

Исследование с высоким пространственным разрешением структурных функций электрической турбулентности в грозовой облачности

И.А. Краснова¹, Н.С. Ерохин^{1,2}, Н.Н. Зольникова², Л.А. Михайловская²

¹ *Российский университет дружбы народов,
115419, Москва, Орджоникидзе, 3,
e-mail: sungirl8@mail.ru*

² *Институт космических исследований РАН,
117997, Москва, Профсоюзная, 84/32,
e-mail: nerokhin@iki.rssi.ru*

Выполнен анализ структурных функций (СФ) $S_m(L)$ электрической турбулентности в грозовой облачности на основе экспериментальных данных измерения высотного профиля вертикальной компоненты электрического поля $E(z)$ в области высот атмосферы 0,239...11,248 км, напряженности электрического поля диапазоне –96,61...147,46 кВ/м; в верхней части области измерений поле на уровне $E(z) \approx 13,8$ кВ/м. Проведена оцифровка экспериментальных профилей $E(z)$ с использованием системы локализованных по высоте функций. Для экспериментальной выборки $E(z)$ разработана аналитическая аппроксимация $E_a(z)$. Проведены расчеты СФ электрической турбулентности $S_m(L)$ для значений порядка структурной функции m в диапазоне $0,1 < m < 7$ с шагом по высоте $\delta z = 2$ м. Анализ графиков СФ показал наличие двух интервалов (малые и средние масштабы) L , в которых наблюдались степенные скейлинги $S_m(L)$. Для этих степенных интервалов определены скейлинговые экспоненты $g(m)$, отличающиеся от колмогоровского $g_k(m) = m/3$ и спирального $g_h(m) = 2m/3$ скейлингов в случае однородной, изотропной, гидродинамической турбулентности. Скейлинговая экспонента для малых масштабов (десятки метров) $g_1(m)$ больше таковой для средних масштабов $g_2(m)$. Для средних масштабов имеются заметные отличия от чисто степенного скейлинга, что может быть обусловлено присутствием в электрической турбулентности когерентных структур умеренной амплитуды. Выполнены расчеты высотных профилей электрического потенциала $U(z)$ и объемной плотности электрического заряда $\rho(z)$ в грозовой облачности, показано наличие значительных флуктуаций $\rho(z)$. Результаты проведенного исследования представляют интерес для последующего анализа вклада заряженных подсистем мощных атмосферных вихрей в генерацию гидродинамической спиральности атмосферы $H = \nabla \text{rot} V$ и формирование неоднородной, самосогласованной структуры ветровых потоков в вихре. Кроме того это весьма важно также для дальнейшего развития методик обработки данных дистанционного зондирования атмосферных вихрей, более полной и корректной физической интерпретации результатов обработки экспериментальных данных, разработки новых, современных методов прогнозирования кризисных природных явлений и для численного моделирования динамики интенсивных крупномасштабных вихрей в атмосфере.

Ключевые слова: структурные функции, инерционные интервалы, электрическая турбулентность, скейлинговые экспоненты, грозовая облачность, когерентные структуры, высотные распределения.

Постановка задачи и численные расчеты

Как известно (см., например, Lazarev, Moiseev, 1990; Моисеев, Чхетиани, 1996; Branover et al., 1998; Ерохин, Моисеев, 2003), наличие спиральности $H = \nabla \text{rot} V$ в атмосферных вихрях и плазме повышает их устойчивость к возмущениям и увеличивает время существования. Кроме того, спиральность H способствует возникновению обратного каскада энергии от малых масштабов в крупные и в результате возможно, например, усиление слабых синоптических возмущений до уровня мощных циклонов.

Анализ возможных механизмов генерации спиральных движений в приложении к интенсивным атмосферным вихрям показывает, что для корректного описания этого процесса необходимо учитывать вклад заряженных подсистем грозовых облаков как в формирование самосогласованной, существенно неоднородной структуры ветровых потоков, так и в их последующую нелинейную динамику (см., в частности, Arteha et al., 2003). Имеющиеся в литературе наблюдательные данные о вертикальных профилях электрического поля $E_z(z)$ в

грозовой облачности (см., например, Byrne et al., 1989; Marshall, Rust, 1995; Marshak, Davies et al., 1997) указывают на присутствие достаточно сильных электрических флуктуаций с типичными размерами по высоте $10 \dots 500$ м и напряженностями поля порядка $10^4 \dots 10^5$ В/м. Для корректных оценок вклада заряженных подсистем в генерацию спиральных движений атмосферы необходимо изучать параметры электрических флуктуаций, в частности, исследовать свойства структурных функций $S_m(L)$, где $L = z_1 - z_2$ разность высот двух атмосферных слоев. Ниже, используя стандартные подходы анализа гидродинамической турбулентности (Osborne, Provenzale, 1989; Litvinenko et al., 1992; Branover et al., 1998; Ерохин, Моисеев, 2003; Marsh, Tu, 1997; Horbury, Balogh, 1997; Schertzer et al., 1997) рассмотрены свойства структурных функций $S_m(L)$ для электрического поля $E_z(z)$ в грозовой облачности. Основой для анализа являются экспериментальные графики поля $E_z(z)$ для области высот $0,239 < z$ (км) $< 11,248$.

Проведены оцифровка экспериментальных графиков, разработка аналитических аппроксимаций $E_a(z)$ в классе локализованных функций вида $b_n(z) = a_n / [1 + k_n^2(z - z_n)^2]$ с параметрами a_n , k_n и z_n . Затем на их основе вычисляются структурные функции $S_m(L)$ порядка m , определяемые выражением $S_m(L) = \langle |E_a(z_i + L) - E_a(z_i)|^m \rangle$, где $z_i = li$, $l = 2$ м для интервала высот $z < h$, $1 \leq i \leq N$, $N = h/l$, а пространственное усреднение проводится в области $0 < z < h - L$. Как обычно полагаем $l < L < h/3$. В данном случае $\min E(z) = -98,206$ кВ/м при $z = 5,566$ км, $\max E(z) = 148,67$ кВ/м при $z = 4,644$ км.

Следует отметить, что полученные аналитические аппроксимации могут быть использованы также для определения высотных профилей, например, электрического потенциала и объемной плотности электрического заряда. Зависимость $S_m(L)$ от масштаба L для различных значений порядка m представляется на графиках в \lg - \lg координатах. Эти графики показывают наличие в электрической турбулентности двух инерционных интервалов, в которых имеется линейная зависимость между $\lg S_m(L)$ и $\lg L$. Следовательно, в инерционных интервалах наблюдаются степенные скейлинги типа $S_m(L) \approx L^{g(m)}$, где $g(m)$ — скейлинговая экспонента. Для $m = 1$ имеем индекс Херста $H = g(1)$, индекс спектра мощности турбулентных флуктуаций α выражается через $g(2)$, $\alpha = 1 + g(2)$. Экспериментальные данные по высотным профилям электрического поля взяты из работ (Byrne et al., 1989; Marshall, Rust, 1995). Аналитическая аппроксимация $E(z)$ содержит сумму локализованных функций $r_n(z)$: $E_a(z) = \sum r_n$, где $r_n(z) = \sum b_{nj}$, $b_{nj}(z) = a_{nj} / [1 + k_{nj}^2(z - z_{nj})^2]$, коэффициенты a_{nj} и высота z измеряются соответственно в (кВ/м) и (км). Для упрощения записи $S_m(L)$ введем положение i -го слоя z_i (км) $= 0,240 + 0,002(i - 1)$, где $i = 1, 2, \dots, N$, $N = 5508$. Таким образом, L_n (км) $= 0,002n$, где $n = 1, 2, \dots, 1875$. Следовательно, имеем: $S_m(L) \equiv S_m(n)$, $E(z_i) \equiv E_i$. В итоге $S_m(n)$ записывается выражением $S_m(n) = \sum |E_i - E_{i+n}|^m / (N - n)$, а графики структурных функций $S_m(n)$ дают их зависимости от безразмерного сдвига по высоте $n = L/2m$. На рис. 1 в \lg - \lg -координатах они даны для значений порядка структурных функций $m = 0,5; 1; 2; 3; 5$. Для удобства сравнения графиков используем нормированные СФ: $W_m(n) = S_m(n)/S_m(1)$ т. е. выполняется условие $W_m(1) = 1$.

Согласно рис. 1, насыщение роста $S_m(n)$ при увеличении высотного сдвига n зависит от значения m . Например, для случая $m = 1$ насыщение роста СФ имеет место для масштабов $L_1 > 1470$ м. Для $m < 0,9$ не наблюдается насыщения. Масштаб L_m уменьшается с ростом порядка m . Так, при $m = 5$ насыщение происходит при $L > 970$ м. Другое заключение касается наличия инерционных интервалов для электрических флуктуаций. Согласно рис. 1, имеются два инерционных интервала: первый — на малых масштабах $L < 50$ м, а второй — в области средних масштабов, где $L < 1400$ м для порядков $m > 2$. Следует отметить зависимость положения границ инерционных интервалов от порядка СФ.

В случае $m = 0,3$ структурная функция $S_3(n)$ и ее аппроксимации $V(n) \approx n^{0,3}$ для малых масштабов, $R \approx n^{0,22}$ для средних масштабов представлены на рис. 2. Первый интервал расположен на масштабах $L < 55$ м. Для $m = 2$ также получена структурная функция $S_2(n)$ и ее

аппроксимации $V(n) \approx n^2$ для малых масштабов, а $R \approx n^{1,51}$ для средних масштабов. Переход между этими происходит на масштабе порядка 45 м. Как видно из графиков, аналитические аппроксимации достаточно хорошо воспроизводят скейлинги структурных функций. Аналогичные результаты получаются и для других значений порядка m , а именно: 0,1; 0,2; 0,4; 0,5; 0,6; 0,8; 1,0; 1,4; 1,7; 2,0; 2,4; 2,7; 3,0; 3,4; 3,7; 4,0; 4,4; 4,7; 5,0; 5,4; 5,7; 6,0; 6,4; 6,7; 7,0.

Путем численных расчетов и аппроксимаций структурных функций $S_m(n)$ были получены скейлинговые экспоненты: $g_1(m)$ для малых масштабов и $g_2(m)$ для средних масштабов (рис. 3). Как следует из рис. 3, скейлинговая экспонента $g_1(m)$ весьма близка к линейной функции. Приведем аналитические аппроксимации для скейлинговых функций: $g_1(m) \approx 0,973m$, $g_2(m) \approx 0,785m - 0,014m^2$. Эти аппроксимации вполне хорошо передают поведение скейлинговых экспонент.

Более детальный анализ графиков структурных функций показывает наличие отклонений от чисто степенных скейлингов в инерционных интервалах. Такое поведение структурных функций $S_m(n)$ может быть обусловлено наличием когерентных структур в атмосферной электрической турбулентности на малых и средних масштабах, а также перемежаемостью электрической турбулентности. Этот вывод следует из ранее проведенного численного анализа модели турбулентности, имеющей два степенных спектра флуктуаций на малых и средних масштабах и некоторое количество когерентных структур на средних масштабах, которые локализованы по высоте z и имеют умеренные амплитуды. При этом различия структурных функций от степенных скейлингов в области масштабов, соответствующих типичным масштабам когерентных структур (КС) и зависит от распределения КС по длине выборки.

В продолжение выполненного анализа в последующей работе планируется детальное исследование возможности обобщенной масштабной инвариантности для электрической турбулентности в грозовой облачности. Наличие обобщенной масштабной инвариантности турбулентности означает, что для структурных функций выполняется соотношение $S_m(n) = A_m [S_3(n)]^{\zeta(m)}$, где $\zeta(m)$ обобщенная скейлинговая функция; A_m — не зависит от n . Если в рассмотренном выше варианте пренебречь (для $m \leq 8$) нелинейной добавкой в $g_2(m)$, то для обоих инерционных интервалов имеем $\zeta(m) = m/3$. Таким образом получаем единую скейлинговую экспоненту $\zeta(m)$ на малых и средних масштабах электрической турбулентности.

Заключение

Результаты проведенного анализа состоят в следующем.

Используя экспериментальные данные по высотному профилю электрического поля в грозовой облачности исследованы структурные функции электрических флуктуаций.

Выявлены два инерционных интервала на малых и средних масштабах, в которых наблюдаются степенные скейлинги $S_m(n)$, вычислены скейлинговые экспоненты $g(m)$, отличающиеся от Колмогоровского и спирального скейлингов.

Разработаны аналитические аппроксимации для $S_m(n)$ в инерционных интервалах. Указано, что некоторое отличие графиков $S_m(n)$ от степенных профилей может быть обусловлено наличием когерентных структур умеренной амплитуды на средних масштабах. Кроме того могут проявляться эффекты перемежаемости электрической турбулентности.

Данное исследование представляет интерес, в частности, для разработки упрощенных физико-математических моделей интенсивных вихрей типа тайфунов, дальнейшего развития схем параметризации при численных расчетах динамики ураганов с включением эффектов влияния заряженных подсистем на нелинейную эволюцию мощного вихря.

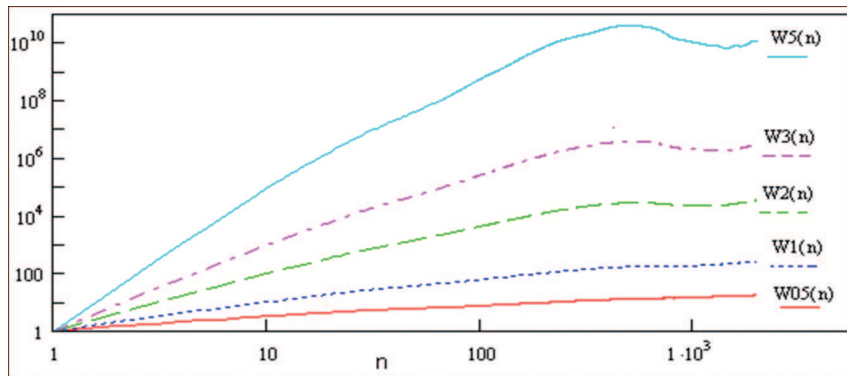


Рис. 1. Графики структурных функций

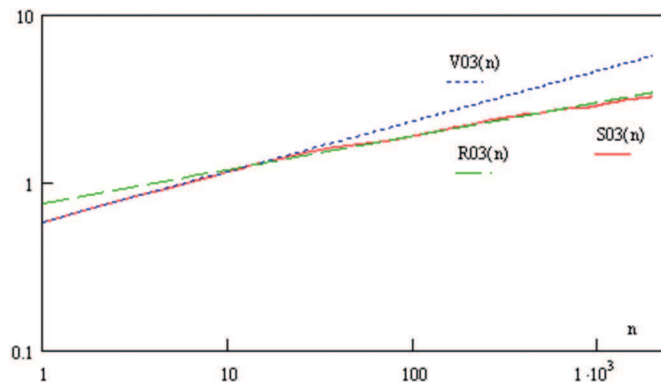


Рис. 2. Структурная функция $S_{0,3}(n)$ и ее аналитические аппроксимации в инерционных интервалах. Аналогичные результаты получаются и для других значений порядка t , а именно: 0,1; 0,2; 0,4; 0,5; 0,6; 0,8; 1,0; 1,4; 1,7; 2,0; 2,4; 2,7; 3,0; 3,4; 3,7; 4,0; 4,4; 4,7; 5,0; 5,4; 5,7; 6,0; 6,4; 6,7; 7,0

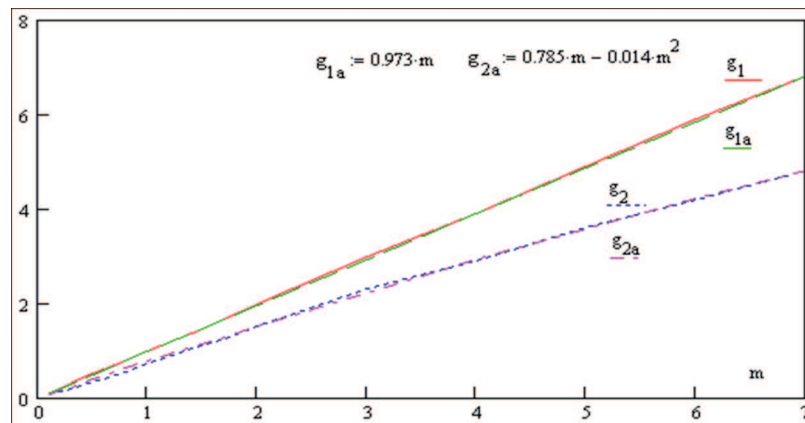


Рис. 3. Графики скейлинговых экспонент и их аналитических аппроксимации

Литература

1. Будаев В.П. Обобщенная масштабная инвариантность и лог-пуассоновская статистика турбулентности краевой плазмы в токамаке Т-10 // Физика плазмы. 2008. Т. 34. № 9. С. 867–884.
2. Ерохин Н.С., Моисеев С.С. Некоторые общие характеристики и механизмы развития природных кризисных процессов // Проблемы геофизики XXI века. М.: Наука, 2003. Т. 1. 160 с.
3. Краснова И.А., Ерохин Н.С. Анализ структурных характеристик электрического поля в грозовой облачности // 56-я Всерос. конф. по проблемам математики, информатики, физики и химии. Москва, РУДН: Тез. докл. 2010. С. 17.
4. Моисеев С.С., Чхетиани О.Г. Спиральный скейлинг в турбулентности // Журнал экспериментальной и теоретической физики. 1996. Т. 110. Вып. 1(7). С. 357.

5. *Arteha S.N., Golbraikh E., Erokhin N.S.* О роли электромагнитных взаимодействий в динамике мощных атмосферных вихрей // *Problems of Atomic Science and Technique*. 2003. N. 4. P. 94.
6. *Branover H., Eidelman A., Golbraikh E., Moiseev S.* Turbulence and Structures. Chaos, Fluctuations and Self-organization in Nature and in the Laboratory. San-Diego: Academic Press, 1998. 270 p.
7. *Byrne G.J., Few A.A., Stewart M.F.* Electric Field Measurement within a Severe Thunderstorm // *J. Geophysical Research*. 1989. V. 94. N. D5. P. 6297.
8. *Horbury T.S., Balogh A.* Structure function measurements of the intermittent MHD turbulent cascade // *Nonlinear Processes in Geophysics*. 1997. V. 4. N. 3. P. 185.
9. *Lazarev A.A., Moiseev S.S.* Geophysical Precursors of Early Stages of Cyclogenesis: Preprint. M.: IKI AN USSR, 1990. Pr-1844.
10. *Litvinenko L.N., Ryabov V.B., Usik P.V. et al.* Correlation Dimension: The New Tool in Astrophysics: Preprint. Kharkov: Inst. Radio Astronomy Academy of Sciences of Ukraine, 1992, N. 64. 53 p.
11. *Marsh E., Tu C.Y.* Intermittency, non-Gaussian statistics and fractal scaling of MHD fluctuations in the solar wind // *Nonlinear Processes in Geophysics*. 1997. V. 4. N. 1. P. 101.
12. *Marshak A., Davies A., Wiscombe W. et al.* Scale-invariance of liquid water distribution in marine stratocumulus. Part II. Multifractal properties and intermittency issues // *J. Atmospheric Sciences*. 1997. V. 54. N. 11. P. 1423.
13. *Marshall T.C., Rust W.D.* Electrical structure and updraft speeds in thunderstorms over the southern Great Plains // *J. Geophysical Research*. 1995. V. 100. P. 1001.
14. *Osborne A.R., Provenzale A.* Finite Correlation Dimension for Stochastic. Systems with Power-law Spectra // *Physica D*. 1989. V. 35. N. 2. P. 357.
15. *Schertzer D., Lovejoy S., Schmitt F. et al.* Multifractal cascade dynamics and turbulent intermittency // *Fractals*. 1997. V. 5. N. 3. P. 427.

The high resolution analysis of structure functions for the electric field turbulence in thunderstorm clouds

I.A. Krasnova ¹, N.S. Erokhin ^{1,2}, N.N. Zolnikova ², L.A. Mikhailovskaya ²

¹ *People Friendship University of Russia,
115419, Moscow, Ordzhonikidze, 3,
e-mail: sungirl8@mail.ru*
² *Space Research Institute,
117997, Moscow, Profsoyuznaya, 84/32,
e-mail: nerokhin@iki.rssi.ru*

It has been performed the numerical analysis of structure functions $S_m(L)$ for an electric turbulence in thunderstorm clouds by usage of experimental data on altitude profile of the electric field vertical component $E(z)$ in the height range 0.239...11.24813 km. The electric field was varied in the range $-96.61...147.46$ kV/m. In the upper part the measurement altitude range the electric field was at $E(z) \approx 13.8$ kV/m. Digitization of the experimental plots and elaboration of analytical approximations $E_a(z)$ for the electric field $E(z)$ in thunderstorm clouds in a class of localized functions were made. Numerical calculations of the structure functions $S_m(L)$ for the orders m in the range $0.1 \leq m \leq 7$ were performed with small enough step in the altitude $\delta z = 2$ m. Plots of $S_m(L)$ have been obtained and inertial intervals (where power law degree dependence of $S_m(L)$ is observing) of electric turbulence were detected in the small scales range and the middle scale one. Scaling exponents $g(m)$ for inertial intervals were determined which are significantly differ from the Kolmogorov scaling $g_k(m) = m/3$ and the helical one $g_h(m) = 2m/3$ in the homogeneous, isotropic hydrodynamical turbulence. It is established that $S_m(L)$ behaviour may be explained by the presence in middle scale range of turbulence intermittency and coherent structures which influence on scaling exponents $g(m)$. Results obtained are of the great interest for following investigations of intense atmospheric vortices charged subsystems contribution to the hydrodynamical helicity $H = \text{Vrot}V$ generation and to the development of inhomogeneous, self-consistent wind structure in the powerfull atmospheric vortices.

Keywords: structure functions, inertial intervals, electric turbulence, scaling exponents, thunderstorm clouds, coherent structures, altitude distributions.