклиматический поток за январь, полученный по данным реанализа NCEP (National Centers for Environmental Prediction), а также поток, вычисляемый в прямой модели динамики океана [10, 15].

На рисунке 1 мы приведем вид "маски" для данных спутниковых наблюдений о поверхностной температуре океана. Так, в первый и 15-ый расчетный час данные наблюдений известны и представлены на рисунке 1 и рисунке 2 соответственно.

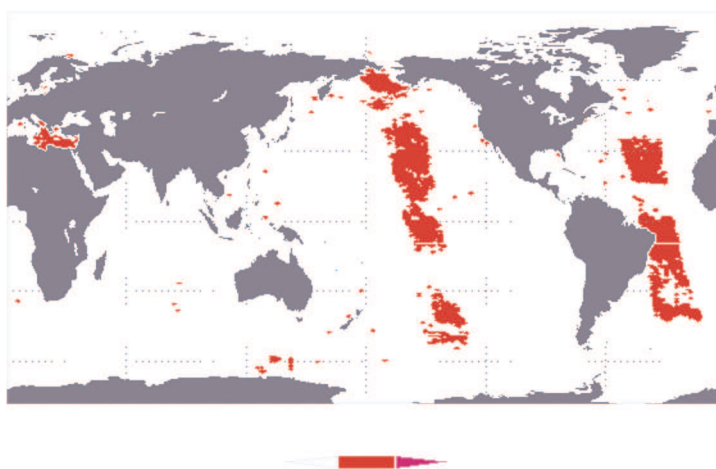


Рис. 1. Количество данных наблюдений за 1 час

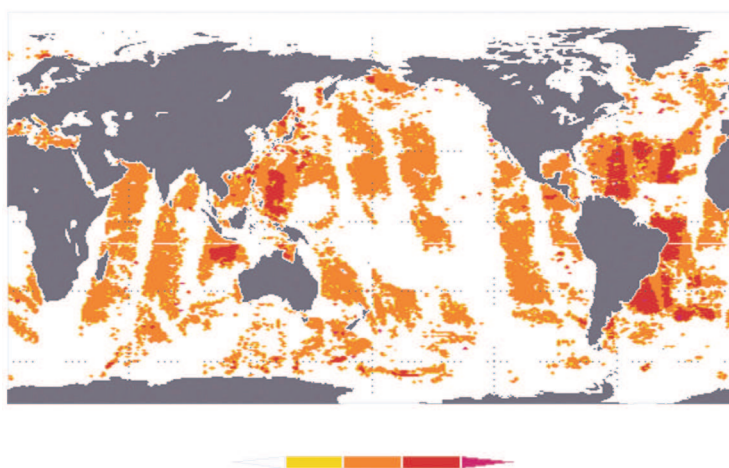


Рис. 2. Количество данных наблюдений за 6 час

Количество данных наблюдений за 6 расчетных часов и 1 месяц приведены на рисунках 3 и 4. С помощью представленной модели гидротермодинамики океана, дополненной “блоком ассимиляции” температуры поверхности T_{obs} , были проведены расчеты на акватории Мирового океана, в которых работала процедура усвоения. Расчеты включали в себя ассимиляцию T_{obs} сроком на 1 и 3 месяца (за начало эксперимента бралось 1 января 2004 г.).

В данной работе считалось, что данные наблюдений, представленные для расчетов не имеют ошибок. Приведем некоторые результаты численных экспериментов.

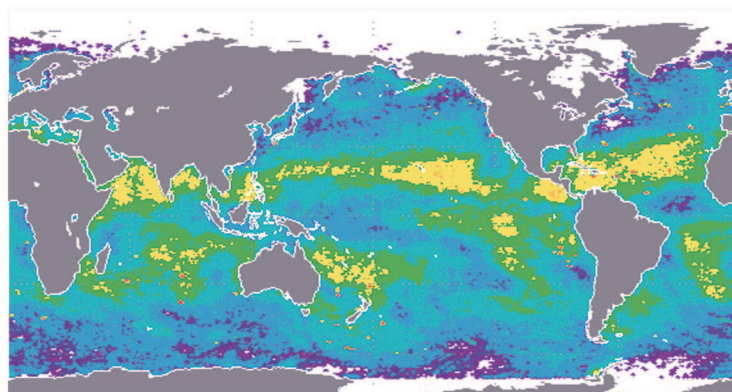


Рис. 3. Количество данных наблюдений за 15 дней

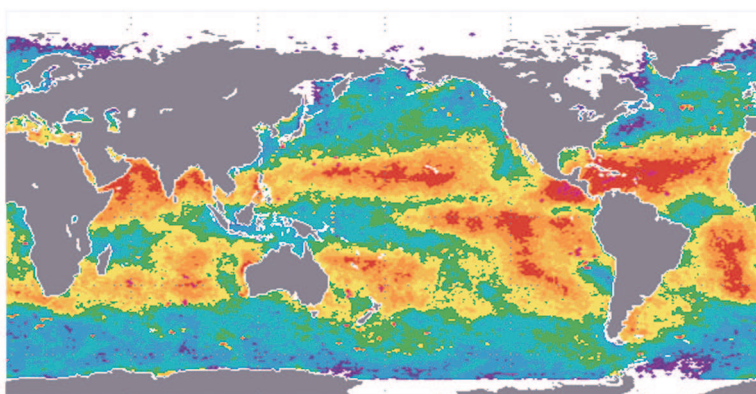


Рис. 4. Количество данных наблюдений за месяц

В первой серии экспериментов расчет с усвоением проводился на 1 месяц. При этом усвоение температуры поверхности океана проводилось с параметром регуляризации $\alpha = 10^{-5}$. В качестве потока для расчета без усвоения выбирался поток, рассчитываемый по прямой модели. На рисунке 5 представлены усредненные данные наблюдений о поверхностной температуре океана на 1 месяц.

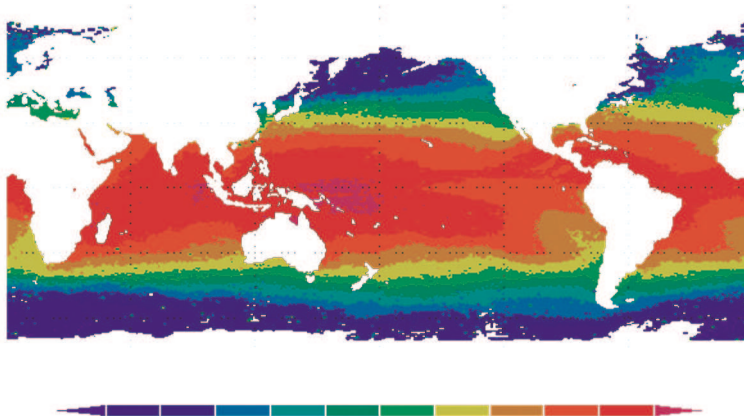


Рис. 5. Среднее значение температуры поверхности океана по данным наблюдений за 1 месяц

На рисунке 6 приведены результаты расчета по модели на 1 месяц без блока усвоения, а на рисунке 7 расчет проводился на тот же период времени, но с использованием блока усвоения. При сравнении полученных результатов можно сделать вывод об улучшении расчета поверхностной температуры моделью при использовании блока усвоения. Разность в результатах расчета по модели с усвоением и без усвоения варьируется от 0.5 градуса до 1 градуса.

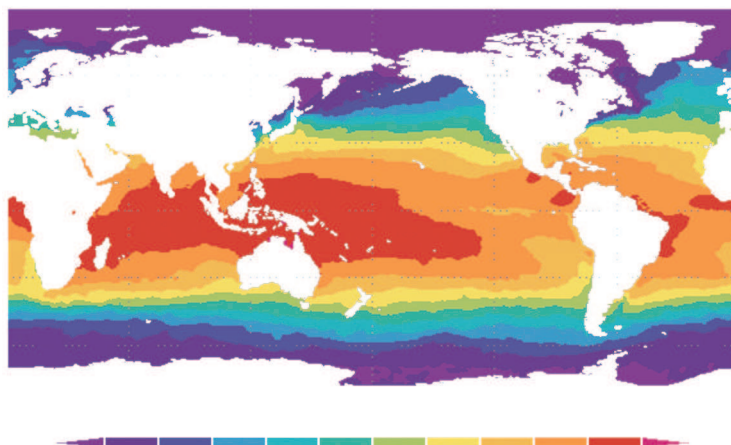


Рис. 6. Среднее значение температуры поверхности океана по данным наблюдений за 1 месяц, посчитанное по модели без усвоения

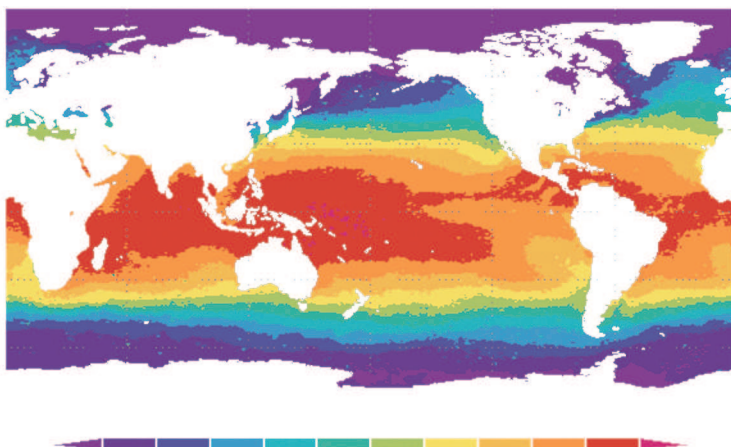
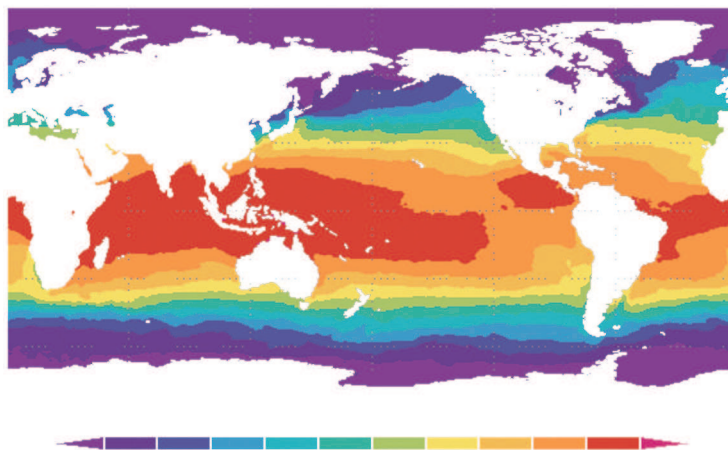
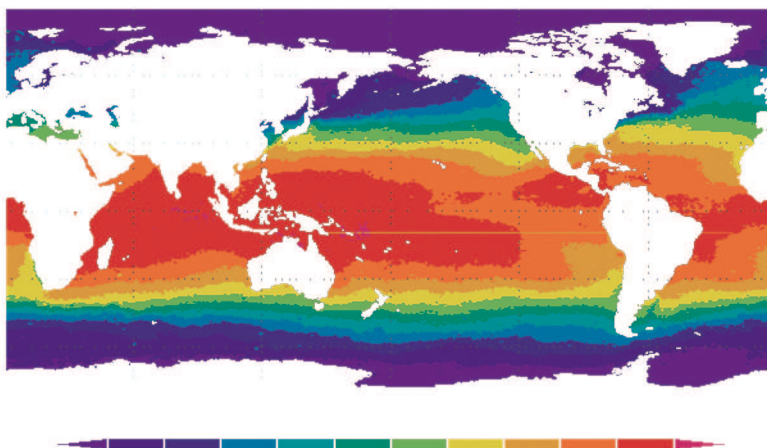


Рис. 7. Среднее значение температуры поверхности океана по данным наблюдений за 1 месяц, посчитанное по модели с блоком усвоения данных

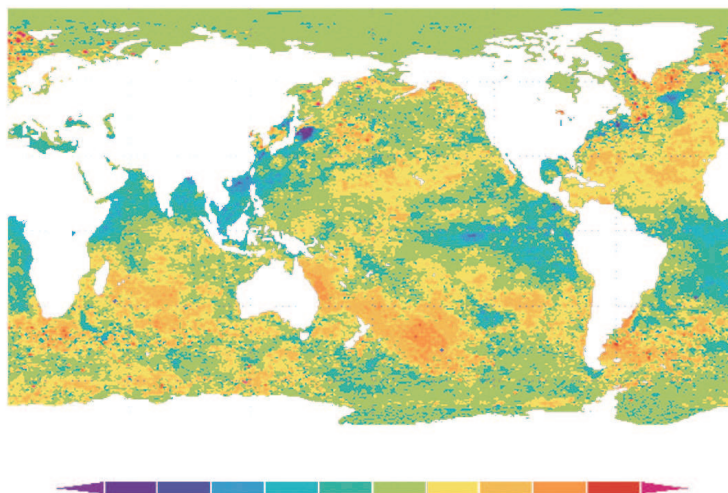
На рисунке 8 приведены результаты расчета по модели без блока усвоения на 3 месяца. На рисунке 9 расчет проводился на тот же период времени, но с использованием блока усвоения. Разность между температурой поверхности океана, посчитанное по модели без блока усвоения и с блоком усвоения показана на рисунке 10. В данном случае разность составляет в среднем до 0.5 градуса, а в некоторых областях разность достигает до 3-5 градусов. На рисунке 11 приведена разность между температурой поверхности океана посчитанной по модели с блоком усвоения (в конце расчета, т.е. после 3 месяцев расчетного времени) и данными наблюдений (за 12 часов, соответствующих последнему дню расчета). Как видно из рисунка точность расчета составила в среднем до 0.2 градуса, однако в некоторых областях разность достигает до 2 градусов, возможно в этих областях использовались данные, полученные «достаточно давно» (6-8 часов назад).



*Рис. 8. Значение температуры поверхности океана, посчитанное по модели без усвоения.
Период расчета 3 месяца*



*Рис. 9. Значение температуры поверхности океана, посчитанное по модели с блоком усвоения.
Период расчета 3 месяца*



*Рис. 10. Разность в значениях поверхностной температуры, посчитанной с блоком усвоения и без него.
Период расчета 3 месяца*

Таким образом, в настоящей работе сформулирована и численно исследована задача вариационной ассимиляции данных о температуре поверхности Мирового океана с целью восстановления потоков тепла на поверхности с использованием разработанной в

ИВМ РАН глобальной трехмерной модели гидротермодинамики океана и данных спутниковых наблюдений, приближенными к реально наблюдаемым (по временным интервалам). Разработаны и обоснованы алгоритмы численного решения задачи, создан блок ассимиляции данных, который был включен в глобальную трехмерную модель. В проведенных численных экспериментах для всей акватории Мирового океана в качестве данных наблюдений использовались данные о температуре поверхности за 2004 г. Численные эксперименты подтверждают полученные теоретические выводы и продемонстрировали целесообразность работы модели с блоком усвоения.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты 09-01-12029, 10-01-00806, 10-05-01123).

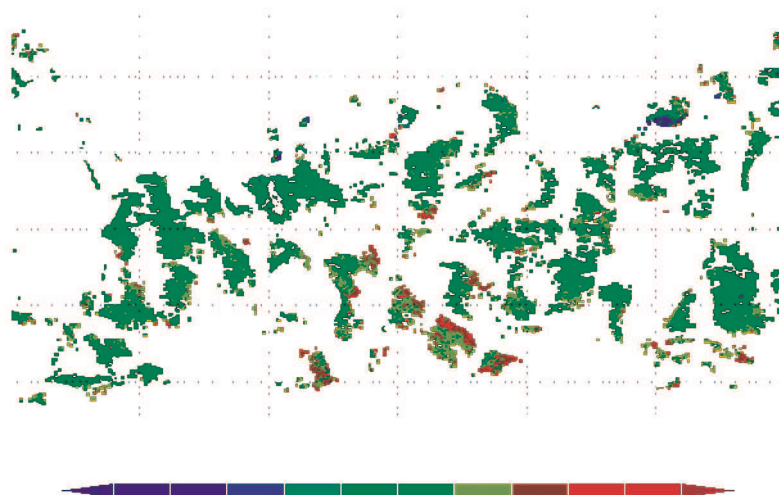


Рис. 11. Разность в значениях поверхностной температуры, посчитанной с блоком усвоения (в конце расчета) и данными наблюдений за ближайшие 12 часов к моменту окончания расчета

Литература

1. Марчук Г.И. Численное решение задач динамики атмосферы и океана. – Л.: Гидрометеиздат, 1974. 535 с.
2. Агошков В.И., Лебедев С.А., Пармузин Е.И. Численное решение проблемы вариационного усвоения оперативных данных наблюдений о температуре поверхности океана. // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана, 2009. Т. 45, № 1. С. 76–107.В
3. Агошков В.И., Залесный В.Б. Обратные задачи динамики океана и вариационная инициализация гидрофизических полей // Океанология. 2009. Т.46. N 4. с.11-12.
4. Васильев Ф.П. Численные методы решения экстремальных задач // М.: Наука, 1988.
5. Евтушенко Ю.Г. Методы решения экстремальных задач и их применение в системах оптимизации // М.: Наука, 1982. 122 стр.
6. Самарский А.А. Теория разностных схем // М., Наука, 1977. 160 стр.
7. Алексеев В.В., Залесный В.Б. Численная модель крупномасштабной динамики океана // Вычислительные процессы и системы. Наука 1993. С. 232-253.
8. Дианский Н.А., Багно А.В., Залесный В.Б. Сигма-модель глобальной циркуляции океана и ее чувствительность к вариациям напряжения трения ветра // Изв. АН. Физика атмосферы и океана. 2002. Т. 38, N 4. С. 537-556.
9. Дианский Н.А., Залесный В.Б., Мошонкин С.Н., Русаков А.С. Моделирование муссонной циркуляции Индийского океана с высоким пространственным разрешением // Океанология. 2006. Т.46. N 4. с.11-12.
10. Agoshkov V.I., Zalesny V.B., Minyuk S.A., Rusakov A.S. Study and Solution of Identification Problems for Nonstationary 2D- and 3D- Convection-diffusion equation // Russ. J. Numer. Anal. Math. Modelling, 2005, 20(1), pp. 5-34.

11. *Agoshkov V.I., Ipatova V.M.* Existence theorem for a three-dimensional ocean dynamics model and a data assimilation problem // *Dokl. Acad. Nauk*, 2007, Vol. 75, No. 1, pp. 28-30.
12. *Агошков В.И.* Методы оптимального управления и сопряженных уравнений в задачах математической физики // М: ИВМ РАН, 2003. 80 стр.
13. *Agoshkov V.I., Gusev A.V., Diansky N.A., Oleinikov R.V.* An algorithm for the solution of the ocean hydrothermodynamics problem with variational assimilation of the sea level function data // *Russ. J. Numer. Anal. Math. Modelling*, 2007, 22(2), pp. 1-10.
14. *Agoshkov V.I., Parmuzin E.I., Shutyaev V.P.* A numerical algorithm of variational data assimilation for reconstruction of salinity fluxes on the ocean surface // *Russ. J. Numer. Anal. Math. Modelling*, 2008, 23(2), 135-161.
15. *Дианский Н.А., Багно А.В., Залесный В.Б.* Сигма-модель глобальной циркуляции океана и ее чувствительность к вариациям напряжения трения ветра // *Изв. АН. Физика атмосферы и океана*. 2002. Т. 38, N 4. С. 537-556.

Numerical algorithms for solving the variational data assimilation problem using on-line sea surface temperature data in the World Ocean

V.I. Agoshkov¹, E.I. Parmuzin¹, S.A. Lebedev²

¹ *Institute of numerical mathematics RAS,
119333, Moscow, Gubkina, 8
E-mails: agoshkov@inm.ras.ru; parm@inm.ras.ru;*

² *Geophysical Center RAS,
119296, Moscow, Molodezhnaya, 3
E-mail: lebedev@wdcb.ru*

In the paper the method of the numerical solution of a problem of variation data assimilation of the on-line data of the sea surface temperature (SST) of the World Ocean is considered. The observation data was set by special "mask" – characteristic function which depends on a time variable and which carrier does not coincide with all settlement water area. Thus, the problem of assimilation of the real (satellite) data of the SST of the World ocean without in addition interpolation on a subdomain is considered at present time where the observation data of was absent during the considered moment of time. For calculations the version of mathematical model of circulation of the World Ocean, developed in INM RAS was used.

Keywords: variational data assimilation, satellite observation data, sea surface temperature, mathematical model of the World ocean circulation.