Нестационарность и пространственная неоднородность крупномасштабных возмущений уровня вод Балтийского моря по данным спутниковых альтиметрических измерений

Д.К. Старицын, В.Р. Фукс

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: st036@yandex.ru,
E-mail: victorvf1285@yandex.ru

В основу работы положены данные альтиметрических измерений уровня Балтийского моря. Выделены основные диапазоны крупномасштабной изменчивости уровня. Оценены амплитуда и вклад выделенных составляющих в общую дисперсию колебаний уровня моря. Установлено, что максимальные амплитуды межгодовых возмущений уровня достигаются в Финском, Ботническом и Рижском заливах. Показано, что в спектре крупномасштабных возмущений уровня Балтики помимо стерических с годовым периодом и эвстатических с 6–7-годовым периодом наблюдаются стоячие волны с полугодовой и 2–3 годовой ритмикой. С помощью вейвлет-анализа обнаружено, что при энергоснабжении изменчивости уровня моря значительная роль принадлежит нелинейным потокам энергии. Показано, что выделенные колебания уровня в пределах Балтийского моря существенно модулированы по амплитуде. Частотная модуляция ритмики появляется в отдельные годы в полугодовых и 2–3-годовых периодах.

Ключевые слова: Балтийское море, альтиметрия, колебания уровня, стоячие волны, потоки энергии, вейвлет-анализ, амплитудная модуляция

Одобрена к печати: 12.07.2016
DOI: 10.21046/2070-7401-2016-13-5-101-113

Основной целью работы является исследование особенностей и оценка крупномасштабных возмущений уровня в Балтийском море за последние двадцать лет (1993–2013 гг.) по данным спутниковых альтиметрических измерений. В связи с поставленной целью решались следующие задачи:

1. Анализ трендов уровня в различных частях Балтийского моря;
2. Выделение основных энергонесущих периодов в исследуемом диапазоне изменчивости уровня;
3. Оценка амплитуд и фаз выделенных межгодовых колебаний уровня;
4. Вейвлет-анализ крупномасштабных возмущений уровня в Балтийском море.

В качестве исходной информации использовались среднемесячные спутниковые альтиметрические данные за период с 1993 по 2013 год, заимствованные на сайте AVISO в пунктах, представленных на *рис. 1*.

Рассматривались данные **SLA** (Sea Level Anomaly) аномалий уровня моря, полученные как отклонение высоты поверхности моря от среднего значения MSS. Среднемесячные временные ряды уровня составлялись в пунктах, расположенных в узлах регулярной сетки с шагом 1x1 градус.

Параметры трендов уровня рассчитывались на основе площадного осреднения среднемесячных временных рядов в пунктах, расположенных в южной (54°–56° с.ш.), центральной (57°–61° с.ш.), северной (62°–65° с.ш.) частях Балтийского моря (выделены цветом на *рис. 1а*). На *рис. 1б*, представлены временной ход и линейные тренды уровня по этим данным. Хорошо виден положительный рост уровня (4,1–4,5 мм/год) в различных

частях моря на протяжении всего периода наблюдений. Эта оценка несколько выше средней скорости роста уровня Мирового океана (3,1–3,2 мм/год).

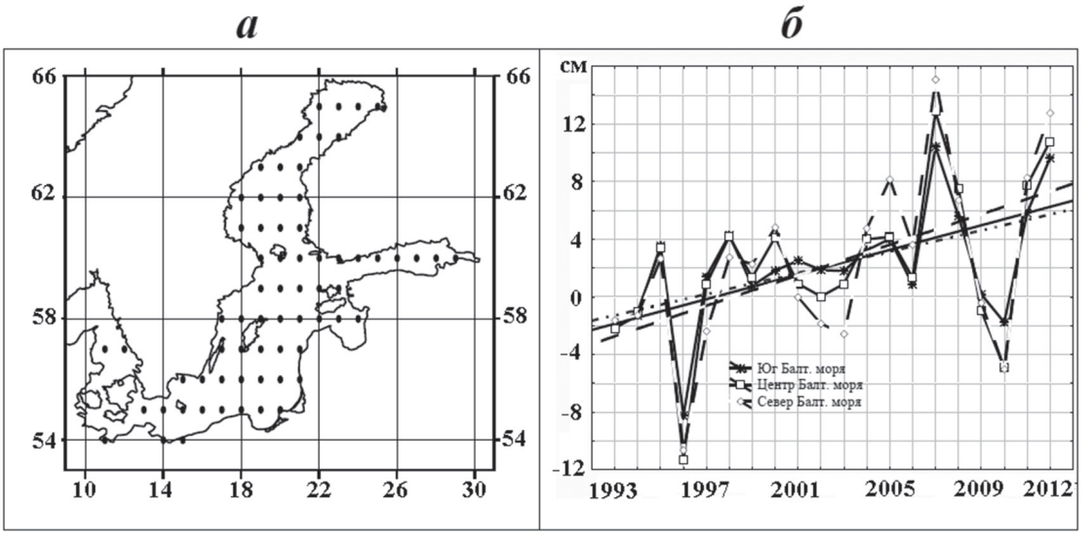

Рис.1. Схема расчетных точек (а); линейные тренды уровня в различных частях Балтийского моря (1993–2013 гг.) (б)

Спектральный анализ

Известно (Белоненко, Захарчук, Фукс, 2004; Габис, Трошичев, 2005; Захарчук, Тихонова, 2007; Яковлев, 2007; Aitsam, Elken, 1982), что крупномасштабные возмущения уровня Балтийского моря (полугодовые, годовые и межгодовые) обусловлены, главным образом, интенсивностью атмосферных переносов над северо-восточной Атлантикой, водообменном между Балтийским и Северным морями через датские проливы. Колебания уровня, генерируемые этими процессами, имеют непрерывный спектр с выраженными энергонесущими максимумами. Оценки спектров в стационарном приближении для диапазона межгодовых и годовых периодов представлены на *рис. 2*. Нетрудно видеть, что выраженные пики спектральной энергии наблюдаются на частотах, соответствующих периодам: 6–7, 2–3, 0,9–1, и 0,5 годовым. Видно также, что энергия низкочастотных колебаний уровня на севере Балтийского моря гораздо выше, чем на юге. Особенно заметно это увеличение на годовых периодах, где спектральная плотность в Финском заливе и на севере Ботнического залива в 2 раза превышает аналогичные значения южной части моря (*рис. 2*).

Спектральный анализ позволяет оценить пространственное распределение амплитуды выделенных колебаний в каждом пункте, представленном на *рис. 1а*. Амплитуда оценивалась по формуле:

$$A = \sqrt{2\Delta\omega S(\omega)},$$

где: $\Delta\omega$ – граница боковых полос значимого пика спектральной плотности, $S(\omega)$ – значение функции на несущей частоте.

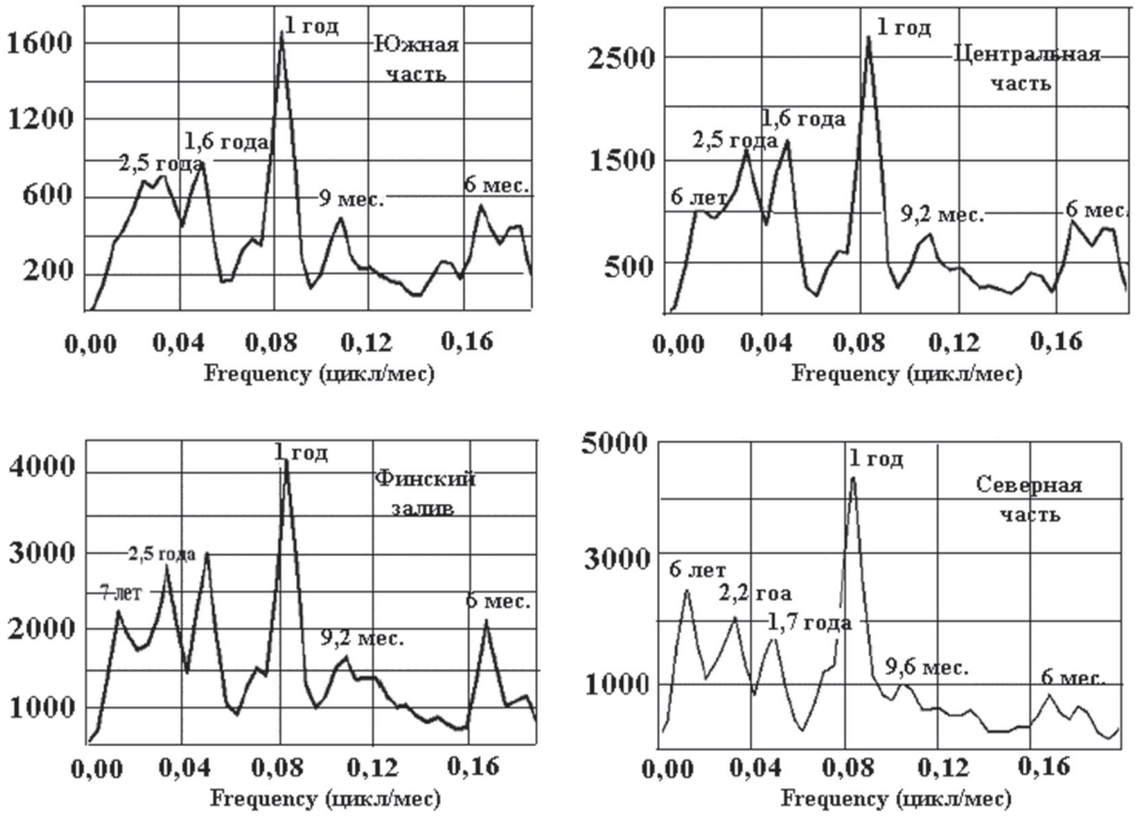

Рис. 2. Оценки спектральной плотности крупномасштабных колебаний, осредненных по полю среднемесячных значений уровня для южной, центральной и северных частей Балтийского моря

На *рис. 3а, б* демонстрируется распределение амплитуды и вклада полугодовых колебаний уровня Балтийского моря. Согласно этим результатам вдоль восточного побережья наблюдается увеличение амплитуды до 5–6 см.

В Финском заливе также просматривается увеличение амплитуды полугодовых составляющих уровня до 5 см при перемещении к вершине залива. На акватории Ботнического залива величина амплитуды полугодовых колебаний не превышает 2–3 см.

Наибольшая доля вклада полугодовой составляющей уровня в общую дисперсию (16%) отмечается в центральной части моря к югу от острова Готланд и в заливах восточного побережья: Гданьском, Рижском и Финском (14%) (*рис. 3б*). У западного побережья Балтийского моря и в Ботническом заливе вклад полугодовой гармоники не превышает 6–10% общей изменчивости уровня.

Основной вклад в изменчивость уровня Балтийского моря вносит годовая составляющая. На *рис. 3в,* г представлены распределение амплитуды и вклада годовых колебаний уровня. Видно, что значения амплитуды годовых колебаний изменяется в пределах от 4 см до 12 см, а вклад в общую дисперсию изменчивости уровня Балтийского моря находится в пределах 34–50%. На юго-западе моря наблюдается минимальная амплитуда годовой гармоники 4–5 см. В центральной части, в полосе 55°–57° с.ш. амплитуда в пределах 6–7 см. В Рижском и Финском заливах годовые колебания уровня составляют 9 см, а в вершине Ботнического залива – 12–13 см.

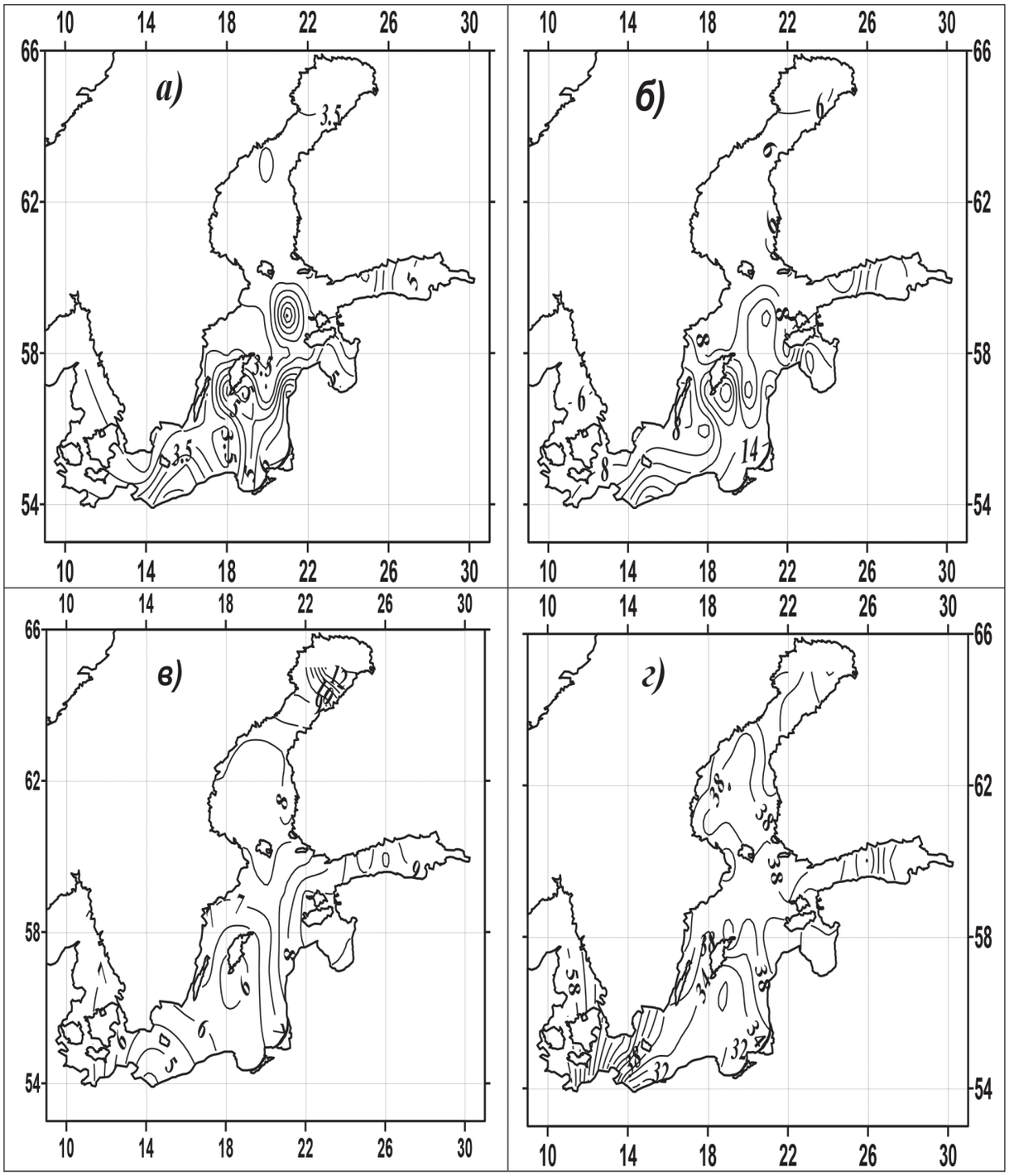

Рис. 3. Распределение амплитуды (см) и вклада (в %) полугодовой (а, б) и годовой (в, г) составляющих колебаний уровня в Балтийском море

В спектрах уровня Балтийского моря четко выделяются пики в диапазоне частот, которые соответствуют периодам 2–3 года (*рис. 2*). Эти колебания, вероятно, обусловлены изменчивостью крупномасштабных атмосферных процессов (Габис, Трошичев, 2005; Яковлев, 2007).

Как видно из *рис. 4д, е* вклад 2–3-годовых возмущений уровня изменяется в пределах 12%, а максимальная амплитуда составляет 5 см. При рассмотрении распределения

амплитуды 2–3-годовых колебаний можно заметить чередование зон максимальных и минимальных оценок амплитуды (*рис. 4, д*) в центральной части моря.

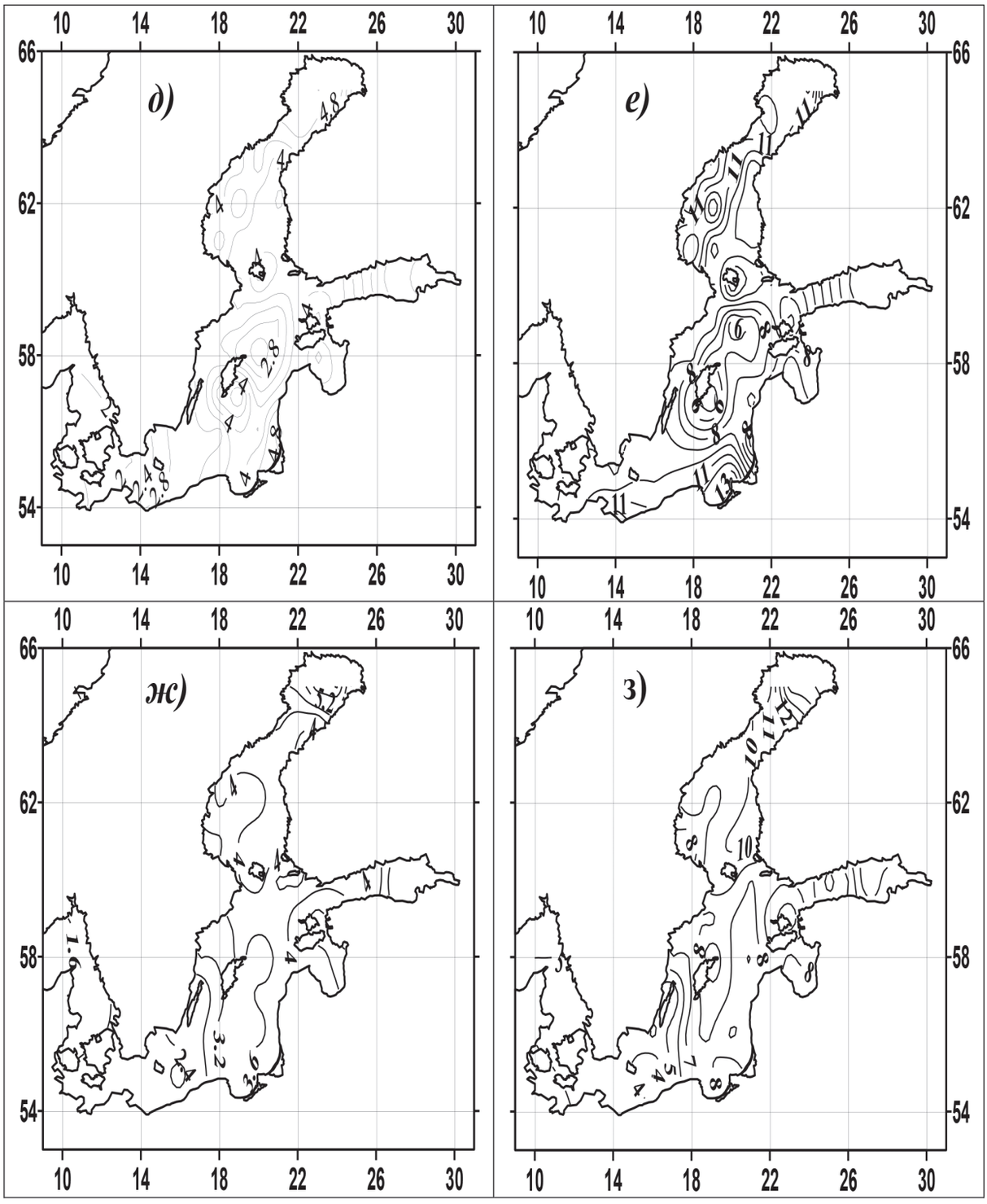

Рис. 4. Распределение амплитуды (см) и вклада (в %) трёхгодовых (д, е) и шести-семигодовых (ж, з) составляющих колебаний уровня в Балтийском море

В пространственном распределении оценок амплитуды и вклада 6–7-годовой гармоники наблюдается увеличение в направлении Ботнического и Финского заливов

(*рис. 4ж, з*). Если на юге и в центральной части моря величина амплитуды оценивается в пределах 2–4 см, а вклад – 4–8%, то в вершинах этих заливов – 5–6 см и 11–14% соответственно.

Механизмы изменчивости возмущений уровня выделенных характерных временных масштабов остаются недостаточно изученными, несмотря на то, что многочисленные исследования (Старицын, Фукс, 2008; Фукс, 1977, 2005; Яковлев, 2007) показывают, что связанные с ними крупномасштабные волновые процессы вносят значительный вклад в динамику вод.

Согласно теоретическим и экспериментальным исследованиям, при взаимодействии течений с неоднородностями донной топографии формируются стационарные (захваченные) и свободные топографические вихри (Гусев и др., 2007; Raudsepp, Beletsky, Schwab, 2003; Фукс, 2005; Захарчук, Тихонова, 2007). При этом могут генерироваться топографические волны Россби, которые, в зависимости от соотношения скорости фонового течения и фазовой скорости волн, могут или сноситься вниз по потоку, или преобразовываться в стационарные волны (Козлов, 1983; Старицын, Фукс, 2008; Фукс, 1977). Динамическая неустойчивость низкочастотных волн часто приводит к возникновению низкочастотных волновых движений различных мод. Так, например, теоретические исследования показывают, что любое начальное локализованное вихревое возмущение одного знака не может оставаться стационарным и начинает излучать в окружающее пространство низкочастотные волны типа волн Россби (Коротаев, 1988).

В зонах термохалинных и динамических фронтов в морях и океанах также могут генерироваться еще несколько типов захваченных низкочастотных волновых движений – фронтальные и сдвиговые волны (Белоненко, Захарчук, Фукс, 2004).

Отметим , что морфометрическая особенность Балтийского моря состоит в том, что оно является внутриматериковым шельфовым бассейном. Эта особенность должна приводить к возникновению возмущений уровня, характерных для мелководных средиземных морей.

Природа выделенных нами колебаний уровня с большой степенью вероятности может быть связана с волновыми процессами. Проверить это утверждение можно на основе оценок взаимного спектрального анализа временных рядов уровня, сопоставив оценки когерентности в частотной области как меры близости выделенных возмущений к аналогичным гармоническим колебаниям с нулевой начальной фазой.

На *рис. 5а* представлены взаимоспектральные оценки фазы полугодовых колебаний уровня Балтийского моря с соответствующей гармоникой. Нетрудно увидеть, что в проливе Каттегат фаза полугодовых колебаний переходит через нуль и меняет знак. По мере продвижения на восток фаза полугодовой составляющей увеличивается на четверть периода (~ 1,5 месяца), после чего остаётся постоянной (~ -35°) на всей акватории моря. Этот результат свидетельствует, что полугодовые колебания уровня в пределах Балтийского моря происходят относительно синхронно. В Датских проливах и на сопредельных акваториях изменение фазы, вероятно, обусловлено поступательными проявлениями

полугодовых волн, однако при вступлении этих волн на акваторию Балтийского моря поступательный характер волны меняется на стоячий.

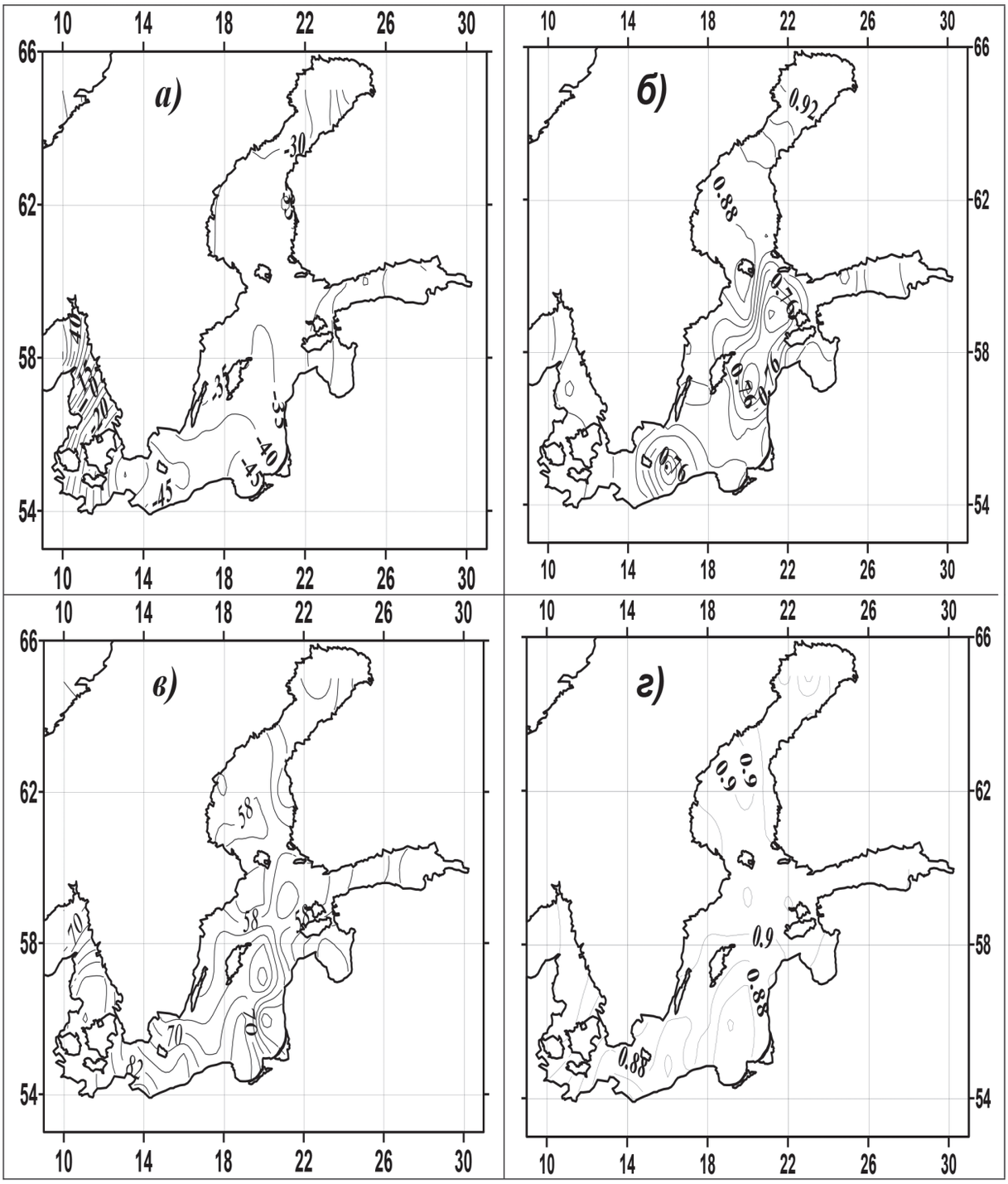

Рис. 5. Распределение фазы (в градусах) и когерентности между полугодовой (а, б) и годовой (в, г) составляющими уровня Балтийского моря и аналогичными тестовыми гармониками с нулевой начальной фазой

Функция когерентности для пары реализаций тестовая полугодовая гармоника – полугодовой уровень, достигая значений 0,6–0,9, показывает, что фазовая картина полу-

годовых колебаний уровня на акватории Балтики, представленная на *рис. 5а*, довольно устойчивая.

Оценки взаимоспектрального анализа сезонных колебаний уровня с тестовой годовой гармоникой и нулевой начальной фазой демонстрируется на *рис. 5в, г*. Видно, что в проливе Каттегат фаза годовых колебаний составляет 70°–90°. На юге моря фаза находится в пределах 70°–80°. В северном направлении оценка фазы монотонно уменьшается до 58° с.ш., оставаясь примерно одинаковой к северу от этой параллели. Высокие оценки когерентности (C_o^2 = 0,86 – 0,92) (*рис. 5г*) указывают на устойчивую картину пространственного распределения фазы годовых составляющих уровня в пределах моря. Вероятно, колебания уровня Балтийского моря с периодом в один год можно отнести к стерическим эффектам.

При рассмотрении фазовой картины 2–3-годовых возмущений уровня на *рис. 6д* обращает на себя внимание, что фазовый сдвиг этих колебаний опережает $(\varphi(\omega) > 0)$ тестовую гармонику с нулевой начальной фазой. Причем если в Датских проливах оценка фазы увеличивается до 90°, то по мере приближения к открытой части моря фаза уменьшается до 40° и остаётся в пределах 45°–40° на всей акватории Балтики. То есть экстремальные значения в 2–3-годовом цикле колебаний уровня одновременно наступают примерно на полмесяца позже чем в Датских проливах.

Анализ совместного распределения оценок амплитуды и когерентности, представленных на *рис. 4д* и *6е*, свидетельствует о наличии 2–3 годовых стоячих волн, пучности которых находятся в районе максимальных амплитуд, а узлы – в зоне минимальных амплитуд и минимальных когерентностей.

Рассматривая оценки 6–7-годовой составляющей уровня, представленные на *рис. 6ж, з*, нетрудно заметить, что фазовый сдвиг с тестовой гармоникой в пределах моря составляет 10°–20°, что соответствует трех-четырехмесячному временному интервалу. Видно также, что в вершине Ботнического залива фазовый сдвиг увеличивается до 60° (12 месяцев), однако низкие значения когерентности (0,15) свидетельствуют о неустойчивости разности фаз в этом районе (*рис. 6з*).

Вейвлет-анализ

Для оценки нестационарности внешнего энергоснабжения и внутреннего нелинейного перераспределения энергии между процессами различных временных масштабов в рамках этой работы выполнен вейвлет-анализ колебаний уровня.

Результатом вейвлет-преобразования одномерного ряда является двумерный массив амплитуд вейвлет-преобразования – значения коэффициентов $W(a,b)$ Распределение этих значений в пространстве (a,b) дает информацию об эволюции относительного вклада компонент разного масштаба в изменчивость процесса во времени. Тем самым вейвлет-анализ позволяет оценить модуляцию исследуемой характеристики для различных масштабов изменчивости.

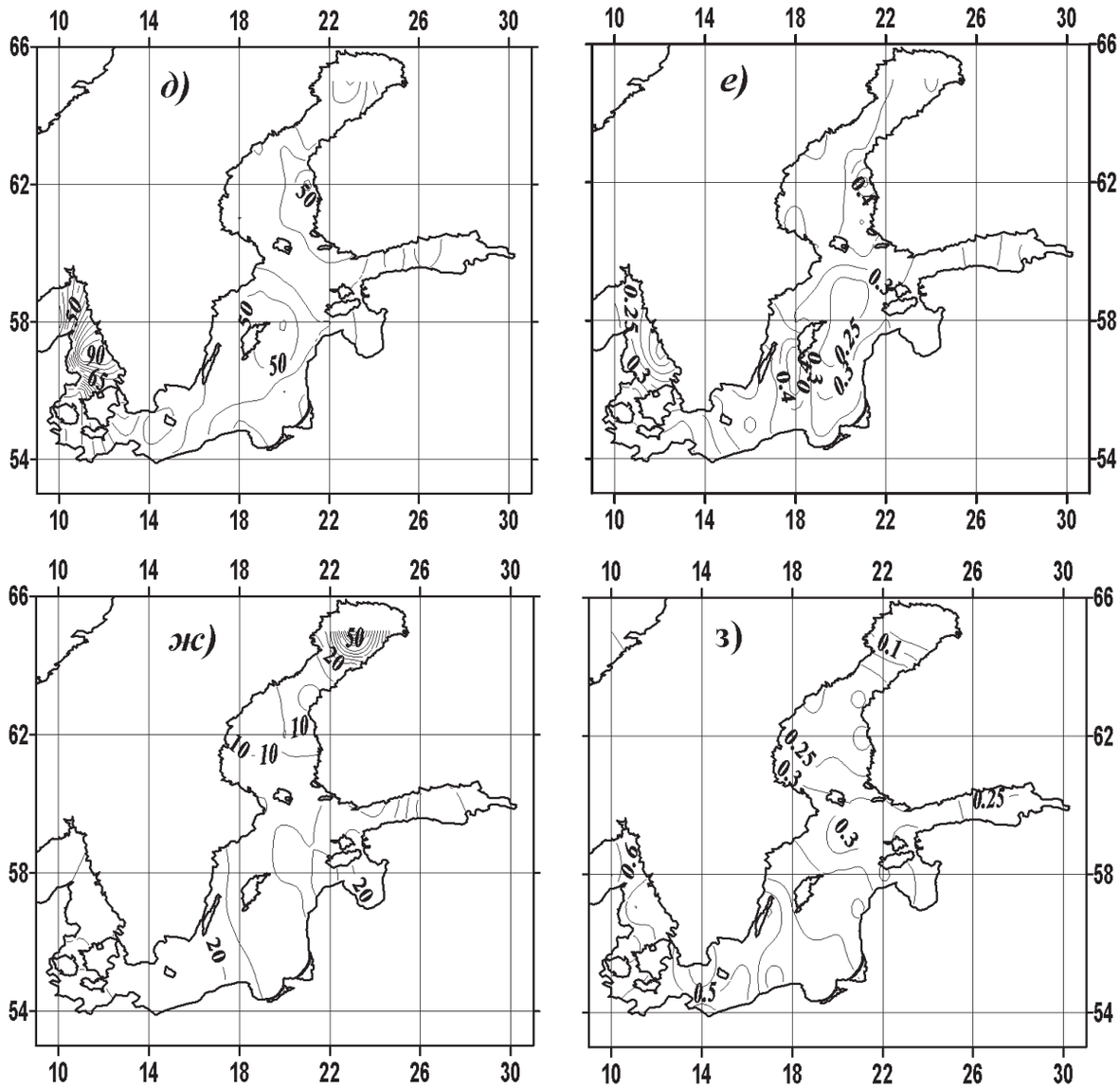

Рис. 6. Распределение фазы (в градусах) и когерентности между трехгодовой (д, е) и шести-семигодовой (ж, з) составляющими уровня в Балтийском море и аналогичными тестовыми гармониками с нулевой начальной фазой

На *рис. 7а, е* представлены вейвлет-спектрограммы уровня в южной и центральной частях Балтийского моря. Можно заметить, что интенсивность возмущений примерно одинаковая. Видно также, что до 1996 г. наблюдается передача энергии от низких частот к более высоким. С 1997 по 2001 года произошла смена знака энергетического потока. По наклону линий видно, что энергетический поток направлен из области высоких частот в область низких, то есть происходит подпитка низкочастотных колебания за счет энергии более высоких частот. После 2001 года поток энергии снова меняет знак. Восстанавливается «Колмагоровский» механизм передачи энергии – от крупномасштабных процессов к мелкомасштабным (*рис. 7а, е*).

Сопоставив вейвлет-коэффициенты, можно отметить существенную нестабильность и относительно слабое до 2003 года энергоснабжение 6–7-годовых колебаний (*рис. 7б, ж*).

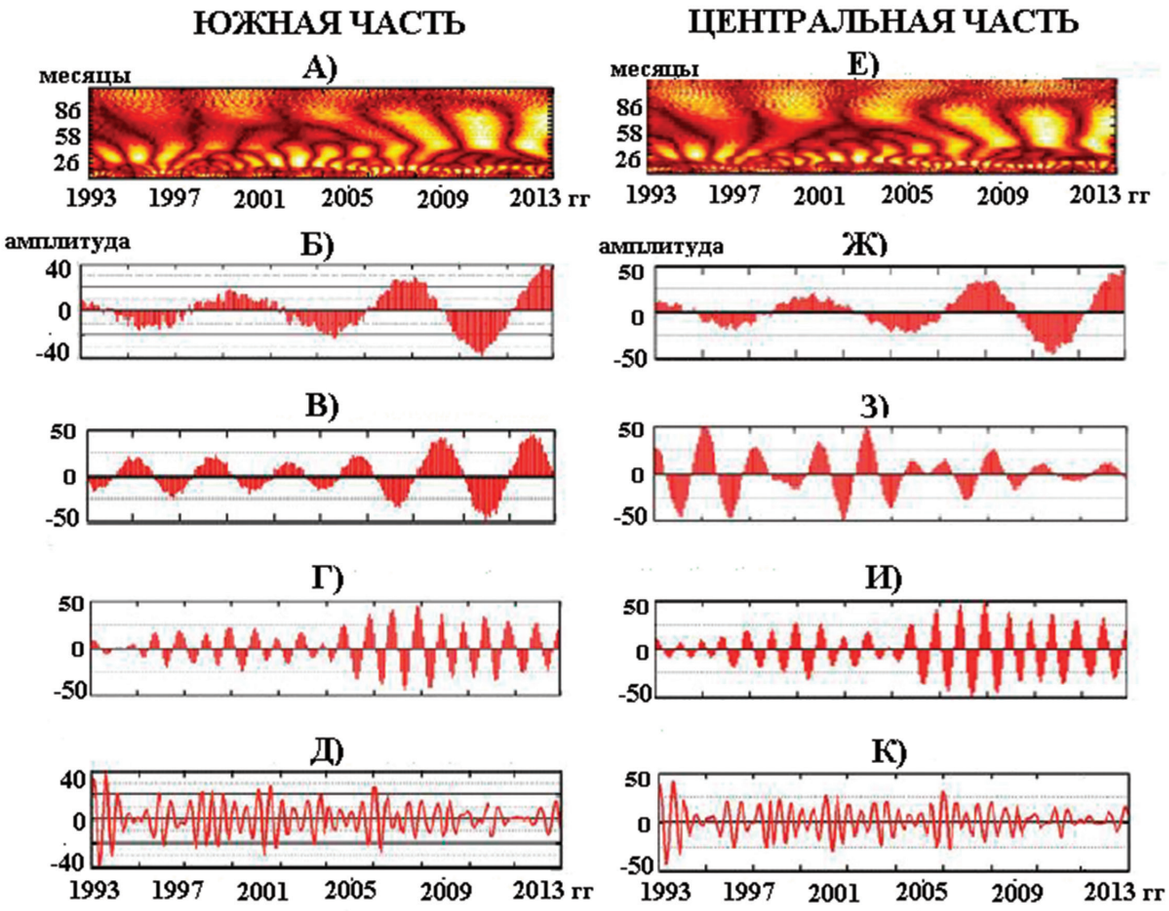

Рис. 7. Вейвлет-спектрограммы (а, е) и вейвлет-коэффициенты соответствующие 6–7-летнему (б, ж), 3-летнему (в, з), годовому (г, и) и полугодовому (д, к) масштабам изменчивости уровня

В энергоснабжении колебаний 2–3-годового цикла наблюдается нерегулярность (*рис. 7в, з*). Например, в южной части Балтики в период с 1993 по 2005 год поток энергии устойчивый, а с 2006 года наблюдается увеличение энергоснабжения. Энергия же подобных колебаний уровня в центральной части существенно непостоянна во времени. Это хорошо видно на графике вейвлет-коэффициентов (*рис. 7з*).

Годовой сигнал хорошо выражен на диаграммах (*рис. 7г, и)*. Можно видеть, что в период с 2004 по 2009 года энергия годовых колебаний уровня существенно увеличилась. В 2010 году энергоснабжение вновь уменьшается. Наблюдаемые биения амплитуды годовых колебаний, вероятно, вызваны временной изменчивостью факторов, формирующих сезонные колебания уровня.

Рассматривая скалограммы полугодовой ритмики (*рис. 7д, к*), нетрудно убедиться, что энергетический вклад этой составляющей носит преимущественно импульсный спорадический характер. Максимумы энергии в этом диапазоне характерных временных масштабов наблюдался в 1993–1994, 1997–1998, 2001, 2003 и 2005 годах. В отдельные годы (1995, 2009, 2011–2012) энергоснабжение практически отсутствует. В эти временные промежутки наблюдается фазовая модуляция полугодового сигнала.

Представленные в настоящей работе результаты вейвлет-анализа свидетельствуют, что колебания уровня в пределах Балтийского моря существенно модулированы по амплитуде. Фазовая модуляция появляется в отдельные годы на полугодовых и 2–3-годовых периодах.

Выводы

– Линейная аппроксимация трендов Балтийского моря указывает на монотонный подъём уровня со скоростью 4,1–4,5 мм/год, что несколько выше средней скорости роста уровня Мирового океана (3,1–3,2 мм/год).

– На основе спектрального анализа выделены основные диапазоны изменчивости уровня Балтийского моря. Оценен количественный вклад выделенных составляющих в общую дисперсию колебаний уровня моря. Показано, что наибольший вклад в суммарную дисперсию уровня в Балтийском море вносит сезонная составляющая – 40–60%.

– Рассчитаны и картированы амплитуды выделенных основных энергонесущих составляющих колебаний уровня Балтийского моря. Обнаружено, что максимальные амплитуды межгодовых возмущений уровня достигаются в Финском, Ботническом и Рижском заливах. Выявлены существенные многолетние вариации периодов и амплитуд.

– Показано, что определяющая роль в формировании крупномасштабных возмущений уровня в Балтике помимо стоячих волн (полугодовых и 2–3-годовых) принадлежит эвстатическим и стерическим колебаниям (6–7-годовым и годовым соответственно).

– На основе вейвлет-анализа показано, что в межгодовой изменчивости значительную роль играют нелинейные потоки энергии как от крупномасштабных возмущений к мелкомасштабным (положительная вязкость), так и в обратном направлении (отрицательная вязкость). Таким образом, крупномасштабные аномалии уровня Балтийского моря, вероятно, формируются не только за счет внешних источников, но и за счет перераспределения внутренней энергии по различным пространственно-временным масштабам.

– Выделенные колебания уровня в пределах Балтийского моря существенно модулированы по амплитуде. Фазовая модуляция ритмики появляется в отдельные годы на полугодовых и 2–3-годовых периодах.

Работа выполнена при поддержке гранта СПбГУ № 18.37.140.2014.

Литература

1. *Белоненко Т.В., Захарчук Е.А., Фукс В.Р.* Градиентно-вихревые волны в океане. СПб.: СПбГУ, 2004. 214 с.
2. *Габис И.П., Трошичев О.А.* Закономерности сезонной эволюции зональной экваториальной стратосферы в квазидвухлетнем цикле // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2005. Т. 41. № 4. С. 480–495.

3. *Гусев А.К., Захарчук Е.А., Иванов Н.Е., Клеванцов Ю.П., Рожков В.А., Тихонова Н.А., Фукс В.Р.* Динамика вод Балтийского моря в синоптическом диапазоне пространственно-временных масштабов. СПб.: Гидрометеоиздат, 2007. 354 с.
4. *Захарчук Е.А., Тихонова Н.А.* Собственные низкочастотные колебания Балтийского моря. // Труды ГОИН. 2007. № 210. С. 96–107.
5. *Козлов В.Ф.* Модели топографических вихрей в океане. М.: Наука, 1983. 200 с.
6. *Коротаев Г.К.* Теоретическое моделирование синоптической изменчивости океана. Киев: Наукова Думка, 1988. 160 с.
7. *Старицын Д.К., Фукс В.Р.* Межгодовая изменчивость уровня Японского и Охотского морей по данным спутниковых альтиметрических измерений // Вестник СПбГУ. 2008. Сер. 7. Вып. 4. С. 114–119.
8. *Фукс В.Р.* Градиентно-вихревые волны в Балтийском море. // Метеорология и гидрология. 2005. № 9. С. 63–68.
9. *Фукс В.Р.* Планетарные волны в океане. Спб.: СПбГУ, 1977. 176 с.
10. *Яковлев В.Н.* Современные представления о климате. Калининград: АтлантНИРО, 2007. 223 с.
11. *Aitsam A., Elken J.* Synoptic scale variability of hydrophisical fields in the Baltic Propervon the basis of CTD measurements // Hydrodynamics of semi-enclosed seas. Amsterdam, 1982. P. 433–468.
12. *Raudsepp U., Beletsky D., Schwab D*. Basin-scale topographic Waves in the gulf of Riga // J. Phys. Oceanogr. 2003. 33. P. 1129–1140.

Nonstationarity and spatial inhomogeneity of large-scale sea level perturbations in the Baltic Sea from satellite altimetry measurements

D.K. Staritsyn, V.R. Foux

Saint-Petersburg State University, Saint-Petersburg 199178, Russia
E-mail: st036@yandex.ru
E-mail: victorvf1285@yandex.ru

The study is based on data from satellite altimetry sea level measurement over the Baltic Sea. The major ranges of large-scale sea level variability are determined. Amplitudes of the resolved components and their contributions to the total variance of the sea level oscillation are estimated. It is found that the interannual sea level oscillation has maximal amplitude in the Finland, Bothnian and Riga Bays. It is proved that in addition to the 1-year steric constituent oscillation and the 6 to 7-year eustatic one, the large-scale sea level perturbation contains standing waves of the ½- and 2-to-3-year periodicity. Wavelet analysis reveals that oscillation of the sea level is energy-supplied mostly due to nonlinear energy transfer. The resolved sea-level oscillations are shown to be considerably modulated in amplitude within the Baltic Sea. Frequency modulation appears in separate years in the ½- and 2 to 3-year periods.

Keywords: altimetry, sea level oscillation, standing waves, energy flows, wavelet analysis, amplitude modulation

Accepted: 12.07.2016
DOI: 10.21046/2070-7401-2016-13-5-101-113

References

1. Belonenko T.V., Zakharchuk E.A., Fuks V.R., *Gradientno-vikhrevye volny v okeane* (Gradient-vorticity wavesin the World Ocean), Saint-Petersburg: Izd-vo SPbGU, 2014, 214 p.
2. Gabis I.P., Troshichev O.A., Zakonomernosti sezonnoi evolyutsii zonal'noi ekvatorial'noi stratosfery v kvazidvukhletnem tsikle (Laws of the seasonal evolution of the zonal equatorial stratospheric quasi-biennial cycle), *Izvestiya RAN Fizika atmosfery i okeana*, 2005, Vol. 41, No. 4, pp. 480–495.
3. Gusev A.K., Zakharchuk E.A., Ivanov N.E., Klevancyov U.P., Rogkov V.A., Tikhonova N.A., Fuks V.R., *Dinamika vod Baltiiskogo morya v sinopticheskom diapazone prostranstvenno-vremennykh masshtabov* (The dynamics of the Baltic Sea in the synoptic range of spatial and temporal scales), Saint-Petersburg: Izd-vo Gidrometeoizdat, 2007. 354 p.
4. Zakharchuk E.A., Tikhonova N.A., Sobstvennye nizkochastotnye kolebaniya Baltiiskogo morya (Own low-frequency oscillations of the Baltic Sea), *Trudy GOIN*, 2007, No. 210, pp. 96–107.
5. Kozlov V.F., *Modeli topograficheskikh vikhrei v okeane* (Models of topographic eddies in the ocean), Moscow: Nauka, 1983, 200 p.

6. Korotaev G.K., *Teoreticheskoe modelirovanie sinopticheskoi izmenchivosti okeana* (Theoretical modelling of synoptic variability of ocean), Kiev: Naukova Dumka, 1988, 160 p.
7. Staritsyn D.K., Fuks V.R., Mezhgodovaya izmenchivost' urovnya Yaponskogo i Okhotskogo morei po dannym sputnikovykh altimetricheskikh izmerenii (Interannual variability of the level of Japan and Okhotsk seas by satellite altimetry), *Vestnik SPbGU*, 2008, Ser. 7, Issue 4, pp. 114–119.
8. Fuks V.R., Gradientno-vikhrevye volny v Baltiiskom more (Gradient-vorticity waves in the Baltic sea), *Meteorologiya i gidrologiya*, 2005, No. 9, pp. 63–68.
9. Fuks V.R., *Planetarnye volny v okeane* (Planetary waves in the ocean), Leningrad: SPbGU, 1977. 176 p.
10. Yakovlev V.N., *Sovremennye predstavleniya o climate* (Modern views of the climate), Kaliningrad: AtlantNIRO, 2007, 223 p.
11. Aitsam A, Elken J., Synoptic scale variability of hydrophisical fields in the Baltic Propervon the basis of CTD measurements, *Hydrodynamics of semi-enclosed seas.* Amsterdam, 1982, pp. 433–468.
12. Raudsepp U., Beletsky D., Schwab D. Basin-scale topographic Waves in the gulf of Riga. *J. Phys. Oceanogr*., 2003. 33, pp. 1129–1140.