Анализ точности пространственно-частотных методов коррекции смаза космических изображений

Б.С. Жуков

Институт космических исследований РАН, Москва, Россия e-mail: bzhukov@mail.ru

Проанализированы возможности использования винеровской фильтрации для восстановления смазанных изображений, получаемых космическими съемочными системами. С помощью тестового изображения, представляющего собой поля типа «шахматная доска» с различным размером квадратов, показано, что при отношении сигнал / шум от 250 до 100 и ошибках задания ширины функции рассеяния точки (ФРТ) до 10% могут быть удовлетворительно восстановлены объекты размером до половины ширины ФРТ. Приводятся примеры восстановления изображений, полученных космическими съемочными системами.

Ключевые слова: восстановление смазанных изображений, инверсная фильтрация, винеровская фильтрация, метод Тихонова.

Введение

В случае дефокусировки съемочной системы или при ее движении относительно снимаемого объекта получаемое изображение может оказаться смазанным. Такая же ситуация возникает при использовании методов «суперразрешения», в частности, когда проводится «подсканирование» фотоприемным устройством с шагом, меньшим размера его элемента (Аванесов и др., 1986).

В данной работе анализируются возможности пространственно-частотных методов восстановления смазанных изображений и приводятся примеры их применения к изображениям, полученным космическими съёмочными системами.

1. Постановка задачи

Изображение g(i, j), получаемое цифровыми съемочными системами, можно связать с полем яркости наблюдаемой сцены $f(\mathbf{x})$ соотношением:

$$g(i, j) = \int h(\mathbf{x}_{ij} - \mathbf{x}') f(\mathbf{x}') \, d\mathbf{x}' + n(i, j), \tag{1}$$

где $\mathbf{x}_{ij} = (d_x i, d_y j)$ – двумерный радиус-вектор центра пиксела $(i, j); d_x$ и d_y – шаги отсчетов вдоль осей x и y; $h(\Delta \mathbf{x})$ – непрерывная функция рассеяния точки (ФРТ) съемочной системы; n(i, j) – радиометрический шум. Коэффициенты преобразования яркости в сигнал изображения, который измеряется в единицах младшего разряда (ЕМР), для простоты опускаются.

Пусть f(i, j) – среднее значение поля яркости сцены $f(\mathbf{x})$ в пределах пиксела (i, j). Функцию f(i, j) можно назвать идеальным изображением. Пусть далее $h(\Delta i, \Delta j)$ – дискретная аппроксимация непрерывной ФРТ $h(\Delta \mathbf{x})$. Тогда соотношение (1) можно переписать в дискретном виде:

$$g(i, j) = \sum_{m,k} h(i - m, j - k) f(m, k) + n(i, j),$$
(2)

где ошибки дискретизации добавлены к шумовой компоненте.

Если ширина дискретной ФРТ $h(\Delta i, \Delta j)$ превышает один пиксел, то реальное изображение g(i, j) будет «смазанным» по сравнению с идеальным f(i, j). В этих случаях возникает задача восстановления идеального изображения f(i, j) по реальному g(i, j).

Основная проблема при решении этой задачи состоит в том, что она относится к классу некорректных задач, решение которых неустойчиво, т.е. при наличии даже небольшого шума возможны большие отклонения восстановленного изображения от идеального (Тихонов, Арсенин, 1990).

Отметим, что в качестве «шума» нужно рассматривать:

- радиометрический шум, который всегда присутствует в съемочных системах;
- ошибки дискретизации (переход от соотношения (1) к соотношению (2));
- ошибки задания ФРТ системы.

2. Методы частотной фильтрации восстановления изображений

Поскольку свертка двух функций соответствует произведению их спектров Фурье, уравнение (2) в области пространственных частот имеет вид:

$$G(u, v) = H(u, v)F(u, v) + N(u, v),$$
(3)

где (u, v) – двумерный отсчет в плоскости пространственных частот, соответствующий пространственной частоте $v = (u/N_x d_x, v/N_y d_y)$; N_x и N_y – размеры изображения в числе пикселов по осям x и y; G и F – спектры Фурье реального и идеального изображений; H – дискретная функция передачи модуляции (ФПМ) съёмочной системы, представляющая собой спектр Фурье от дискретной ФРТ.

Методы частотной фильтрации основаны на фильтрации спектра реального изображения:

$$\hat{F}(u,v) = W(u,v)G(u,v), \tag{4}$$

где W(u, v) –пространственно-частотный фильтр. Восстановленное изображение $\hat{f}(i, j)$ получается путем обратного преобразования Фурье-спектра (4).

Отметим, что данную процедуру некорректно называть «повышением разрешения», так как, согласно одному из наиболее употребительных количественных определений разрешения, оно представляет собой пространственную частоту, на которой мощность спектра изображения становится равной мощности спектра шума. Поскольку частотная фильтрация на каждой частоте усиливает одинаково спектр изображения и шума, то, согласно указанному определению, она не изменяет разрешение изображения.

При отсутствии шума и в случае, когда ФПМ не имеет нулей, идеальное восстановление изображения обеспечивает инверсный фильтр W(v) = 1/H(u, v) (*puc. 1*). Однако при наличии всегда присутствующего в изображении шума он также преобразуется как $\hat{N}(u, v) = N(u, v)/H(u, v)$. Поскольку мощность спектра реальных изображений убывает с увеличением частоты, а мощность спектра белого (т.е. некоррелированного) шума не зависит от частоты, то на высоких частотах обычно доминирует шум. Именно высокие частоты в наибольшей степени усиливаются при инверсной фильтрации, и в результате резко возрастает интегральная (т.е. проинтегрированная по частотам) мощность шума.



Пространственная частота

Рис. 1. Преобразование спектров изображения и шума при инверсной фильтрации (спектр изображения после фильтрации совпадает со спектром идеального изображения)

На практике ищут компромисс между усилением высоких частот изображения и возрастанием уровня шума, исключая из фильтрации частоты, на которых шум доминирует над полезным сигналом. Теоретически для этого лучше всего подходит винеровской фильтр, который является статистически оптимальным среди линейных фильтров.

Винеровский фильтр, определяемый соотношением (Wiener, 1964)

$$W(u,v) = \frac{1}{H(u,v)} \frac{|H(u,v)|^2}{|H(u,v)|^2 + |F(u,v)|^2} / \overline{|N(u,v)|^2},$$
(5)

обеспечивает в статистическом смысле наименьшее расхождение между восстановленным и идеальным изображением при наличии шума. Здесь $\overline{|F(u,v)|^2}$ и $\overline{|N(u,v)|^2}$ – статистически средние энергетические спектры идеального изображения и шума.

Винеровский фильтр возрастает до частот, где спектр сигнала становится равным спектру шума, а затем плавно убывает (*puc. 2*). В результате подавляются высокие частоты, где доминирует шум. При этом, однако, такие частоты не восстанавливаются и в спектре изображения.



Пространственная частота

Рис. 2. Преобразование спектров изображения и шума при винеровской фильтрации

Проблема при применении теоретически оптимальной винеровской фильтрации к реальным изображениям состоит в том, что энергетический спектр идеального изображения $\overline{|F(u,v)|}^2$, входящий в определение фильтра (5), обычно априорно неизвестен (за исключением случаев, когда ищется известный объект на произвольном фоне). Поэтому в общем случае необходимо задать априорную оценку отношения $\overline{|F(u,v)|}^2/\overline{|N(u,v)|}^2$. Учитывая, что с увеличением частоты спектр изображения в целом уменьшается, а спектр белого шума остается постоянным, это отношение следует аппроксимировать возрастающей функцией частоты. Так делается, например, в методе Тихонова (Тихонов, Арсенин, 1990), который сводится к винеровской фильтрации при аппроксимации отношения $\overline{|F(u,v)|^2}/\overline{|N(u,v)|^2}$ функцией вида $\alpha(u^2 + v^2)^p$, где α и p – подбираемые параметры. На практике обычно используется частный вид этой функции – $\alpha\sqrt{u^2 + v^2}$, т.е. предполагается, что указанное отношение возрастает пропорционально модулю пространственной частоты. В этом случае аппроксимация Тихонова винеровского фильтра принимает вид:

$$W(u,v) = \frac{1}{H(u,v)} \frac{|H(u,v)|^2}{|H(u,v)|^2 + \alpha \sqrt{u^2 + v^2}}.$$
(6)

Фильтр (6) удобен при использовании в интерактивном режиме, когда для конкретного изображения есть возможность подобрать параметр α так, чтобы достигалось наилучшее визуальное восприятие восстановленного изображения. При $\alpha = 0$ он сводится к инверсному фильтру.

3. Анализ точности восстановления по тестовому изображению

Для анализа точности восстановления смазанных изображений методом винеровской фильтрации с использованием фильтра (6) использовалось тестовое изображение, представляющее собой четыре поля типа «шахматная доска» с размером клеток от 1, 2, 4 и 8 пикселов и яркостью 0 и 255 EMP (*puc. 3*). Оно принималось за идеальное изображение.



Рис. 3. Тестовое изображение

Реальное изображение моделировалось сверткой идеального изображения с модельной ФРТ съемочной системы, которая считалась гауссовой функцией с шириной $\Delta = 2\sigma = 1,5$; 2; 2,5 и 3 пиксела. Далее к нему добавлялся белый шум с нормальным распределением и различной среднеквадратической амплитудой.

Смазанное изображение восстанавливалось методом винеровской фильтрации с использованием фильтра (6); причем параметр а выбирался таким образом, чтобы обеспечить минимальное значение среднеквадратического отклонения (СКО) восстановленного изображения от исходного. Полученные результаты суммированы в таблице и иллюстрируются на *рис. 4, 5*.



Рис. 4. Восстановление тестового изображения при ширине ФРТ 1,5 пиксела (слева) и 2 пиксела (справа): ряд – загрубленное изображение; ряд 2 – восстановленное изображение (СКО шума равно 1 ЕМР)



Рис. 5. Восстановление тестового изображения при ширине ФРТ 2,5 пиксела (слева) и 3 пиксела (справа): ряд 1 – загрубленное изображение; ряд 2 – восстановленное изображение методом инверсной фильтрации; ряд 3 – восстановленное изображение методом винеровской фильтрации (СКО шума равно 1 ЕМР)

Загрубление изображений, приводящее к ослаблению высоких частот, проявляется как в размытии границ больших квадратов, так и в снижении контраста полей с квадратами, размер которых сопоставим с шириной ФРТ или меньше её. Так, при ширине ФРТ в 2 пиксела в загрубленном изображении становятся практически не видны квадраты размером 1 пиксел (*puc. 4*), а при ширине ФРТ 3 пиксела слабо различаются квадраты размером 2 пиксела (*puc. 5*).

При ширине ФРТ до двух пикселов и уровне шума 1 ЕМР (т.е. 1/255 от максимального сигнала) восстанавливается резкость всех полей изображения, включая поле с размером квадратов в 1 пиксел (*рис. 4*). При этом оптимальное значение параметра α оказалось равным 0, т.е. винеровская фильтрация не приводит к улучшению результатов по сравнению с инверсной фильтрацией. Это можно объяснить тем, что в данном тестовом изображении сильно выражены высокие частоты.

При ширине ФРТ Δ = 1,5 пиксела СКО восстановленного изображения от исходного превышает уровень шума в исходном изображении в 2 раза, а при Δ = 2 пиксела – в 9 раз.

Источник ошибок	Ширина ФРТ Л = 2 σ, пиксел			
	1,5	2,0	2,5	3,0
СКО шума 1 ЕМР, ФРТ-ошибка 0 %	2,1 ($\alpha = 0$)	9,1 ($\alpha = 0$)	$65 \\ (\alpha = 1 \cdot 10^{-5})$	67,5 ($\alpha = 6.10^{-6}$)
СКО шума 3 ЕМР, ФРТ-ошибка 0 %	$ \begin{array}{c} 6\\ (\alpha=0) \end{array} $	$27 \\ (\alpha = 0)$	$67 \ (\alpha = 6.10^{-6})$	$73 \\ (\alpha = 2 \cdot 10^{-5})$
СКО шума 1 ЕМР, ФРТ-ошибка –5 %	$16 \\ (\alpha = 0)$	$27 \\ (\alpha = 0)$	$59 \\ (\alpha = 0)$	$70 \ (\alpha = 6.10^{-6})$
СКО шума 1 ЕМР, ФРТ-ошибка +5 %	$6 \\ (\alpha = 1 \cdot 10^{-4})$	$17 (\alpha = 2.10^{-6})$	$65 \ (\alpha = 3.10^{-5})$	$68 \\ (\alpha = 8 \cdot 10^{-6})$
СКО шума 1 ЕМР, ФРТ-ошибка –10 %	$28 \\ (\alpha = 0)$	$43 \\ (\alpha = 0)$	$ \begin{array}{c} 61 \\ (\alpha = 0) \end{array} $	$75 (\alpha = 6.10^{-6})$
СКО шума 1 ЕМР, ФРТ-ошибка +10 %	$16 \\ (\alpha = 2 \cdot 10^{-4})$	$\frac{32}{(\alpha = 2 \cdot 10^{-6})}$	$67 \\ (\alpha = 6 \cdot 10^{-5})$	$71 \\ (\alpha = 2 \cdot 10^{-5})$

Таблица. Среднеквадратическое отклонение восстановленного изображения от исходного в EMP (в скобках оптимальное значение параметра α)

При увеличении ширины ФРТ до $\Delta = 2,5$ пиксела инверсная фильтрация даже при уровне шума в 1 ЕМР приводит к сильно зашумленному изображению, а при $\Delta = 3$ пиксела всё изображение, восстановленное этим методом, тонет в шумах (*puc. 5*). Винеровская фильтрация позволяет частично восстановить резкость изображения, но при потере наиболее высоких частот: поле с квадратами размером 1 пиксел не восстанавливается. При этом СКО восстановленного изображения составляет ~ 70 ЕМР. Хотя основной вклад в это значение вносят искажения в поле с квадратами в 1 пиксел, очевидно значительное возрастание уровня шума и на других полях.

Повышение шума в реальном изображении приводит к пропорциональному повышению величины шума в восстановленном изображении (ср. ошибки восстановления в таблице при величине шума 1 и 3 ЕМР).

Необходимо отдельно отметить сильные искажения восстановленного изображения на краях, которые происходят из-за того, что при цифровом преобразовании Фурье предполагается, что идеальное изображение периодически продолжается за его границами. Несоответствие этого требования реальным условиям формирования граничных пикселов изображения и приводит к появлению на краях артефактов, ширина которых примерно равна ширине ФРТ.

Было проанализировано также влияние ошибок в ФРТ на точность восстановления изображения (*puc. 6*). Для этого при восстановлении использовалась гауссова ФРТ с большей или меньшей шириной, чем при загрублении исходного изображения.



Рис. 6. Восстановление тестового изображения при ошибках в ширине ФРТ: а – загрубленное изображение; б – восстановленное изображение без ошибок в ФРТ; в – восстановленное изображение при ошибке в ширине ФРТ – 10 %; г – восстановленное изображение при ошибке в ширине ФРТ 10% (СКО шума равно 1 ЕМР, ширина ФРТ 2 пиксела)

Как правило, более высокие ошибки восстановления получались при занижении ширины ФРТ (см. таблицу), поскольку при этом фильтрация проводится с некоторым подавлением высоких частот по отношению к случаю использования истинной ФРТ. В этом случае результаты винеровской фильтрации в большинстве случаев совпадали с результатами инверсной фильтрации, поскольку дополнительного подавления высоких частот не требовалось. На *рис. бв* при ширине ФРТ 2 пиксела и ее занижении на –10% структура изображения в целом восстановилась, но контраст поля с размером квадратов 1 пиксел значительно уменьшился, т.е. наиболее высокие частоты восстановились не полностью. При этом ошибка восстановления изображения оказалась почти в 5 раз больше, чем при использовании истинной ФРТ.

При завышении ширины ФРТ, когда высокие частоты усиливаются сильнее необходимого, фильтрация Тихонова подбором параметра α позволяет компенсировать излишнее усиление и в большинстве случаев получить высокую точность. Если в предыдущем случае ширина ФРТ была завышена на 10%, то даже наиболее высокие частоты восстановились значительно лучше (*puc. 6г*), а ошибка восстановления изображения оказалась в 3,5 раза больше, чем при использовании истинной ФРТ. Поэтому при возможности варьирования параметром α предпочтительнее переоценивать, чем недооценивать ширину ФРТ. Таким образом, при высоком отношении сигнал / шум (250...100) и малых ошибках ФРТ (до 10%) винеровская фильтрация позволяет удовлетворительно восстановить объекты размером до половины ширины ФРТ. Хотя получаемая при этом точность в несколько десятков ЕМР вряд ли достаточна для количественной радиометрической интерпретации изображений на уровне отдельных пикселов, для визуального анализа они, несомненно, предпочтительнее смазанных изображений.

4. Восстановление реальных изображений

В качестве примера восстановления реальных изображений на *рис.* 7 показан результат обработки изображения Луны, полученного в ходе отработки камеры УТК-ТСНН для проекта «Фобос-Грунт» (Жуков и др., 2011). При фокусном расстоянии УТК-ТСНН 500 мм размер пиксела на этом изображении составил около 6 км. ФРТ УТК-ТСНН может быть аппроксимирована гауссовой функцией с $\Delta_r = 1,96$ и $\Delta_v = 1,7$ пиксела.



Рис. 7. Исходный снимок Луны, полученный камерой УТК-ТСНН (a), и результат его винеровской фильтрации с α = 10⁻⁴ (б)

При винеровской фильтрации данного изображения значение параметра $\alpha = 10^{-4}$ было подобрано так, чтобы добиться максимального улучшения резкости изображений, не допуская существенного визуального роста шума. Восстановленное изображение имеет более высокую резкость, чем исходное. В частности, на нем стали значительно лучше видны малые кратеры – см. также увеличенный фрагмент изображения на *рис.* 8.



Рис. 8. Фрагмент исходного снимка Луны (а) и снимка, полученного после винеровской фильтрации (б)

На *рис.* 9 показано изображение района Джанкоя на п-ве Крым, полученное камерой MCУ-101/KMCC на KA «Метеор-М» № 1 с размером пиксела около 60 м в канале 0,7...0,9 мкм. При калибровке по береговой линии этот канал оказался несколько дефокусированным: ширина гауссовой аппроксимации его ФРТ составила $\Delta x = 2,34$ и $\Delta y = 1,8$ пиксела. В этом случае значение параметра $\alpha = 10^{-4}$ также обеспечило существенное повышение резкости при умеренном росте шума. Это особенно хорошо видно на приведенном (*рис. 10*) фрагменте этого изображения, где в результате фильтрации хорошо выделилась детальная структура сельскохозяйственных полей.





Рис. 9. Исходный снимок района Джанкоя, п-ов Крым, полученный камерой МСУ-101 на КА «Метеор-М» № 1 (а), и результат его винеровской фильтрации с α = 10⁻⁴ (б)



Рис. 10. Фрагмент исходного снимка района Джанкоя (а) и снимка, полученного после винеровской фильтрации (б)

Заключение

Результаты анализа тестового изображения показывают, что при отношении сигнал / шум от 250 до 100 и ошибках задания ширины ФРТ до 10% могут быть удовлетворительно восстановлены объекты размером до половины ширины ФРТ с качеством, пригодным для визуального анализа. Применение метода к реальным изображениям, полученным космическими съемочными системами, подтвердило возможность значительного повышения их резкости.

Литература

- 1. *Аванесов Г.А., Жуков Б.С., Полищук В.В., Шамис В.А., Шнырев Г.Д.* Способ формирования телевизионного сигнала: Авторское свидетельство СССР № 1349684. Рег. 01.07.1986.
- Жуков Б.С., Жуков С.Б., Снеткова Н.И., Теплухина Т.Р. Проверка характеристик камер телевизионной системы навигации и наблюдения по результатам натурных съемок // Сб. трудов Второй Всероссийской научно-технической конференции «Современные проблемы определения ориентации и навигации космических аппаратов». Россия, Таруса, 13–16 сентября 2010. М.: ИКИ РАН. 2011. С. 308–318.
- 3. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1990.
- 4. *Wiener N.* Extrapolation, Interpolation and Smoothing of Stationary Time Series. MIT Press, 1964.

Analysis of the accuracy of spatial-frequency correction techniques for smeared space images

B.S. Zhukov

Space Research Institute of Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

Potential of Wiener filtration is analyzed for reconstruction of smeared images obtained by space-borne imaging systems. It is shown using a 'chessboard'-type test image with different cell sizes that image features half the size of the sensor PSF width can be reconstructed if the signal-to-noise ratio of the original image is 250 to 100 and the PSF width error is within 10%. Examples are given of reconstruction of real images obrained by space-borne imaging systems.

Keywords: reconstruction of smeared images, inverse filtration, Wiener filtration, Tikhonov method.