

Анализ обобщенной масштабной инвариантности для электрической турбулентности в грозовой облачности

И.А. Краснова¹, Н.С. Ерохин^{1,2}, Н.Н. Зольникова², Л.А. Михайловская²

¹ *Российский университет дружбы народов, Москва, Россия
E-mail: sungirl8@mail.ru*

² *Институт космических исследований РАН, Москва, Россия
E-mail: nerokhin@iki.rssi.ru*

Как известно, ветровые потоки в интенсивных атмосферных вихрях типа тропических циклонов (ТЦ) обладают гидродинамической спиральностью, которая повышает их устойчивость и увеличивает время существования. Кроме того, в ТЦ имеются заряженные подсистемы, создающие большие напряженности электрического поля порядка 100 кВ/м, которые способствуют генерации в атмосфере ураганов и торнадо. Поэтому для корректного описания роли заряженных подсистем в формировании и последующей динамике спиральных ветровых потоков в мощном атмосферном вихре необходим анализ структурных характеристик электрической турбулентности в грозовой облачности. В работе на основе анализа структурных функций $S_m(L)$ представлены результаты исследования возможности обобщенной масштабной инвариантности электрической турбулентности для экспериментальных данных по вертикальному профилю электрического поля $E_z(z)$ в грозовой облачности на высотах $z < 13$ km. Рассмотрены инерционные интервалы электрической турбулентности, скейлинговые экспоненты, величины индекса Херста и куртозиса в них. В инерционных интервалах выявлены отклонения $S_m(L)$ от степенного скейлинга. Показано, что для интервалов малых и средних масштабов приближенно выполняется обобщенная масштабная инвариантность электрической турбулентности. Наблюдаемые отклонения скейлинга структурных функций от соответствующего обобщенной масштабной инвариантности объясняются наличием перемежаемости электрической турбулентности и когерентных электрических структур. Полученные результаты могут быть использованы для последующих оценок роли электрических подсистем в формировании самосогласованной, существенно неоднородной структуры ветровых потоков в ТЦ, при численном моделировании их нелинейной динамики с использованием схем параметризации, учитывающих электрические подсистемы вихрей, а также для выявления возможности воздействия на ТЦ. Кроме того, это представляет интерес для дальнейшего развития методик обработки данных дистанционного зондирования атмосферных вихрей, более полной и корректной физической интерпретации результатов обработки экспериментальных данных

Ключевые слова: структурные функции, инерционные интервалы, электрическая турбулентность, скейлинговые экспоненты, грозовая облачность, обобщенная масштабная инвариантность, высотные распределения.

Введение

Как показано ранее (Lazarev, Moiseev, 1990; Моисеев, Чхетиани, 1996; Branover et al., 1998; Ерохин, Моисеев, 2003), наличие спиральности $\mathbf{H} = \mathbf{v} \operatorname{rot} \mathbf{v}$ в интенсивных атмосферных вихрях повышает устойчивость этих структур к возмущениям, увеличивает время их существования и способствует возникновению нелинейного обратного каскада энергии от малых масштабов к крупным. В результате возможно усиление слабых синоптических возмущений до уровня мощных циклонов (ТЦ). Анализ механизмов генерации спиральных движений в мощных атмосферных вихрях показывает, что для корректного описания этого процесса необходимо учитывать вклад заряженных подсистем грозовых облаков в формирование самосогласованной, существенно неоднородной структуры ветровых потоков в ТЦ, а также в их последующую нелинейную динамику (Артеха и др., 2003; Артеха, Ерохин, 2005). Имеющиеся в литературе экспериментальные данные о вертикальных профилях электрического поля $E_z(z)$ в грозовой облачности (Burne et al., 1989; Marshall, Rust, 1995; Marshak et al., 1997) указывают

на присутствие достаточно сильных электрических флуктуаций с типичными размерами по высоте (20 ÷ 500) м и напряженностями электрического поля порядка (10 ÷ 100) кВ/м.

Для корректных оценок вклада заряженных подсистем в генерацию спиральных движений атмосферы, развития схем параметризации гидродинамических уравнений с учетом заряженных подсистем необходимо изучать параметры электрических флуктуаций, в частности, исследовать свойства структурных функций $S_m(L)$, где $L = z_1 - z_2$ разность высот двух атмосферных слоев, наличие инерционных интервалов, в которых $S_m(L) \sim L^{g(m)}$, здесь $g(m)$ – скейлинговая экспонента.

В данной работе, используя стандартные подходы в исследовании гидродинамической турбулентности (Branover et al., 1998; Ерохин, Моисеев, 2003; Osborne, Provenzale, 1989; Litvinenko et al., 1992; Marsh, Tu, 1997; Schertzer D. et al., 1997; Horbury, Balogh, 1997), на основе анализа ряда экспериментальных графиков поля $E_z(z)$ для области высот $z < 14$ км рассмотрены характеристики структурных функций $S_m(L)$ для электрического поля в грозовой облачности включая стандартное отклонение для вариаций поля $E_z(z)$, скейлинговые экспоненты $g(m)$, индекс Херста H , а также куртозис $K(L) = S_4(L) / [S_2(L)]^2$, асимметрию вариаций электрического поля Sk (skewness). Необходимо указать, что индекс Херста H характеризует трендоустойчивость высотного профиля поля $E_z(z)$, а куртозис определяет присутствие перемежаемости в электрической турбулентности.

При наличии перемежаемости скейлинговая экспонента имеет нелинейную зависимость от порядка m . Ниже показано, что с приемлемой точностью для электрической турбулентности на малых и средних масштабах реализуется обобщенная масштабная инвариантность, когда $S_m(L) \sim [S_\zeta(L)]^{\zeta(m)}$, где $\zeta(m)$ обобщенная скейлинговая экспонента, а имеющиеся малые отклонения могут быть обусловлены перемежаемостью турбулентности и присутствием когерентных структур среднего масштаба. Для симметричных относительно среднего значения распределений турбулентности значение параметра Sk близко к нулю.

Следует отметить, что помимо указанной выше связи с метеорологическими процессами в атмосфере электрические подсистемы грозовой облачности могут обуславливать вариации потока вторичных космических лучей (мюонов, электронов и др.) в нижней мезосфере и, кроме того, корреляции поля $E_z(z)$ с геомагнитной активностью, в частности, солнечными протонными событиями (Khaerdinov et al., 2005; Лидванский, Хаердинов, 2011; Zadorozhny, Tyutin, 1998). Поэтому особенности динамики атмосферы, обусловленные электрическими подсистемами облачности, могут быть выявлены также путем исследования вариаций потока вторичных космических лучей во время гроз.

Исходные данные, анализ структурных функций электрической турбулентности

Рассмотрим характеристики структурных функций $S_m(L)$ для электрического поля $E_z(z)$ в грозовой облачности. В расчетах используем аналитические аппроксимации экспериментальных графиков $E_z(z)$ в классе локализованных функций следующего вида $b_n(z) = a_n / [1 + k_n^2 (z - z_n)^2]$ с параметрами a_n, k_n, z_n . Затем вычисляем функции $S_m(L)$

по формуле: $S_m(L) = \langle |E_a(z_i + L) - E_a(z_i)|^m \rangle$, где $z_i = \lambda i$, $\lambda = 4$ м для области высот $z < h$, $1 \leq i \leq N$, $N = h / \lambda$. Пространственное усреднение проводится в области $0 < z < h - L$ и полагаем $\lambda < L < h / 2$. Зависимость $S_m(L)$ от масштаба L для различных значений порядка m представляется на графиках в $\lg\text{-}\lg$ координатах, из которых видно наличие в электрической турбулентности двух инерционных интервалов, в которых связь между $\lg S_m(L)$ и $\lg L$ линейна. Следовательно, в инерционных интервалах реализуются степенные скейлинги вида $S_m(L) \sim L^{g(m)}$. Для выборки, показанной на *рис. 1*, исследована область высот $0,194 < z / \text{км} < 13,36$. В данном случае максимальное и минимальное значения поля равны: $\max E_z \approx 71,47$ кВ / м при $z = 6,84$ км, $\min E_z \approx -93,48$ кВ / м при $z = 5,04$ км. При расчете потенциала положено $U(z) = 0$ при $z = 0,194$ км. Тогда максимальное и минимальное значения $U(z)$ равны: $\max U \approx 107,87$ МэВ при $z = 6,65$ км, $\min U \approx -19,49$ МэВ для $z = 3,27$ км. По расчетам среднее значение электрического поля $\langle E(z) \rangle \equiv E_{av}$ и стандартное отклонение σ в рассматриваемом диапазоне высот равны $E_{av} \approx -4,86$ кВ / м, $\sigma \approx 27,198$ кВ / м, где $\sigma^2 = \langle (E(z) - E_{av})^2 \rangle$, $E(z) \equiv E_z(z)$. Отметим, что средние характеристики вычисляются по стандартной формуле $\langle X \rangle = (1 / N) \sum_i X(z_i)$, где $N = 3236$, $i = 1, 2 \dots N$. Расчеты показали, что для данной выборки электрического поля высотный профиль объемной плотности электрического заряда имеет флуктуации большой амплитуды. В противоположность этому профиль электрического потенциала U является весьма плавной функцией высоты.

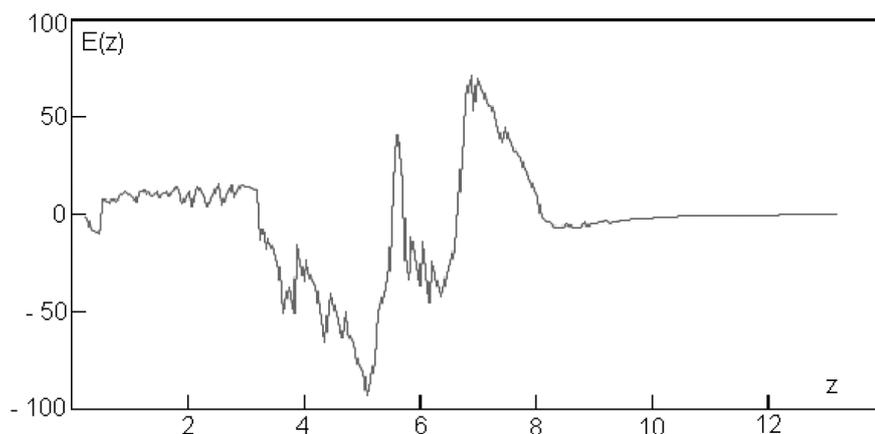


Рис. 1. Высотный профиль электрического поля в грозовой облачности, величина поля E дана в кВ / м, высота z в км

Рассмотрим теперь (Sura, Perron, 2010; She, Leveque, 1994; Dubrulle, 1994; Козак и др., 2011; Фрик, 2010) характерные параметры турбулентности – асимметрию распределения флуктуаций (skewness) Sk и куртозис K_1 , определяемые для всей выборки следующими выражениями:

$$Sk = \langle (E(z) - E_{av})^3 / \sigma^3 \rangle, K_1 = \langle (E(z) - E_{av})^4 / \sigma^4 \rangle. \sigma^2 = \langle (E(z) - E_{av})^2 \rangle. \quad (1)$$

В формуле (1) усреднение идет по высотам z_i (км) = $0,194 + 0,004(i - 1)$, $1 \leq i \leq N$, $N = 3236$. С учетом аналитических аппроксимаций поля $E(z)$ расчеты дают: $Sk \approx -0,451$, $K_1 \approx 4,548$. Для нормального распределения флуктуирующей величины параметр Sk равен нулю, а $K_1 = 3$. Следовательно, поскольку Sk отрицательно для исследуемой выборки, левый

хвост распределения электрического поля по величине (относительно центральной точки) длиннее правого хвоста. Для куртозиса получаем $K_1 \approx 4,548$, т.е. эксцесс ($K_1 - 3$) положителен. Таким образом, функция распределения электрического поля по величине имеет хорошо выраженный пик и в электрической турбулентности присутствует перемежаемость.

Здесь необходимо отметить, что модель турбулентности с инерционным интервалом при наличии перемежаемости ранее была рассмотрена, в частности, в работе (She, Leveque, 1994), где предложено выражение для скейлинговой экспоненты $g(m)$ с нелинейной зависимостью от порядка структурной функции m .

Обсудим теперь обобщенную масштабную инвариантность (ОМИ) для анализируемой выборки электрического поля. На *рис. 2* представлены графики структурных функций $S_1(n)$, $S_2(n)$, $S_3(n)$, где $n = \delta z / 4$ м – безразмерная разность высот двух слоев. Для других значений порядка структурной функции m графики вполне аналогичны приведенным на *рис. 2*.

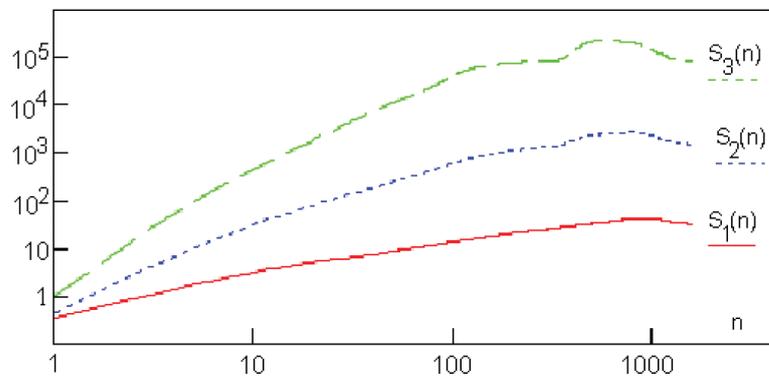


Рис. 2. Графики структурных функций для $m = 1, 2, 3$

Согласно *рис. 2*, имеются два инерционных интервала для электрической турбулентности: на малых масштабах $n < 26$ и на средних масштабах $25 < n < 995$, где наблюдается степенной скейлинг структурных функций (СФ): $S_m(n) \sim n^{g(m)}$, где $g(m)$ – скейлинговая экспонента. Степенные аппроксимации $S_m(n)$ в инерционных интервалах дают следующие значения скейлинговых экспонент. На малых масштабах: $g(1) \approx 0,94$, $g(2) \approx 1,824$, $g(3) \approx 2,62$, $g(4) \approx 3,318$. Для средних масштабов имеем: $g(1) \approx 0,596$, $g(2) \approx 1,285$, $g(3) \approx 1,942$, $g(4) \approx 2,585$.

Таким образом, выборка более трендоустойчива в интервале малых масштабов, а на средних масштабах она сильно зашумлена. Анализ показал, что если $g(m)$ может быть аппроксимирована в инерционных интервалах линейной функцией типа $g(m) \approx \beta m$, когда $S_m(n) \approx A_m n^{g(m)}$, то для электрической турбулентности имеет место обобщенная масштабная инвариантность вида $S_m(n) \approx A_m [S_3(n) / A_3]^{m/\beta}$ для обоих инерционных интервалов с разными значениями параметра β в каждом интервале. Пусть $\zeta(m)$ – обобщенная скейлинговая экспонента, т.е. $S_m(n) \sim [S_3(n)]^{\zeta(m)}$. Расчеты дают следующие значения обобщенных скейлинговых экспонент: $\zeta(1) \approx 0,345$, $\zeta(2) \approx 0,681$, $\zeta(4) \approx 1,294$, $\zeta(6) \approx 1,83$.

Для удобства сравнения графиков структурных функций $S_m(n)$ и их аппроксимаций по обобщенной масштабной инвариантности $Q_m(n)$ определим функции $Q_m(n)$ следующей

формулой: $Q_m(n) = S_m(1)[S_3(n)/S_3(1)]^{\zeta(m)}$. На рис. 3 представлены в качестве примера графики соответственно $Q_2(n)$, $S_2(n)$ в зависимости от $S_3(n)$. Скейлинговые экспоненты для $S_2(n)$ указаны выше. Как видим, в инерционных интервалах наблюдается согласие графика $S_2(n)$ с ее аналитической аппроксимацией $Q_2(n)$, что подтверждает наличие обобщенной масштабной инвариантности. Однако на средних масштабах имеются отклонения от ОМИ. Так для $n = 641$ получаем $[Q_2(641) - S_2(641)] / S_2(641) \approx -0,234$. Расчеты показали, что отклонения от ОМИ возрастают с увеличением порядка структурной функции m . Это обусловлено наличием отмеченной выше перемежаемости электрической турбулентности и присутствием когерентных структур на средних масштабах.

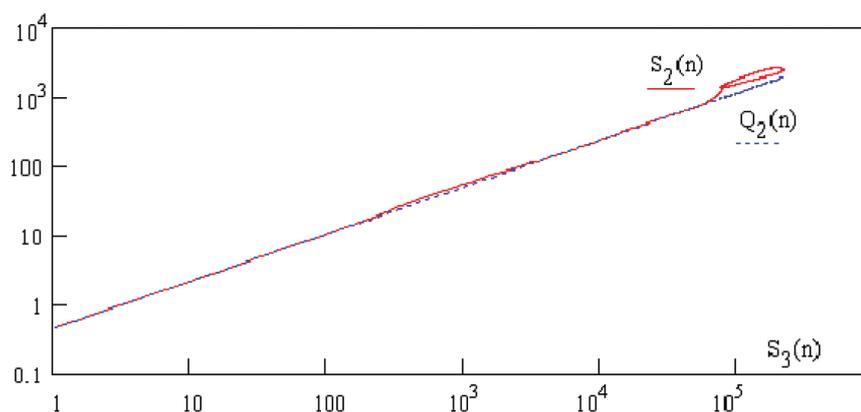


Рис. 3. Графики структурной функции $S_2(n)$ и ее аналитической аппроксимации $Q_2(n)$

Аналогичные результаты получаются и для других порядков структурных функций. Отметим, что вид графиков при $S_3(n)$ порядка 10^5 и более связан с насыщением роста структурных функций на больших масштабах. Перемежаемость электрической турбулентности видна уже из высотного профиля электрического поля. Дополнительным подтверждением является график функции $K_2(n) = S_4(n) / [S_2(n)]^2$. Если перемежаемость имеется, функция $K_2(n)$ (второе определение куртозиса) существенно меняется в инерционных интервалах. Согласно расчетам, график $K_2(n)$ демонстрирует значительные вариации этой характеристики. Таким образом, исследуемая выборка для высотного профиля электрического поля в грозовой облачности имеет сильную перемежаемость электрической турбулентности по высоте.

Заключение

Результаты анализа характеристик электрической турбулентности в грозовой облачности можно сформулировать следующим образом.

Для конкретной выборки экспериментальных данных по высотному профилю электрического поля в грозовой облачности, используя аналитическую аппроксимацию поля $E(z)$, исследованы характеристики электрической турбулентности, включая среднюю величину поля E_{av} в рассматриваемом диапазоне высот, стандартное отклонение σ ,

асимметрию функции распределения поля (skewness), куртозис, индекс Херста, структурные функции, обобщенную масштабную инвариантность.

Показано, что на малых и средних масштабах, где имеются инерционные интервалы, наблюдается обобщенная масштабная инвариантность электрической турбулентности $S_m(n) \approx S_m(1)[S_3(n)/S_3(1)]^{\zeta(m)}$ и получена обобщенная скейлинговая экспонента $\zeta(m)$. Более детальное исследование выявило наличие отклонений от скейлинга ОМИ, обусловленных перемежаемостью электрической турбулентности. Влияние перемежаемости на скейлинг структурных функций (СФ) возрастает с увеличением порядка СФ и наибольшее на средних масштабах. Рассчитанные величины параметров асимметрии функции распределения поля, куртозиса, индекса Херста подтверждают эти выводы. Кроме того из анализа этих параметров следует, что исследованная выборка экспериментальных данных более трендоустойчива в инерционном интервале малых масштабов, а на средних масштабах она сильно зашумлена. Особенности поведения структурных функций $S_m(n)$ могут быть обусловлены и наличием когерентных структур (КС) в атмосферной электрической турбулентности на малых и средних масштабах. Это следует из ранее проведенного численного анализа модели турбулентности, имеющей два степенных спектра флуктуаций на малых и средних масштабах и некоторое количество КС умеренных амплитуд на средних масштабах. При наличии КС отклонения структурных функций от степенных скейлингов зависят от распределения КС по длине выборки.

Результаты проведенного анализа представляют интерес для последующих исследований влияния заряженных подсистем мощных атмосферных вихрей типа тайфунов на формирование неоднородной, самосогласованной структуры ветровых потоков в ТЦ. Электромагнитные силы внутри тропических циклонов могут существенно воздействовать на динамику ТЦ, включая возникновение обратного каскада энергии и усиление синоптических возмущений. Так, процессы ионизации повышают тепловыделение в облачности и могут приводить к формированию тепловых башен в тайфунах с высокой грозовой активностью, а также порождать за счет сильных электрических полей неоднородности в ионосфере (Бондур, Пулинец, 2012).

Проводимые исследования электрических подсистем грозовой облачности важны и для дальнейшего развития существующих методик обработки данных дистанционного зондирования атмосферных вихрей, более полной физической интерпретации результатов обработки экспериментальных данных, разработки современных методов прогнозирования кризисных природных явлений, для численного моделирования пространственно-временной динамики (с учетом схем параметризации вклада электрических подсистем ТЦ) интенсивных, крупномасштабных вихрей в атмосфере.

Работа выполнена при поддержке программы ОФН-11 РАН.

Литература

1. *Артеха С.Н., Гольбрайх Е., Ерохин Н.С.* О роли электромагнитных взаимодействий в динамике мощных атмосферных вихрей // Вопросы атомной науки и техники. 2003. № 4. С. 94–99.
2. *Артеха С.Н., Ерохин Н.С.* О связи крупномасштабных вихревых атмосферных процессов с электромагнитными явлениями // Электромагнитные явления. 2005. Т. 5. № 1(14). С. 3–11.
3. *Бондур В.Г., Пулинец С.А.* Воздействие мезомасштабных атмосферных вихревых процессов на верхнюю атмосферу и ионосферу Земли // Исследования Земли из космоса. 2012. № 3. С. 3–11.
4. *Ерохин Н.С., Моисеев С.С.* Некоторые общие характеристики и механизмы развития природных кризисных процессов // Проблемы геофизики XXI века. М.: Наука, 2003. Т. 1. С. 160–182.
5. *Козак Л.В., Пилипенко В.А., Чугунова О.М., Козак П.Н.* Статистический анализ турбулентности форшоковой области и магнитослоя Земли // Космические исследования. 2011. Т. 49. № 3. С. 202–212.
6. *Лидванский А.С., Хаердинов Н.С.* Статистика вариаций мюонов космических лучей во время гроз // Известия РАН. Серия физическая. 2011. Т. 75. № 6. С. 888–890.
7. *Моисеев С.С., Чхетиани О.Г.* Спиральный скейлинг в турбулентности // ЖЭТФ. 1996. Т. 110. Вып. 1(7). С. 357–370.
8. *Фрик П.Г.* Турбулентность: подходы и модели. Изд. 2-е, испр. и доп. М.; Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика». 2010. 332 с.
9. *Branover H, Eidelman A., Golbraikh E. and Moiseev S.* Turbulence and Structures. Chaos, Fluctuations and Self-organization in Nature and in the Laboratory. San-Diego: Academic Press, 1998. 270 p.
10. *Byrne G.J., Few A.A. and Stewart M.F.* Electric field measurements within a severe thunderstorm anvil // Journal of Geophysical Research. 1989. V. 94 (D5). P. 6297–6307.
11. *Dubrulle B.* Intermittency in fully developed turbulence: log-Poisson statistics and generalized scale covariance // Phys. Rev. Lett. 1994. V. 73. P. 959–967.
12. *Horbury T.S., Balogh A.* Structure function measurements of the intermittent MHD turbulent cascade // Nonlinear Processes in Geophysics. 1997. V. 4. No. 3. P. 185–199.
13. *Khaerdinov N.S., Lidvansky A.S., Petkov V.B.* Electric field of thunderclouds and cosmic rays: evidence for acceleration of particles (runaway electrons) // Atmospheric Research. 2005. V. 76. Iss.1–4. P. 346–354.
14. *Lazarev A.A., Moiseev S.S.* Geophysical Precursors of Early Stages of Cyclogenesis: Preprint IKI RAS, Pr –1844, 1990. 13 p.
15. *Litvinenko L.N., Ryabov V.B., Usik P.V. et al.* Correlation Dimension // The New Tool in Astrophysics. Institute of Radio Astronomy, Academy of Sciences of Ukraine, Preprint No. 64. Kharkov. 1992. 53 p.
16. *Marsh E., Tu C.Y.* Intermittency, non-Gaussian statistics and fractal scaling of MHD fluctuations // Nonlinear Processes in Geophysics. 1997. V. 4. No. 1. P. 101–124.

17. *Marshak A., Davies A., Wiscombe W. et al.* Scale-invariance of liquid water distribution in marine stratocumulus. Part II. Multifractal properties and intermittency issues // *Journal of Atmospheric Sciences*. 1997. V. 54. No. 11. P. 1423–1444.
18. *Marshall T.C. and Rust W.D.* Electrical structures and updrafts speeds in thunderstorms over the southern great-plains // *Journal of Geophysical Research*. 1995. V. 100 (D1). P. 1001–1015.
19. *Osborne A.R., Provenzale A.* Finite correlation dimension for stochastic systems with power-law spectra // *Physica D*. 1989. V. 35. No. 2. P. 357–381.
20. *Schertzer D., Lovejoy S., Schmitt F. et al.* Multifractal cascade dynamics and turbulent intermittency // *Fractals*. 1997. V. 5. No. 3. P. 427–471.
21. *She Z., E. Leveque E.* Universal scaling laws in fully developed turbulence // *Phys. Rev. Lett.* 1994. V. 72. P. 336–339.
22. *Sura P. and Perron M.* Extreme events and the general circulation: observations and stochastic model dynamics // *Journal of the Atmospheric Sciences*. 2010. V. 67. No. 9. P. 2785–2804.
23. *Zadorozhny A.M., A.A. Tyutin A.A.* Effects of geomagnetic activity on the mesospheric electric fields // *Ann. Geophysicae*. 1998. V. 16. P. 1544–1551.

The analysis of generalized scale invariability for the electric field turbulence in thunderstorm clouds

I.A. Krasnova¹, N.S. Erokhin^{1,2}, N.N. Zolnikova², L.A. Mikhailovskaya²

*¹ Peoples' Friendship University, Moscow, Russia
E-mail: sungirl8@mail.ru*

*² Space Research Institute of RAS, Moscow, Russia
E-mail: nerokhin@iki.rssi.ru*

As it is known the wind fluxes in intensive atmospheric vortices like tropical cyclones (TC) have the hydrodynamical helicity which increases their stability and the life time. Moreover tropical cyclones have charged subsystems (ECS) creating the large electric fields of the order of 100 kV/m which facilitate development of hurricanes and whirlwinds. So for the correct description of charged subsystems role in the generation of helical wind flows and their following dynamics inside the powerful atmospheric vortices it is necessary to analyze the structural characteristics of electric turbulence in thunderstorm clouds. Below on the basis of structure functions $S_m(L)$ analysis it is described the results of investigation of generalized scale invariability possibility for electric turbulence by usage of experimental data on the electric field vertical profile in thunderstorm clouds for the heights $z < 13$ km. It has been considered the electric turbulence inertial intervals, scaling exponents, the magnitude of both Herst index and curtosis for these intervals. For inertial intervals it was revealed the $S_m(L)$ deviations from power law scalings. It has been shown that for the small scales and middle ones the electric turbulence is closed enough to the generalized scale invariability law. The deviations from this law observed may be explained by the presence of both the turbulence intermittency and coherent electric structures. Results obtained may be used for the following estimates of electric subsystems role in the generation of selfconsistent, essentially inhomogeneous structure of wind fluxes in TC, for the numerical modeling of their nonlinear dynamics with usage of the parametrization schemes, taking into account the ECS, and to study the possibility of influence on TC dynamics. Besides these results are of great interest for the following development of methods for processing of remote sensing data on atmospheric vortices, more detailed and correct physical interpretation such data processing results.

Keywords: structure functions, inertial intervals, electric turbulence, scaling exponents, thunderstorm clouds, generalized scale invariability, altitude distribution.