

Математическая модель снимков стереопары и алгоритм восстановления рельефа местности на ее основе

М.Ю. Загорский¹, В.Л. Богданов¹, В.В. Гарманов¹, В.П. Королева¹, Ю.В. Рябов²

¹ Санкт-Петербургский государственный университет

Санкт-Петербург, 199178, Россия

E-mail: lab.naz.eco@gmail.com

² Санкт-Петербургский научно-исследовательский центр

экологической безопасности РАН, Санкт-Петербург, 197110, Россия

E-mail: lab.naz.eco@gmail.com

В работе представлена математическая модель изображений, составляющих стереопару. Модель связывает координаты точек изображений, на которых с разных ракурсов запечатлена некая сцена (как правило, рельеф местности) с распределением яркостей, вызванных одновременной фоторегистрацией всех точек этой сцены. Дается математическая связь трех объектов, каждый из которых является функцией двух переменных (функции распределения яркостей на левом и правом снимках стереопары и функции распределения рельефа местности) и указывается, что по любой паре объектов, выбранных из этих трех, строится третий объект.

Предложена кусочно-линейная аппроксимация рельефа в базисной плоскости, показывается, как задача построения рельефа в виде функции двух переменных сводится к множеству задач построения функции одной переменной, и описана процедура поиска параметров рельефа.

Указанная процедура носит универсальный характер и может использоваться в ситуациях, где требуется восстановить нелинейно заданную функциональную зависимость. Например при построении нелинейных уравнений регрессии или при нахождении параметров уравнения регрессии на базе метода наименьших модулей. Отмечается, что указанная процедура обобщается и на случай восстановления 2-х и более функциональных зависимостей, трактовка которых зависит от решаемой задачи.

Ключевые слова: модель стереопары, алгоритм определения рельефа, реконструкция рельефа, автоматизация стереоизмерений, динамическое программирование.

Краткий обзор существующих алгоритмов отождествления идентичных точек

В работе (Михайлов, Чибунцев, 2011) различные алгоритмы отождествления идентичных точек (АОИТ) на паре цифровых изображений предлагается делить на две группы:

- методы, основанные на анализе значений пикселей изображения в пределах некоторой области (их часто называют площадными методами ОИТ).
- методы, основанные на выделении характерных элементов изображения.

Площадные методы

Смысл методов этой группы сводится к сравнению плотностей пикселей двух изображений вокруг определяемой точки. На левом снимке задается точка, для которой ищется идентичная, и выбирается площадка с центром в ней. На правом снимке также выбирается идентичная площадка, которую последовательно располагают в ближайших положениях путем сдвигов. Для каждого сдвига вычисляют функционал как норму разности двух функций: $\min |U_L - U_P|$ и фиксируют при этом сдвиги по осям X и Y. Очевидно, что те сдвиги, при которых вычисленное значение минимально, определяют положение идентичной точки.

Часто вместо разности используют функционал следующего вида: $\max |U_{\text{л}} \times U_{\text{п}}|$.

Фактически это является задачей совмещения изображений, кроме фотограмметрии они используются также и в навигации беспилотных летательных аппаратов, и часто системы с автоматическим совмещением изображений называют корреляционно-экстремальными системами.

Можно видеть, что этот АОИТ синтезирован для ситуации, когда разыскиваемая функция (для фотограмметрических приложений – высота рельефа, или разность продольных параллаксов) является кусочно-постоянной. Более корректно упомянутые выше сдвиги сравниваемых площадок делать такими, чтобы при определенных условиях они могли бы аппроксимировать разыскиваемую функцию. Величина участка, в пределах которого вычисляются вышеприведенные функционалы, выбирается эвристически, уменьшаясь на более информативных участках и увеличиваясь на менее информативных. Выбор этой величины в условиях разномасштабности изображений рассмотрен в (Загорский и др., 1976).

Вопрос выбора математического способа решения задачи поиска экстремума сформированного функционала здесь практически не стоит ввиду того, что экстремум ищется на множестве всего двух параметров (горизонтальный и вертикальный сдвиги), и при разумной дискретизации рельефа поиск экстремума возможен в том числе и простым перебором.

Методы, основанные на выделении характерных элементов изображения

Сущность этих методов состоит в следующем: сначала выделяются характерные элементы изображений, а затем они отождествляются. Характерными элементами изображения могут быть точки, линии, полигоны и т. д. Для выделения этих элементов применяются различные операторы и алгоритмы, часто обозначенные в литературе по именам их авторов: операторы Roberts, Prewitt, Sobel, Marr-Hildreth, LoG, Förstner, Moravic, Dreschler, масштабно инвариантное преобразование – SIFT.

Фактически это эквивалентно тому, что в алгоритме сравнения изображений, который впоследствии будет использовать интегрирование функции рассогласования изображений по площади, некоторые области снимков будут входить с бóльшим весом, при котором малое рассогласование в рельефе вносит в функционал бóльшую долю. На втором участке наоборот, даже большие рассогласования в рельефе незначительно увеличивают функционал.

Следует отметить, что методы первых двух групп появились в 70-е годы, когда компьютеры были маломощные. Это наложило отпечаток как на процессы синтеза самих алгоритмов, так и на исследования их свойств. Так, второе название алгоритмов первой группы – площадные – стало контртезисом для более раннего названия – линейные, потому как в условиях недостатка вычислительных мощностей величина площадок корреляции уменьшалась за счет их превращения в линию.

Алгоритмы, в основе которых лежит разложение функции изображения по некоторому базису

Название для этой группы алгоритмов взято из (Комиссаров, 2003), где дается та же классификация алгоритмов АОИТ, что и в (Михайлов, Чибунцев, 2011), и при этом добавляется еще одна группа алгоритмов, вынесенная в заголовок.

Эти методы отчасти аналогичны предыдущим, и аналогия состоит в том, что в них также производится разделение всей информации об изображении на некоторые группы. Эти группы получают путем разложения изображения по некоторым базисным компонентам. В выборе вариантов такого разложения много эвристики, результаты таких разложений по базисным векторам обычно не являются осмысленными для визуального восприятия и более приспособлены для процессов сжатия информации. В литературе эти методы представлены слабо.

В работе (Михайлов, Чибунцев, 2011) обозначена фактом существования также и третья группа для данной работы – группа методов. Она представлена одной фразой: «Кроме площадных методов и методов, основанных на выделении характерных элементов изображения, существует еще группа методов, основанных на минимизации глобального функционала, учитывающего все пиксели двух изображений стереопары».

Эта группа методов – назовем их глобальными – слабо представлена в литературе и основной из ее алгоритмов будет описан в данной статье.

Первым алгоритмом из данной группы можно считать алгоритм работы (Гимельфарб, Марченко, Рыбак, 1972), где используется поточечная параметризация разыскиваемого объекта, в которой шаг его дискретизации определяется (совпадает с) параметризацией наблюдаемых объектов – снимков. Особенностью является выбор алгоритма поиска экстремума функционала, в качестве которого впервые предложено использовать динамическое программирование.

В развитие этой же линии в работе (Гимельфарб, Марченко, Рыбак, 1976) был представлен алгоритм, в котором производится учет неравномерных искажений сигналов. Дискретизация этих искажений также привязана к дискретизации наблюдаемых объектов – снимков. В работе (Гимельфарб, 1979) представлен алгоритм, в котором разыскиваемым объектом представлено не поле параллаксов, а рельеф местности.

В работах (Загорский, 1972, 1973; Загорский и др. Выбор..., 1976; Загорский и др. Автоматический..., 1976) был приведен более общий вариант использования динамического программирования, в котором описание рельефа представлялось как кусочно-линейная функция с произвольной величиной линейного участка. Метод практически совпадает с (Гимельфарб, Марченко, Рыбак, 1972), когда величина линейного участка, принимаемого при параметризации, минимальна. Рекуррентные соотношения для задачи АОИТ с произвольным линейным участком, впервые появились в (Загорский, 1973; Загорский и др. Автоматический..., 1976) и приведены в данной работе: формулы (6) – (8).

Далее, в работе (Загорский и др., 1983) был представлен алгоритм, в котором восстанавливались не одна, а две кусочно-линейных зависимости (или одна кусочно-линейная и две кусочно-постоянных).

Этот алгоритм может существовать отдельно от задачи ОИТ и потому трактовка каждой из восстанавливаемых им функциональных зависимостей может быть произвольной (в том числе привязанной или не привязанной к задаче ОИТ). Например, одна кусочно-линейная зависимость может трактоваться как поле продольных параллаксов для строки с номером n , другая – для строки с номером $n+1$, рельеф между этими строками может аппроксимироваться билинейно, придавая алгоритму квазиплощадные свойства. Или: одна кусочно-линейная зависимость может трактоваться как поле продольных параллаксов, другая – как поле поперечных.

В зависимости от модели фотометрических искажений (в этой работе не представлены) одна или две из кусочно-постоянных зависимостей могут использоваться для их компенсации. Все это «укладывается» в один алгоритм (Загорский и др., 1983), в котором для каждой ситуации меняется только оптимизируемый функционал.

Ниже представлен базовый алгоритм из группы глобальных, который будет синтезирован на основе математической модели стереопары.

Модель стереопары

Практическое использование свойств стереозрения имеет место при обработке аэрокосмических снимков с целью определения рельефа изображенной местности при организации зрения для робототехнических систем.

Определимся с терминами.

Базис съемки – линия между центрами проектирования снимков стереопары.

Базисная плоскость – плоскость, содержащая базис съемки. Множество базисных плоскостей для одной стереопары имеет мощность 1D.

Базисная линия – линия, по которой базисная плоскость пересекается с плоскостью снимка. Для базисной линии одного из стереоснимков всегда найдется соответствующая ей линия на другом снимке. (В англоязычной литературе вместо термина «базисная линия» употребляют термин *epipolarline*, считая точку пересечения плоскости снимка и линии-продолжения базиса съемки как полюс). В аэрофотосъемке идеальной считается стереопара, у которой базис съемки горизонтален, а плоскости снимков параллельны и также горизонтальны. Практически такого, разумеется, не достичь, но проективные преобразования снимков, проводимые по элементам их ориентирования, позволяют привести их к горизонтальным. Базисные линии в них «уложены» параллельно.

Базисная плоскость пересекается с поверхностью рельефа местности по некоей линии, которая в зависимости от рельефа может принимать сложные формы. Важным здесь является то обстоятельство, что эта линия, расположенная на поверхности рельефа, проектируется на снимки в соответствующие базисные линии. Этим самым задача определения двумерной поверхности – рельефа местности – сводится к множеству одномерных задач, каждая из которых решается для своей пары базисных линий.

Визуально это лучше наблюдать на семействе базисных линий и плоскостей – *рис. 1*

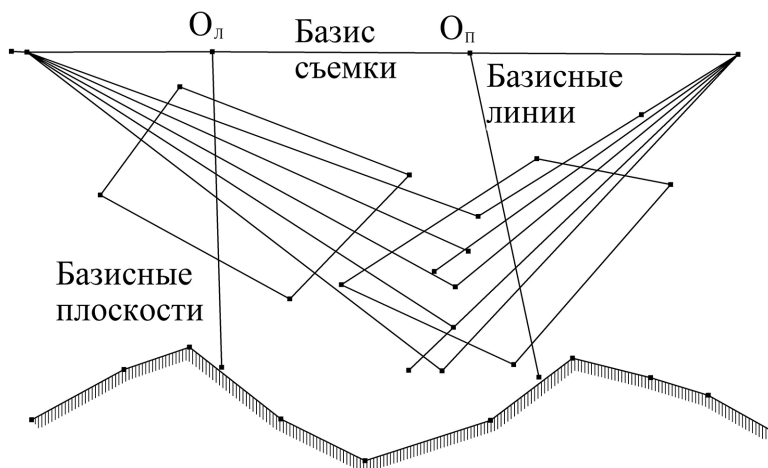


Рис. 1. Базисные плоскости, базисные линии

На *рис. 2* представлена связка проектирующих лучей, идущих от поверхности рельефа на оба снимка стереопары в одной из базисных плоскостей. Эта связка образует стереомодель.

На *рис. 2* обозначены: O_1, O_2 – центры проектирования, B – базис съемки, H – высота съемки, f – фокусное расстояние фотоаппарата, h – высота точки A , лежащей на поверхности, a_1 и a_2 – ее проекции на снимки стереопары. За нулевую высоту принята высота точки A_0 .

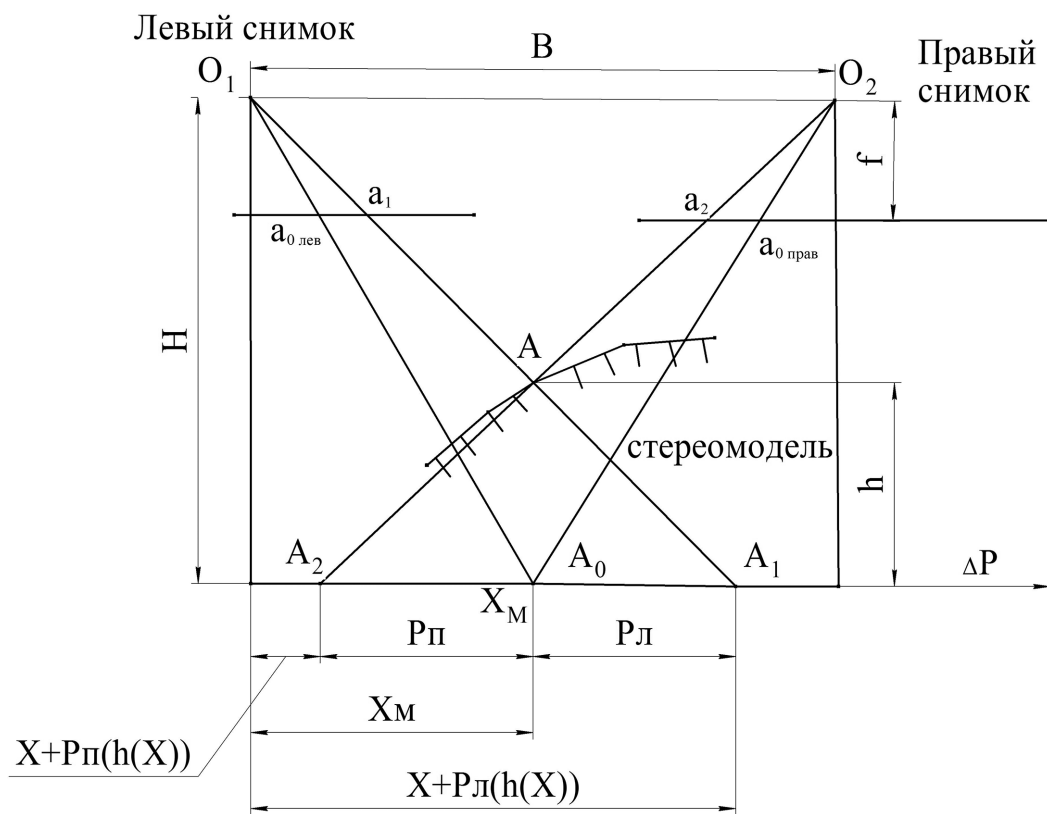


Рис. 2. Лучи, проектирующие сцену на левый и правый снимки

Ее проекции на снимки обозначены соответственно как $a_{0\text{ лев}}$ и $a_{0\text{ прав}}$. При $h=0$ точки A и A_0 совпадают, при этом точки $a_{0\text{ лев}}$ и $a_{0\text{ прав}}$ совпадут с точками a_1 и a_2 , соответственно. Не нулевая h вызывает параллактические смещения $P_{\text{л}}$ и $P_{\text{п}}$. Они направлены в разные стороны, потому что $P_{\text{л}} < 0$, а $P_{\text{п}} > 0$. На рисунке они показаны в масштабе стереомодели. Эти смещения называются продольными параллаксами и в масштабе стереомодели их разность представлена отрезком A_2A_1 , называемым разностью продольных параллаксов, будем обозначать ее как Δp . В масштабе снимков эта разность будет представлена с масштабным множителем f/H . Любые горизонтальные смещения точки A сохраняют длину отрезка A_2A_1 .

Из подобия треугольников AA_2A_1 и AO_1O_2 следует, что превышение h точки A над точкой A_0 зависит только от величины Δp и не зависит от того, в каком месте над осью X стереомодели (далее обозначена как X_M) располагается точка A :

$$h = (\Delta p \cdot x \cdot H) / (B + \Delta p).$$

Солнечные лучи, отраженные от точки A , идут, в том числе, и в направлении левого и правого снимков и оказываются в точках a_1 и a_2 , соответственно. При ортотропном отражении (рис. 3, взято из (Гимельфарб, Марченко, Рыбак, 1976)) приходящие туда энергетические потоки оказываются равными.

Чтобы использовать это равенство как условие для признания точек a_1 и a_2 на снимках и точки A на поверхности стереомодели идентичными, разберемся с координатами X . Этих координат целых три: на левом снимке, на правом снимке и на стереомодели.

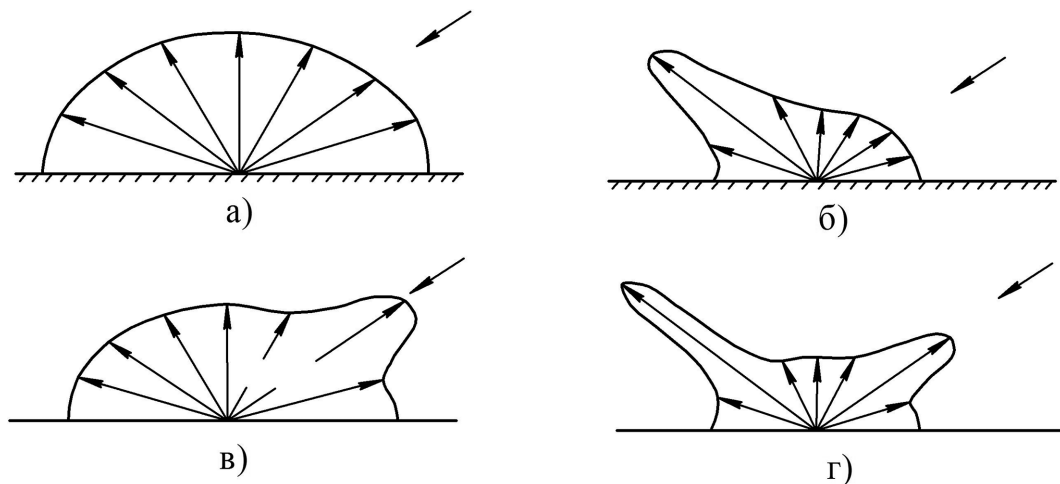


Рис. 3. Вид индикатрис различных типов поверхностей: а – ортотропной; б – с зеркальным отражением; в – с обратным отражением; г – смешанной

Для каждой точки на оси X_M стереомодели существует свое превышение h , то есть h является функцией координаты X_M . Ненулевое значение $h = h(X_M)$ выводит нас из точки A_0 в точку A , а она, в свою очередь, позволяет определить точки a_1 и a_2 на снимках стереопары, соответствующие точке X_M стереомодели. Положение точек a_1 и a_2 определяется как пересечение лучей, исходящих из точки A и направленных в центры проектирования, с плоскостями снимков. Поэтому представляется естественным определить функции $X_{\text{л}}$ и $X_{\text{п}}$

как функции X_M и высоты $h(X_M)$. Тройка координат X_M , X_L и X_P связана таким образом, что через них проходят лучи проектирования точки A на снимки. Для X_L и X_P имеем:

$$X_L = X_M + P_L(h(X_M)); \quad X_P = X_M + P_P(h(X_M)), \quad (1)$$

где P_L и P_P показаны на *рис. 2*. Заметим, что движение точки от точки A до точки A_0 не вызывает изменения координаты стереомодели X_M , в то время как на снимках проекции этих точек будут двигаться от позиций $a_{0\text{лев}}$ и $a_{0\text{прав}}$ до позиции точек a_1 и a_2 , т.е. X_L и X_P при этом изменяются.

Установление соответствия (1) для каждой точки стереомодели X_M и является решением задачи определения рельефа местности.

Введем обозначения:

$F(X_M)$ – энергетическая характеристика отраженного солнечного света, посылаемого точкой A в направлении снимков стереопары. Разные объекты отражают солнечный свет по-разному, но доминирующими среди естественных и искусственных объектов являются объекты с ортотропным отражением (Гимельфарб, Марченко, Рыбак, 1976), (*рис. 3*). Это дает нам возможность утверждать, что $F(X_M)$ для левого снимка та же, что и для правого.

$U_L(X_M \times f/H)$, $U_P(X_M \times f/H)$ – регистрируемые яркости точек снимков. Здесь f/H – масштабный множитель, приводящий координату базовой оси стереомодели X_M к масштабу снимка. В дальнейшем будем его опускать. А тогда, с учетом формул (1), будем иметь:

$$U_L(X_M + P_L(h(X_M))) = F(X_M), \quad U_P(X_M + P_P(h(X_M))) = F(X_M). \quad (2)$$

Условие, при котором точки a_1 и a_2 на снимках и точка A на поверхности стереомодели признаются идентичными, выглядит в несколько другом виде следующим образом:

$$U_L(a_1) = U_P(a_2) \quad (3)$$

Формулы (2) или их аналог – формулы (3), вместе с правилами пересчета пробного значения h в координаты точек снимка, из которых надо взять сравниваемые значения яркостей, следует считать математической моделью снимков стереопары.

В ней, однако, многое не учтено:

- падение освещенности от объектива от центра к краям фотоизображения;
- прозрачность атмосферы, при которой периферийные области изображений, свет от которых проходит большие пути в атмосфере, теряют контраст;
- нелинейные характеристики устройств фоторегистрации и др.

В подобных ситуациях условие (3) формулируют, однако, по-другому, распространяя его с одной точки X_M на все множество точек стереомодели:

$$J = \sum \left[U_L(X_M + P_L(h(X_M))) - U_P(X_M + P_P(h(X_M))) \right]^2 \rightarrow \text{minimum по } h(X). \quad (4)$$

Символом X здесь обозначена координата X_M , и суммирование ведется по всем точкам стереомодели, взятым с пары базисных линий и расставленных на ней с разумной дискретностью. Будем считать, что J здесь представлено в 2-х аспектах. Это функционал, т.е. закон, по которому функции $h(X)$ сопоставляется число, и собственно это число. Для организации пробных переборов значений функции $h(X)$ ее необходимо параметризовать, т.е. представить в виде:

$$h(X) = \sum r_i \times \varphi_i(X). \quad (5)$$

Здесь $\varphi_i(X)$ – система известных функций, от выбора которых зависит организация вычислительного процесса, $r_i, i=1 \dots N$ – множество неизвестных параметров, которое, собственно, и надо дискретизировать и перебрать. Нижний индекс у r отвечает за положение вдоль оси X , верхний – вдоль оси Y .

Подставляя (5) в (4), можно видеть, что задача определения функции $h(X)$ сводится к задаче минимизации функционала J на множестве $r_i, i=1 \dots N$. Упрощая ее запись, оставим только необходимые обозначения:

$$r_{opt} = \arg \min J(r_i) \text{ по } r_i, i = 1 \dots N. \quad (6)$$

Эта запись (совместно с предыдущим текстом) означает, что задача определения высот местности сводится к задаче минимизации функционала J на множестве параметров $r_i, i=1 \dots N$, и что оптимальный набор параметров – вектор r_{opt} – является тем аргументом, который доставляет минимум функционалу (6).

Оптимизация функционала

Формула (4) напоминает критерий, из которого находят неизвестные параметры в методе наименьших квадратов (МНК). Но имеется существенная разница: здесь неизвестные параметры входят в минимизируемый функционал существенно нелинейным образом, так что путь составления производных и поиск параметров из условия равенства этих производных нулю здесь не проходит. Качественный анализ ситуации говорит за то, что при сильно осциллирующих функциях $U_L(X), U_H(X)$, т.е. при многоконтурности участка фотографии (иногда говорят «информативный участок») малые изменения превышений рельефа могут вызывать резкие изменения функционала, и наоборот, на участках фотографий, где нет изменений яркости, изменения рельефа могут не изменять функционал.

Однако в общем случае нет оснований считать, что функционал (6) будет обладать какими-либо устойчивыми свойствами типа унимодальности, позволяющими использовать градиентные методы. В частных случаях, однако, это возможно: при окончании обработки одной пары базисных линий рельеф на ней можно считать начальным приближением для рельефа на следующей, близко расположенной паре базисных линий, и в

большинстве ситуаций это начальное приближение. В качестве семейства функций, по которым параметризуем рельеф $h(X)$, выберем то, что представлено на *рис. 4*. Будучи представленными на этом рисунке в виде семейства, они выглядят треугольниками, но, будучи представленными в виде (6), они образуют кусочно-линейные функции (*рис. 5*), иногда их называют сплайн-функциями первого порядка, где значение r_i определит $h(X)$ в i -ом узле кусочно-линейной функции.

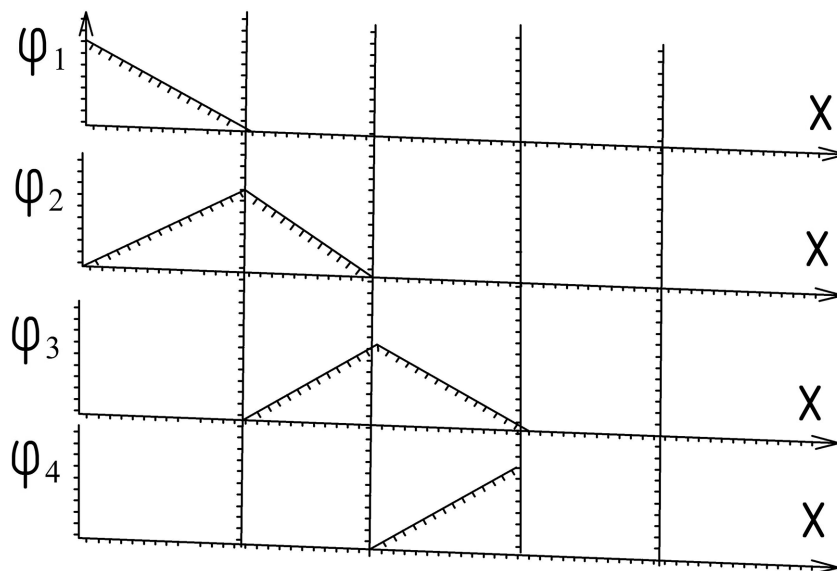


Рис. 4. Система функций для представления рельефа в базисной плоскости

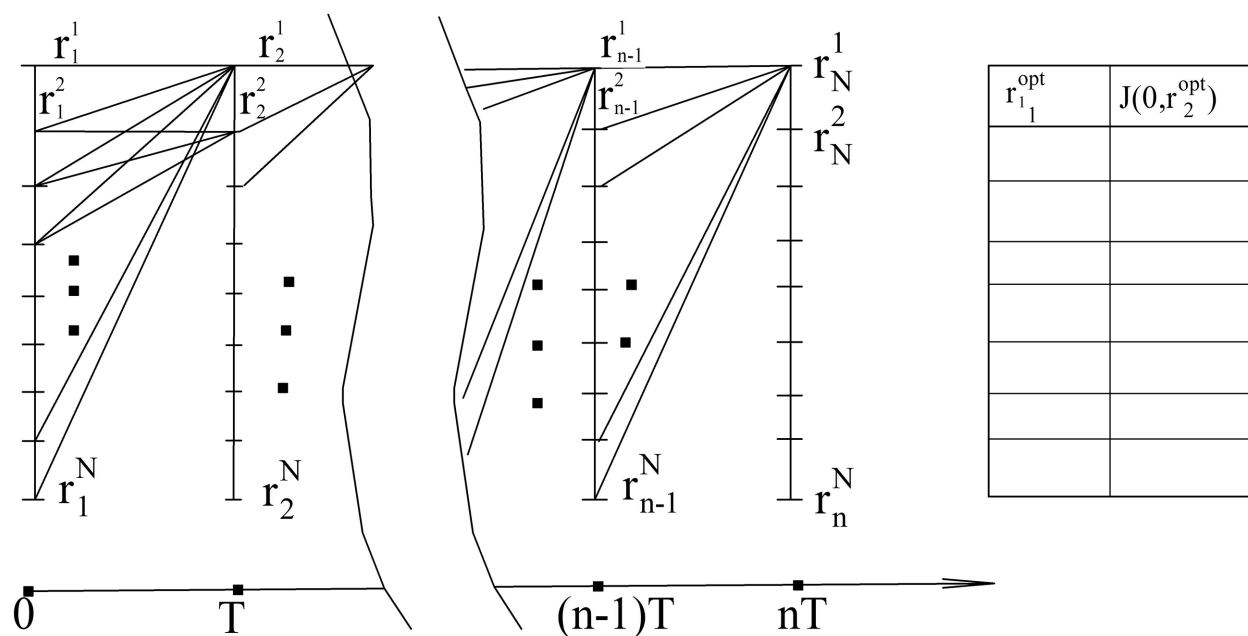


Рис. 5. Организация перебора параметров r для оптимизации функционала

Разобьем интересующий нас отрезок стереомодели на n участков, каждый длиной T . На каждом таком участке $h(X)$ представляем линейно. Определим, с какой дискретностью по высоте и в каких пределах по высоте будем задавать пробные значения рельефа.

Закрепляем в этих пределах параметр r_2^1 и будем давать пробные значения параметру r_1 . Для каждого r_1^i , $i=1...N$ будем вычислять значения функционала J и запомним самое минимальное из них в массиве, 2 столбца которого показаны на *рис. 5*. В левом столбце запомним значение параметра r_1 , при котором достигается минимум функционала, а в правом столбце запоминается само это значение. Далее повторяем то же самое, закрепляя параметр r_2^2 , и так далее до полного перебора всех допустимых значений параметра r_2 (т.е. до полного перебора всех значений рельефа в точке $X_M = T$).

Этим самым мы совершили 1-й шаг n -шаговой процедуры и покажем теперь, как перейти от предпоследнего шага $n-1$ к последнему n -му шагу.

На предпоследнем шаге $n-1$ мы будем иметь 2 столбца, аналогичные тем, что заполняли на 1-ом шаге. В первом (сверху) элементе правого столбца будет сидеть значение функционала для рельефа, начинающегося в точке $X_M = (n-1) \times T$ и принимающего в ней значение r^1 . По всем другим параметрам рельефа (для точек $X_M = k \times T$, $k=0...n-2$) этот функционал уже будет оптимизирован. В левом столбце будет сидеть значение параметра r , через которое проходит оптимальный рельеф точке $X_M = (n-2) \times T$.

Далее для участка стереомодели от точки $(n-1) \times T$ до точки $n \times T$ повторяем процедуру, описанную для первого шага, с той лишь разницей, что к значению функционала для участка стереомодели от точки $(n-1) \times T$ до точки $n \times T$ прибавляем то число, которое сидит в правом столбце. Трактровка этого числа: это есть значение функционала, оптимизированное по всем параметрам рельефа, кроме последних двух (r_{n-1} и r_n). Оптимизация по ним проходит также, как описано на шаге 1, путем организации цикла, в котором при фиксированном r_n перебираются все значения r_{n-1} , и далее организуется цикл по перебору всех значений r_n .

По окончании последнего шага мы из правого столбца выбираем минимальное значение функционала (которое к этому моменту уже оптимизировано по всем параметрам) и номер ячейки, в которой оно сидит, определяет значение рельефа в крайней правой точки стереомодели. В этой же строке, в левом столбце, сидит параметр в предпоследней точке $X_M = (n-1) \times T$. Далее этот обратный ход продолжается до полного восстановления рельефа.

Подобное словесное описание процедуры обычно снабжают формулами. Для их упрощения введем следующие обозначения. Ранее, в формуле (4), где введен функционал J , мы для упрощения не ставили пределов суммирования, в рамках которых осуществляется накопление квадратов разностей U_L и U_{II} , полагая, что это суммирование происходит для всех интересующих нас участков базовой координаты X_M . Обозначим:

$$J(n \cdot T, r_n) = \text{minimum} \sum_0^{n \cdot T} (U_L - U_{II})^2 \text{ по } r_i, i = 1...N. \quad (7)$$

Выделим отсюда в отдельную операцию минимизацию по параметру r_{n-1} :

$$J(n \cdot T, r_n) = \min \text{ по } r_{n-1} \left\{ \min \text{ по } r_i, i = 1...n-2 \sum_0^{(n-1) \cdot T} (U_L - U_{II})^2 + \sum_{(n-1) \cdot T}^{n \cdot T} (U_L - U_{II})^2 \right\}$$

или, с учетом обозначения (7):

$$J(n \cdot T, r_n) = \min_{r_{n-1}} \left\{ J((n-1) \cdot T, r_{n-1}) + \sum_{(n-1) \cdot T}^{n \cdot T} (U_{\text{л}} - U_{\text{п}})^2 \right\}. \quad (8)$$

Это есть основное рекуррентное соотношение, переводящее в формальный вид то описание вычислительной процедуры, которое приведено выше. Заметим, что последний член в (8) зависит от r_{n-1} , что не приведено в этой формуле явно из-за принятых упрощений.

Возможен вариант подобного алгоритма, в котором в качестве базовой выбирается не координата стереомодели X_M , а ось X левого снимка, и $X_{\text{п}}$ представлялась как $X_{\text{п}} = X_{\text{л}} + \Delta p(X_{\text{л}})$. В случае отсутствия мертвых зон производная $X_{\text{п}}$ по $X_{\text{л}}$ должна быть больше нуля (т.е. $X_{\text{п}}$ возрастает при росте $X_{\text{л}}$). Здесь возможны 3 варианта:

- производная $\Delta p(X_{\text{л}})$ по $X_{\text{л}}$ лежит в интервале $(-1, 0)$;
- производная $\Delta p(X_{\text{л}})$ по $X_{\text{л}}$ равна 0;
- производная $\Delta p(X_{\text{л}})$ по $X_{\text{л}}$ лежит в интервале $(0, \infty)$.

Первый вариант соответствует наклону рельефа вниз. Вторым вариантом соответствует отсутствию наклона рельефа (рельеф плоский). Третьим вариантом соответствует наклону рельефа вверх.

Легко заметить, что для описания наклонов рельефа в разные стороны мы имеем разные допустимые диапазоны для производной $\Delta p(X_{\text{л}})$ по $X_{\text{л}}$, что вызывает различные предельные точности для описания рельефа. Выбор в качестве базовой оси X_M лишен этого недостатка.

Оценивание сходства при согласовании изображений

В (Загорский, Зданович, Пивоваров, 1973) были сформулированы основные действия с физическими величинами, которые надо совершить, чтобы определить рельеф местности, изображенной на снимках стереопары:

- на участке стереопары задают приближенное представление рельефа местности;
- деформируют согласно ему соответствующие участки изображений стереопары;
- формируют по ним критерий точности определения рельефа;
- находят значения параметров, при которых критерий точности принимает экстремальное значение;
- и по полученным значениям параметров определяют рельеф местности на данном участке стереопары.

Первые три действия этого перечня реализуются при вычислении функционала (5). Описанные выше процедуры перебора пробных значений рельефа реализуют четвертое и пятое действия. И здесь необходимо заметить, что организация перебора пробных значений рельефа может быть построена и не только так, но и по-другому, но какая бы она не была, наиважнейшую роль здесь играет критерий точности определения рельефа. Организация перебора пробных значений рельефа – это внешняя по отношению к модели

стереопары «пристройка», реализующая способ решения задачи определения рельефа изображенной местности.

В формулах (4) и (8) мерой точности определения рельефа является минимизируемый функционал. Мы сами сформировали его как сумму квадратов разностей кривых U_L и U_P . Но функционал именно такого вида – не единственное возможное решение. Просто мы привыкли к использованию сумм квадратов разностей при применении МНК, который обладает рядом оптимальных свойств. Важными для нас оказываются не столько эти свойства, сколько факт того, что МНК визуализирует ситуацию, связанную с минимизацией расхождения двух кривых – истинной и пробной. Наблюдая хоть какую-то визуализацию, мы имеем собственный механизм оценки, и сами знаем, где ситуация сложилась хорошо, а где – плохо. Этому визуальному представлению, за неимением другого, мы доверяем и считаем, что если кривые U_L и U_P , взятые с учетом деформаций за пробный рельеф согласно (5), совпадают, то и нелинейно входящий в (5) и (10) пробный рельеф совпадает с реальным.

Тем не менее на самом деле можно подобрать примеры, в которых такая мера сходства будет давать не лучший результат. Например, в случаях, когда яркости U_L и U_P на идентичных участках сильно различаются по той причине, что в одном из снимков велика постоянная составляющая яркости, а в другом она мала. Тогда на фоне большой постоянной составляющей информативные осцилляции яркостей не будут замечены и результат сравнения изображений при полностью корректном пробном рельефе будет отмечен как несходство.

Определение минимизируемого функционала как в (4) или (8) не единственное. Существует однопараметрическое семейство критериев, в которых суммируются не квадраты разностей, а n -ые степени их модулей, $n=1 \dots \infty$. При $n=1$ критерий будет представлять из себя площадь расхождения между истинной и пробной кривыми, что прекрасно соответствует нашим представлениям о сходстве (расхождении) (рис. 6). При n , стремящимся к бесконечности, критерий будет минимизировать максимальную величину расхождения истинной и пробной кривых, наблюдаемую в какой-либо одной точке. Что при этом творится во всех остальных точках, критерий «не интересуется».

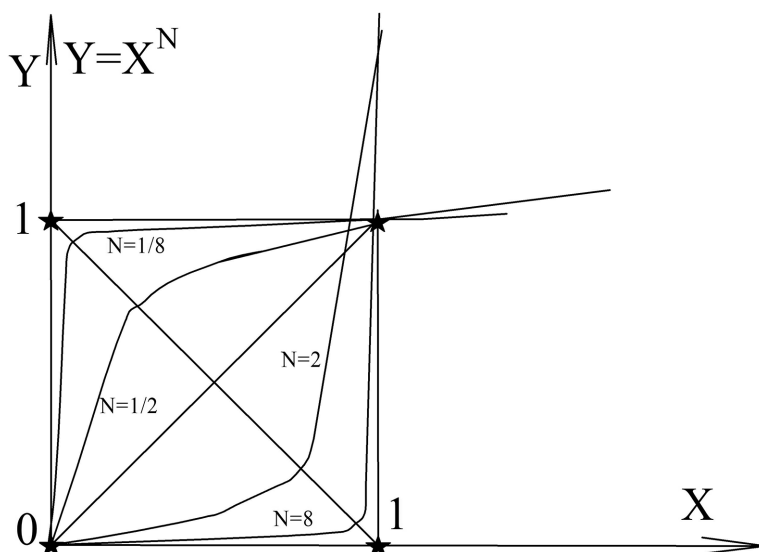


Рис. 6. Система степенных нелинейностей

Если n сделать не целочисленным, а действительным числом и устремить его к нулю, то в пределе при $n \rightarrow 0$, мы получим, что критерий сравнения уравнивает любые рассогласования (и большие, и малые), считая все их одинаковыми, и только для нулевых рассогласований критерий говорит, что есть сходство.

Например, при $n=0,5$ критерий потребует вычислять суммы корней квадратных от модулей разностей. При этом большие рассогласования уменьшатся сильнее, в большее число раз, чем малые, и тем самым роль малых рассогласований возрастет.

При значениях n средних между 0 и ∞ критерии схождения будут в большей или меньшей степени игнорировать малые рассогласования между истиной и пробной кривыми, и соответственно в меньшей или большей степени учитывать большие рассогласования. Если мы решили, что и большие, и малые рассогласования следует учитывать с одинаковым весом, то надо выбрать минимизацию суммы модулей рассогласований ($n=1$).

Эти качественные рассуждения приводят к мысли о том, что в критерии схождения изображений различия в яркостном фоне не должны доминировать, и что к сравнению надо привлекать факторы, связанные с контурами на сравниваемых участках.

Нормализация яркостей на снимках стереопары

Описание алгоритма восстановления рельефа в виде кусочно-линейной зависимости было дано при условии равенства интервалов, на которых рельеф аппроксимируется линейно. Они были обозначены как T . В этом ограничении нет математической необходимости, и если только существуют какие-либо условия, говорящие о разумности использования неравных интервалов T , то их следует рассмотреть.

Ранее отмечалось, что существуют не учтенные в стереомодели факторы, представленные в (4), которые могут уменьшать локальный контраст на периферийных участках изображений, создавать на снимках постоянные составляющие яркостей, при которых корректное сравнение U_L и U_P затрудняется.

Эвристическим приемом, позволяющем справляться с этим, является нормализация яркостей на локальных участках, т.е. приведение их к одинаковому среднему уровню (нулевому) и к одинаковому среднеквадратичному отклонению (единичному) путем вычитания локальных средних и деления на локальное среднеквадратичное отклонение.

Каким образом выбрать участок для нормализации яркостей? Как сама нормализация яркостей на локальном участке, так и выбор этого локального участка находятся в сфере эвристических решений, не основанных на базе какой-либо модели.

Тем не менее, можно попытаться сформулировать некоторые представления о моделях, согласно которым на местности выделяются однородные участки, изображения которых на снимках и следует считать теми самыми локальными участками, на которых следует производить нормализацию яркостей.

Можно выделить 3 своеобразных «агрегата», каждый из которых включает в себя великое множество ситуаций и всегда находится на поверхности рельефа:

- или растительный;
- или грунтовый;
- или искусственный покров.

Границы этих покровов образуют контур изображения, участок внутри которого проектируется на снимки в виде своей текстуры. Также контур образуется и при изменении угла наклона местности.

Поэтому еще одним эвристическим приемом может стать такой, когда точки излома рельефа привязываются к контурным точкам изображения, кривые U_L и U_H нормируются на участках, расположенных между контурными, и таковыми участвуют в процессах вычисления функционала (4).

В заключение целесообразно отметить:

Представлен алгоритм для автоматизации стереоизмерений, в котором в качестве базовой оси выбрана ось X стереомодели.

Предложенный алгоритм обладает универсальностью и может быть использован практически в любых ситуациях, где требуется восстановить нелинейно заданную функциональную зависимость. Например, при построении нелинейных уравнений регрессии или при нахождении параметров уравнения регрессии на базе метода наименьших модулей, редкое использование которого (покрайней мере, в учебных процессах) объясняется отсутствием простых вычислительных процедур.

В описанном варианте алгоритм находит одну функциональную зависимость. Однако он без труда обобщается и на случай восстановления 2-х и более функциональных зависимостей, трактовка которых зависит от решаемой задачи. Для рассматриваемой задачи автоматизации стереоизмерений трактовка других функциональных зависимостей может рассматриваться, например, как восстановление рельефа не на линейном участке базисных линий стереопары, а на площадном, т.е. на множестве базисных линий, покрывающих площадной участок.

Литература

1. Гимельфарб Г. Л., Марченко В. Б., Рыбак В. И. Алгоритм автоматического отождествления идентичных участков на снимках стереопары // Кибернетика. 1972. № 2. С. 41-43.
2. Гимельфарб Г. Л., Марченко В. Б., Рыбак В. И. Автоматическое отождествление идентичных точек стереоснимков с учетом неравномерных фотометрических искажений сигналов // Кибернетика. 1976. № 4. С. 107-113.
3. Гимельфарб Г. Л. Симметризованный подход к решению задачи автоматизации стереоизмерений в фотограмметрии // Кибернетика. 1979. № 2. С. 73-82.
4. Загорский М. Ю. Алгоритм автоматического восприятия объема объекта по его оптическим изображениям // Краткие тезисы докладов III конференции докладов молодых специалистов Дзержинского района г. Ленинграда. 1972. С. 108-110.
5. Загорский М. Ю. Алгоритм вычисления функции, входящей в полезный сигнал аддитивно с аргументом // Электрические машины и системы управления, Л.: ВНИИЭлектромаш, 1973. С. 51-55.
6. Загорский М. Ю., Зданович В. В., Пивоваров В. Т. Способ автоматического определения рельефа: А.с. 462077. 1973.
7. Загорский М. Ю., Зданович В. В., Кривоустов А. И., Филимонов Е. В. Выбор размеров изображения для корреляционно-экстремального метода совмещения при разномасштабности изображений // Автоматические и автоматизированные системы управления. Л.: ВНИИЭлектромаш, 1976. С. 141-146.

8. Загорский М. Ю., Зданович В. В., Крылов О. Д., Пивоваров В. Т. Автоматический метод отождествления идентичных участков снимков // Автоматические и автоматизированные системы управления. Л.: ВНИИ-Электромаш, 1976. С. 147-150.
9. Загорский М. Ю., Зданович В. В. Учет яркостных искажений снимков стереопары при автоматических стереоизмерениях // Автоматизация процессов управления и обработки информации, Л.: ВНИИЭлектромаш, 1977. С. 148-152.
10. Загорский М. Ю., Журавлев Г. А., Кривоустов А. И., Пивоваров В. А. Алгоритмы построения цифровой модели рельефа, порождаемые аппаратом динамического программирования // Обработка видеoinформации и дистанционные исследования. Новосибирск: Наука, 1983. С. 41-47.
11. Комиссаров Д. В. Исследование точности алгоритмов автоматической идентификации точек снимков // Сб. науч. тр. аспирантов и молодых ученых. Новосибирск: СГГА, 2003. С. 9-15.
12. Михайлов А. П., Чибунцев А. Г. Курс лекций по фотограмметрии. М.: МИИГАиК, 2011. http://www.racurs.ru/wiki/index.php/Курс_лекций_по_фотограмметрии_МИИГАиК.

Mathematical model of stereo images and terrain reconstruction algorithm based on it

M.Yu. Zagorskii¹, V.L. Bogdanov¹, V.V. Garmanov¹, V.P. Koroleva¹, Yu.V. Ryabov²

¹ Saint-Petersburg State University
Saint-Petersburg 199178, Russia
E-mail: lab.naz.eco@gmail.com

² Saint-Petersburg Scientific Research Centre for Ecological Safety RAS
Saint-Petersburg 197110, Russia
E-mail: lab.naz.eco@gmail.com

A mathematical model of images that make up a stereo pair is presented. The model links the coordinates of points of images showing some scene (usually terrain) from different angles with the distribution of brightness caused by simultaneous photographic recording of all points of the scene. The paper gives a mathematical relationship of three objects, each being a function of two variables (the distribution function of brightness on the left and right stereo pair images and the distribution function of the relief of the terrain), and states that for any pair of objects selected from these three the third object can be constructed.

We propose a piecewise linear approximation of the relief in the basal plane, we show how the task of building the relief in the form of a function of two variables is reduced to a set of tasks of constructing a function of one variable and we explain how to find the parameters of the relief.

The above procedure is universal and can be used for restoring a nonlinearly defined functional dependence. For example, it can be used to construct non-linear regression equations or determine parameters of regression equation based on the method of least modules. It is noted that this procedure can be generalized also to the case of recovery of two or more functional dependencies, whose treatment depends on the problem to be solved.

Keywords: stereo model, algorithm determining the relief, relief reconstruction, automation of stereo measurements

References

1. Gimel'farb G.L., Marchenko V.B., Rybak V.I., Algoritm avtomaticheskogo otozhdestvleniya identichnykh uchastkov na snimkakh stereopary (The algorithm of automatic identification of identical areas of the image stereo pair), *Kibernetika*, 1972, No. 2, pp. 41-43.
2. Gimel'farb G.L., Marchenko V.B., Rybak V.I., Avtomaticheskoe otozhdestvlenie identichnykh toчек stereosnimkov s uchetom neravnomernykh fotometricheskikh iskazhenii signalov (Automatic identification of identical points of stereo images with the non-uniform photometric distortion signals), *Kibernetika*, 1976, No. 4, pp. 107-113.
3. Gimel'farb G.L., Simmetrizovannyi podkhod k resheniyu zadachi avtomatizatsii stereoizmerenii v fotogrammetrii (Symmetrized approach to the problem of automation stereo measurements in photogrammetry), *Kibernetika*, 1979, No. 2, pp. 73-82.
4. Zagorskii M.Yu., Algoritm avtomaticheskogo vospriyatiya ob'ema ob'ekta po ego opticheskim izobrazheniyam (The algorithm of automatic perceptions of the object in its optical images), *III konferentsiya dokladov molodykh spetsialistov Dzerzhinskogo raiona g. Leningrada* (3rd Conf. of young specialists of the Dzerzhinskij district of Leningrad), Book of Abstracts, Leningrad, 1972, pp. 108-110.

5. Zagorskii M.Yu., Algoritm vychisleniya funktsii, vkhodyashchei v poleznyy signal additivno s argumentom (The algorithm for computing functions in a useful signal additively with the argument), In: *Elektricheskie mashiny i sistemy upravleniya* (Electrical devices and control systems), Leningrad: VNIIElektromash, 1973, pp. 51-55.
6. Zagorskii M.Yu., Zdanovich V.V., Pivovarov V.T., Sposob avtomaticheskogo opredeleniya rel'efa (A method for automatically determining the relief), *Russian Federation State Patent 462077*, 1973.
7. Zagorskii M.Yu., Zdanovich V.V., Krivopustov A.I., Filimonov E.V. Vybory razmerov izobrazheniya dlya korrelyatsionno-ekstremal'nogo metoda sovmeshcheniya pri raznomasshtabnosti izobrazhenii (Selecting the image size for correlation-extreme methods of combining images at different scales), In: *Avtomaticheskii i avtomatizirovannye sistemy upravleniya* (Automatic and automated control systems), Leningrad: VNIIElektromash, 1976, pp. 141-146.
8. Zagorskii M. Yu., Zdanovich V. V., Krylov O. D., Pivovarov V. T. Avtomaticheskii metod otozhdestvleniya identichnykh uchastkov snimkov (Automatic identification method of identical portions of images), In: *Avtomaticheskii i avtomatizirovannye sistemy upravleniya* (Automatic and automated control systems), Leningrad: VNIIElektromash, 1976, pp. 147-150.
9. Zagorskii M. Yu., Zdanovich V. V. Uchet yarkostnykh iskazhenii snimkov stereopary pri avtomaticheskikh stereoizmereniyakh (Accounting of distortion of brightness of images of stereo pair in the automatic stereo measurements), In: *Avtomatizatsiya protsessov upravleniya i obrabotki informatsii* (Automating data management and processing), Leningrad: VNIIElektromash, 1977, pp. 148-152.
10. Zagorskii M. Yu., Zhuravlev G. A., Krivopustov A. I., Pivovarov V. A. Algoritmy postroeniya tsifrovoy modeli rel'efa, porozhdaemye apparatom dinamicheskogo programmirovaniya (Algorithms for constructing a digital terrain model generated by the apparatus of dynamic programming), In: *Obrabotka videoinformatsii i distantsionnye issledovaniya* (Visible data processing and remote sensing), Novosibirsk: Nauka, 1983, pp. 41-47.
11. Komissarov D.V., Issledovanie tochnosti algoritmov avtomaticheskoi identifikatsii tochek snimkov (Investigation of accuracy of algorithms for automatic identification of points shots), In: *Sbornik nauchnykh trudov aspirantov i molodykh uchenykh* (Collection of research papers of post doc and young scientists), Novosibirsk: SSGA, 2003, pp. 9-15.
12. Mikhailov A.P., Chibuntsev A.G., http://www.racurs.ru/wiki/index.php/Курс_лекций_по_фотограмметрии_МИИГАиК.