

Использование метода сопряженных уравнений при идентификации источников загрязнения в Азовском море

В.С. Кочергин, С.В. Кочергин, С.В. Станичный

*Морской гидрофизический институт РАН, Севастополь, 299011, Россия
E-mail: vskocher@gmail.com*

Последовательные спутниковые изображения позволяют получать информацию об изменении пространственных структур, определяемых в оптическом диапазоне, в первую очередь концентрацией рассеивающей взвеси. Совместное использование спутниковых данных и моделей переноса пассивной примеси представляет интерес для определения источников поступления взвешенного вещества. На тестовом примере показана работоспособность вариационного алгоритма идентификации, произведено сравнение численного моделирования с последовательными спутниковыми изображениями сканера MODIS. Вариационный алгоритм идентификации мощности источника загрязнения осуществлен для района косы Долгой. При реализации алгоритма ассимиляции данных измерений в модели переноса пассивной примеси используются градиентные методы поиска оптимальных оценок. Поиск осуществляется за счет минимизации квадратичного функционала качества прогноза. Решение сопряженной задачи используется при построении градиента функционала качества. На основе вариационного метода ассимиляции данных измерений построен алгоритм поиска оптимальных оценок мощности источника загрязнения. При реализации алгоритма осуществляется интегрирование основной, сопряженной задач и задачи в вариациях. Последняя решается для определения итерационного параметра при осуществлении градиентного спуска. При интегрировании задач используются TVD аппроксимации. Для реализации процедуры были получены по модели РОМ в сигма координатах для акватории Азовского моря поля течений, коэффициенты турбулентной диффузии при восточном ветровом воздействии, которое преобладало в наблюдаемый период времени. Для этого промежутка времени серия спутниковых снимков, характеризующих поверхностную концентрацию взвешенного вещества в Азовском море, дает представление о динамических процессах, происходящих в бассейне. Решение сопряженной задачи и построение функций влияния позволило определить прибрежные области, влияющие на повышенную концентрацию взвешенного вещества в районе косы Долгой, которая наблюдается на спутниковых снимках. Произведено сравнение модельных оценок со спутниковой информацией о концентрации взвешенного вещества. Анализ результатов показал хорошую согласованность результатов численного моделирования со спутниковой информацией при задании источника примеси вдоль северной береговой линии косы Долгой, где в основном происходит взмучивание при данных динамических условиях. В дальнейшем результаты могут быть использованы при усвоении цифровых данных о концентрации взвешенного вещества.

Ключевые слова: спутниковые данные, концентрация пассивной примеси, модель переноса, Азовское море, сопряженные уравнения

*Одобрена к печати: 16.12.2016
DOI: 10.21046/2070-7401-2017-14-1-50-57*

Введение

При изучении динамики распространения примесей необходимо использование как современных математических моделей (Blumberg, Mellor, 1987; Фомин, 2002; Иванов, Фомин, 2008), так и методов усвоения данных измерений (Marchuk, Penenko, 1978; Марчук, 1982), которые позволяют идентифицировать входные параметры модели. Вариационные алгоритмы усвоения данных измерений основаны на минимизации квадратичного функционала качества прогноза, характеризующего отклонения модельного решения от измеренных значений поля концентрации. При этом модель переноса пассивной примеси выступает в качестве ограничений на вариации входных параметров. Реализация итерационного процесса поиска оптимального распределения входных параметров численного моделирования основана на решении сопряженных задач, позволяющих строить градиенты функционала качества в пространстве параметров. Решение соответствующих сопряженных задач является функциями влияния тех или иных параметров на некоторые интегральные харак-

теристики поля концентрации (Марчук, 1982). Поэтому их построение и анализ представляет определенный интерес с точки зрения идентификации возможных источников загрязнений.

Модель переноса

В качестве модели переноса пассивной примеси в Азовском море рассмотрим следующее уравнение в σ -координатах:

$$\frac{\partial DC}{\partial t} + \frac{\partial DUC}{\partial x} + \frac{\partial DVC}{\partial y} + \frac{\partial WC}{\partial \sigma} = \frac{\partial}{\partial x} A_H \frac{\partial DC}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} A_H \frac{\partial DC}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial \sigma} \frac{K_H}{D} \frac{\partial C}{\partial \sigma}, \quad (1)$$

с краевыми условиями:

$$\begin{aligned} \Gamma : \frac{\partial C}{\partial n} &= 0, \\ \sigma = 0 : \frac{\partial C}{\partial \sigma} &= Q_S(x, y), \quad \sigma = -1 : \frac{\partial C}{\partial \sigma} = Q_B(x, y), \end{aligned} \quad (2)$$

и начальными данными

$$C(x, y, \sigma, 0) = C_0(x, y, \sigma), \quad (3)$$

где C – концентрация примеси; U, V, W – компоненты поля скорости; A_H и K_H – коэффициенты турбулентной диффузии в горизонтальном и вертикальном направлениях; $D(x, y)$ – динамическая глубина; σ – вертикальная координата ($\sigma = 0$ на поверхности, $\sigma = -1$ на дне); $Q_S(x, y), Q_B(x, y)$ – переменные мощности источника на поверхности и на дне; Γ – граница области M ; M – область интегрирования модели; $M_t = M \times [0, T]$.

Сопряженная задача

Поставим в соответствие (1)–(3) сопряженную задачу:

$$\begin{aligned} -\frac{\partial DC^*}{\partial t} - \frac{\partial DUC^*}{\partial x} - \frac{\partial DVC^*}{\partial y} - \frac{\partial WC^*}{\partial \sigma} &= D \frac{\partial}{\partial x} A_H \frac{\partial C^*}{\partial x} + D \frac{\partial}{\partial y} A_H \frac{\partial C^*}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial \sigma} \frac{K_H}{D} \frac{\partial C^*}{\partial \sigma}, \\ \Gamma : \frac{\partial C^*}{\partial n} &= 0, \\ \sigma = 0, \quad \sigma = -1 : \frac{\partial C^*}{\partial \sigma} &= 0, \\ C^*(x, y, \sigma, T) &= h(x, y, \sigma). \end{aligned} \quad (4)$$

При выводе (4) учтено соотношение, полученное из уравнения неразрывности:

$$\frac{\partial D}{\partial t} + \frac{\partial DU}{\partial x} + \frac{\partial DV}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial \sigma} = 0. \quad (5)$$

Умножая (1)–(3) на C^* и интегрируя по частям с учетом (4) и (5), получим:

$$\int_M hC dM = \int_M C_0 C^* dM. \quad (6)$$

Выбираем $h = 1/m(\Omega)$ в области Ω и $h = 0$ вне области Ω , здесь m – мера некоторой области $\Omega \in M$. При этом в левой части выражения (6) получаем среднюю концентрацию \bar{C}_T в Ω на момент времени T .

Выбрав в качестве Ω ячейку расчетной сетки, имеем:

$$\bar{C}_T = \int_M C_0 C^* dM. \quad (7)$$

Таким образом при решении серии сопряженных задач (4) с выбранными значениями h по формуле (7) осуществляется оценка поля концентрации в некоторой ячейке расчетной сетки (Кочергин С.В., Кочергин В.С., Фомин, 2012). Начальные данные C_0 могут соответствовать любому моменту времени $t_0 \in [0, T]$, при этом процедура восстановления поля концентрации пассивной примеси \bar{C}_T реализуется на интервале времени $[t_0, T]$. При интегрировании сопряженных задач осуществляется запись C^* на каждом моменте времени для восстановления \bar{C}_T по различным начальным данным C_{t_0} .

Выбирая $h = 1$ в области Ω и $h = 0$ вне её, можно оценить суммарную концентрацию на конечный момент времени в области Ω по формуле:

$$\int_{\Omega} C_T d\Omega = \int_M C_T dM = \int_M C_0 C_0^* dM.$$

При этом решение сопряженной задачи является весовой функцией при начальных данных, то есть по C_0^* можно судить, какие области M оказывают влияние на формирование полей концентрации примеси в Ω .

Результаты численных экспериментов

Численные эксперименты проводились с моделью (Фомин, 2003) для акватории Азовского моря. Были получены поля течений и коэффициенты турбулентной диффузии при различном ветровом воздействии, которые использовались в качестве входных параметров при интегрировании модели переноса пассивной примеси на срок 5 суток. При этом шаг по времени $\Delta t = 240$ сек, шаг по пространству $\Delta x = 0,78$ км, $\Delta y = 1,125$ км. По вертикали в модели используется расчетная сетка в σ – координатах с 15 горизонтами. Дина-

мические поля, полученные по данной модели, использовались в работах (Кочергин, 2012; Кочергин С.В., Кочергин В.С., 2015) для реализации тестовых расчетов по идентификации мощностей источников постоянной и переменной мощности в Казантипском заливе Азовского моря. Алгоритм вариационной идентификации мощности источника подробно описан в (Кочергин С.В., Кочергин В.С., 2015). Результаты расчетов показали надежную работу алгоритмов и хорошую сходимость итерационных процессов поиска оптимальных значений параметров.

На *рис. 1, 2* представлены снимки поверхности Азовского моря, на основании которых по яркости регистрируемого излучения можно судить о динамических процессах, происходящих в акватории Азовского моря. Данная динамика сформировалась под воздействием ветров (<http://dvs.net.ru/mp/data/201507vw.shtml>) северо-восточного и восточного направления со значениями около 10 м/с. По направлению распространения продуктов горения от источников на суше также можно судить о направлении ветра.



Рис. 1. Концентрация взвешенного вещества 16 октября 2015 года



Рис. 2. Концентрация взвешенного вещества 17 октября 2015 года

На первом этапе расчётов в качестве Ω была выбрана область, изображенная на *рис. 3*, расположенная в области повышенной концентрации взвешенного вещества, у мыса косы Долгой. Результат интегрирования сопряженной задачи представлен на *рис. 4*. Из *рис. 4* видно, что на концентрацию взвешенного вещества в указанном районе в основном влияет прибрежная зона вдоль косы Долгой. На втором этапе расчётов был задан постоянный источник в указанной прибрежной области и проведен эксперимент по моделированию распространения примеси по модели (1)–(3). Результат такого моделирования представлен на *рис. 5*. Сравнивая результат моделирования с данными, полученными с ИСЗ, можно сделать вывод о достаточно адекватном описании моделью динамических процессов в Азовском море при таком ветровом воздействии. Результат моделирования в дальнейшем использовался в качестве данных измерений при реализации вариационного алгоритма ассимиляции. На *рис. 6* показано падение нормированного функционала качества прогноза. Величина I_0 является значением квадратичного функционала качества прогноза на первой итерации.

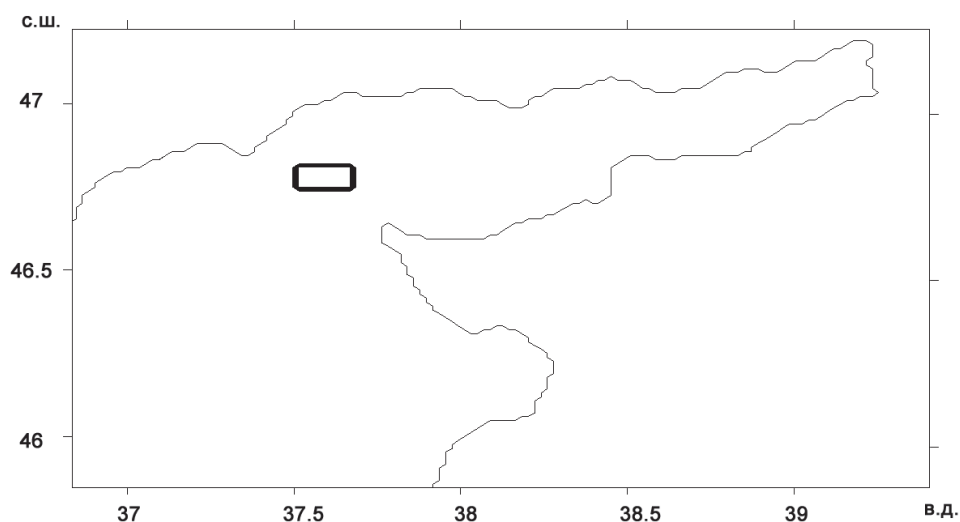


Рис. 3. Область Ω

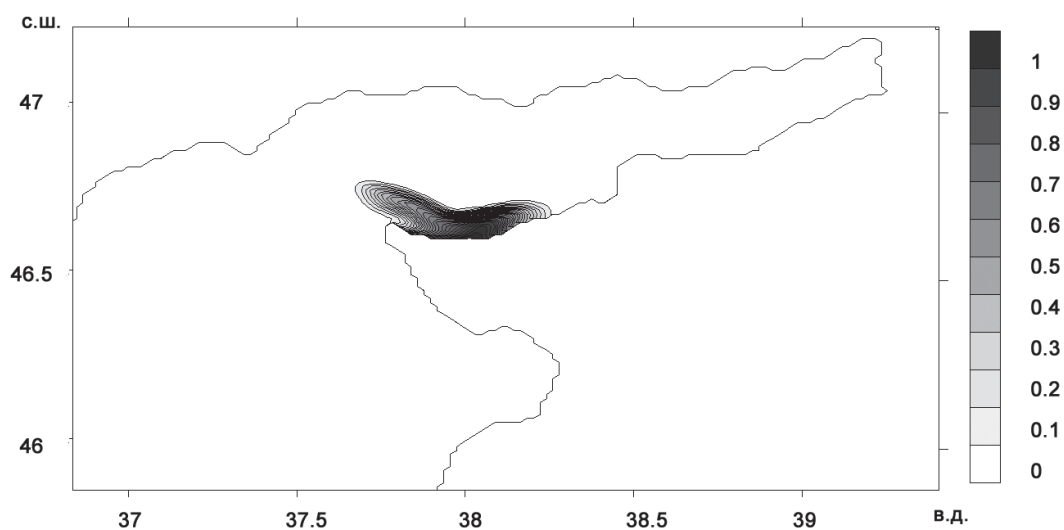


Рис. 4. Функция влияния

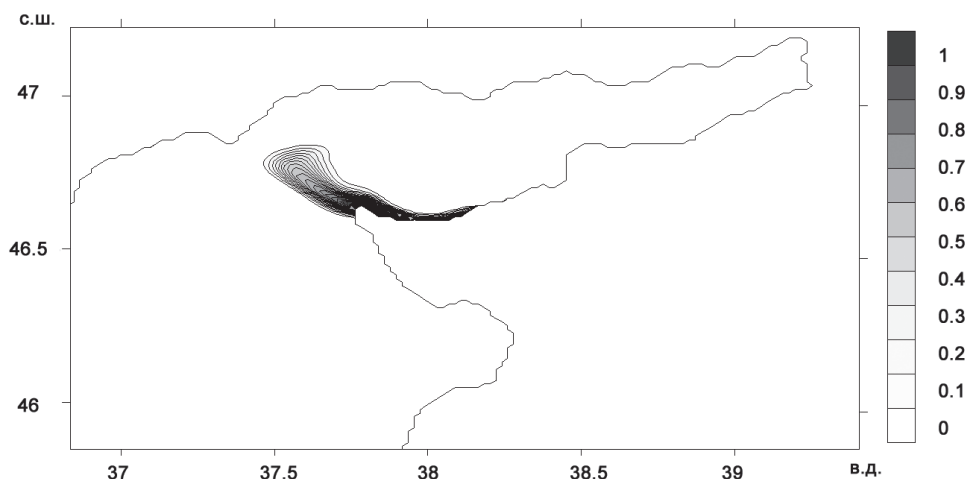


Рис. 5. Модельное поверхностное распределение пассивной примеси от заданного источника постоянной мощности

В процессе итераций (рис. 6) происходит падение нормированного функционала качества прогноза, и восстанавливается известное постоянное значение Q_B (рис. 7). В данном случае на дне в прибрежной зоне косы Долгой задается источник, модуль мощности которого равен единице.

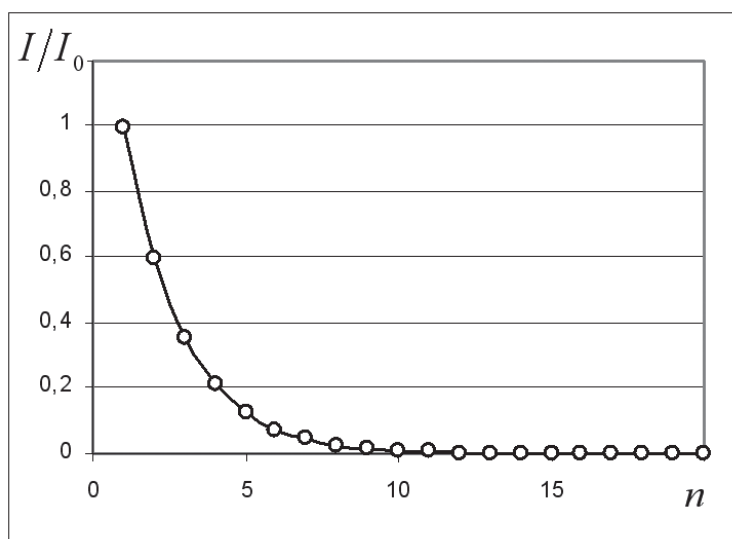


Рис. 6. Падение нормированного функционала качества прогноза

Проведенные численные эксперименты показали надежную работу вариационного алгоритма идентификации входных параметров численного моделирования. Идентификация местоположения источника, реализованная на основе решения сопряженной задачи, дала хорошее соответствие со спутниковыми данными. В дальнейшем подход может быть использован при ассимиляции реальных данных о концентрации взвешенного вещества, определяемого по спутниковым снимкам для идентификации возможных источников загрязнения и параметризации динамических процессов переноса примесей различной природы.

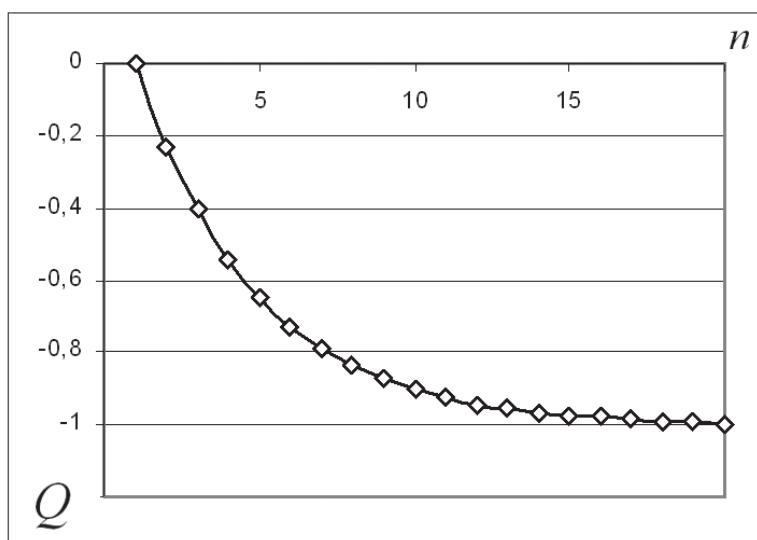


Рис. 7. Идентификация Q в результате итераций

Работа выполнена в рамках государственного задания по теме № 0827-2014-0010 «Комплексные междисциплинарные исследования океанологических процессов, определяющих функционирование и эволюцию экосистем Черного и Азовского морей на основе современных методов контроля состояния морской среды и гридтехнологий»

Литература

1. *Иванов В.А., Фомин В.В.* Математическое моделирование динамических процессов в зоне моря–суша. Севастополь: ЭКОСИ–гидрофизика, 2008. 363с.
2. *Кочергин С.В., Кочергин В.С., Фомин В.В.* Определение концентрации пассивной примеси в Азовском море на основе решения серии сопряженных задач // Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон и комплексное использование ресурсов шельфа. Севастополь: МГИ НАНУ, 2012. Вып. 26. Т. 2. С. 112–118.
3. *Кочергин В.С.* Идентификация начального поля концентрации для модели переноса пассивной примеси в Азовском море // Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон и комплексное использование ресурсов шельфа. Севастополь: МГИ НАНУ, 2012. Вып. 26. Т. 2. С. 123–125.
4. *Кочергин В.С., Кочергин С.В.*, Идентификация мощности источника загрязнения в Казантипском заливе на основе применения вариационного алгоритма // Морской гидрофизический журнал. 2015. № 2. С. 79–88.
5. *Марчук Г.И.* Математическое моделирование в проблеме окружающей среды. М.: Наука, 1982. 320 с.
6. *Фомин В.В.* Численная модель циркуляции вод Азовского моря // Научные труды УкрНИГМИ. 2002. Вып. 249. С. 246–255.
7. *Blumberg A.F., Mellor G.L.* A description of the three-dimensional coastal ocean circulation model // Three-dimensional coastal ocean models. Am. Geoph. Union. 1987. Vol. 4. P. 1–16.
8. *Marchuk G.I., Penenko V.V.* Application of optimization methods to the problem of mathematical simulation of atmospheric processes and environment // Modelling and Optimization of Complex Systems. Proc. IFIP-TC7 Working conf. New-York: Springer, 1978. P. 240–252.

Identification of pollution sources in the Sea of Azov using the adjoint equation method

V.S. Kochergin , S.V. Kochergin, S.V. Stanichny

Marine Hydrophysical Institute RAS, Sevastopol 299011, Russia
E-mail: vskocher@gmail.com

Successive satellite images provide information about the changes in spatial structures measured in the optical range, especially by tracking the scattering suspended matter concentration. The joint use of the satellite data and passive admixtures transfer models is of interest in identifying the sources of suspended matter. The test example demonstrates the efficiency of variational identification algorithm and outlines a comparison between numerical simulation and successive satellite images taken by the MODIS scanner. The variational pollution source identification algorithm is implemented for the region of the Dolgaya Spit. The measurement data assimilation algorithm in the passive admixture transfer model is implemented using gradient methods for optimal estimate retrieval. The retrieval is carried out by means of minimizing a quadratic function of prediction quality. The linked problem solving is used in the gradient of quality functional construction. On the basis of the variational method of data assimilation, the optimal estimate retrieval algorithm for pollution source power identification is constructed. In application of the algorithm, the integration of the main, linked and variational problems is implemented. The latter is solved to determine an iteration parameter when performing gradient descent. Integration problems are solved using TVD approximations. For the application of the procedure, the Sea of Azov flow fields and turbulent diffusion coefficients are obtained using the sigma coordinate ocean model (POM) under the eastern wind stress conditions being dominant at the observed period of time. For that period the satellite image series characterizing the surface concentration of suspended matter in the Sea of Azov gives an idea of dynamic processes occurring in the basin. The linked problem solving and influence functions measurement allow for defining the coastal zones having an effect on higher loads of suspended matter in the region of the Dolgaya Spit observed in the satellite images. The model estimation and the satellite data on the loads of suspended matter were brought into comparison. The analysis of the obtained data shows a positive correlation between the numerical simulation results and the satellite data based on a specified pollution source located along the northern coastal line of the Dolgaya Spit, where turbidity generally occurs under given dynamic conditions. Furthermore, the results can be used to perform numerical data assimilation on loads of suspended matter.

Keywords: satellite data, concentration of passive admixture, transport model, Azov Sea, the adjoint equation

Accepted: 16.12.2016

DOI: 10.21046/2070-7401-2017-14-1-50-57

References

1. Ivanov V.A., Fomin V.V., *Matematicheskoe modelirovanie dinamicheskikh protsessov v zone morya-susha* (Mathematical modeling of dynamic processes in the area of the Sea-Earth), Sevastopol: EKOSI-gidrofizika, 2008, 363 p.
2. Kochergin S.V., Kochergin V.S., Fomin V.V., *Opreделение kontsentratsii passivnoy primesi v Azovskom more na osnove resheniya serii sopryazhennykh zadach* (Determination of passive admixture concentration in the Azov Sea based on a solutions series of adjoint tasks), *Ekologicheskaya bezopasnost pribrezhnoy i shelfovoy zon i kompleksnoe ispolzovanie resursov shelfa*, Sevastopol: MGI NANU, 2012, Issue 26, Vol. 2, pp. 112–118.
3. Kochergin V.S., *Identifikatsiya nachalnogo polya kontsentratsii dlya modeli perenosa passivnoy primesi v Azovskom more* (Identification of the initial concentration field for the passive admixture transport model in the Azov Sea), *Ekologicheskaya bezopasnost pribrezhnoy i shelfovoy zon i kompleksnoe ispolzovanie resursov shelfa*, Sevastopol: MGI NANU, 2012, Issue 26, Vol. 2, pp. 123–125.
4. Kochergin V.S., Kochergin S.V., *Identifikatsiya moschnosti istochnika zagryazneniya v Kazantipskom zalive na osnove primeneniya variatsionnogo algoritma* (Identification of power source pollution in the Kazantip bay by applying a variational algorithm), *Morskoy gidrofizicheskiy zhurnal*, 2015, No. 2, pp. 79–88.
5. Marchuk G.I., *Matematicheskoe modelirovanie v probleme okruzhayushey sredy* (Mathematical modeling in environmental problem), Moscow: Nauka, 1982, 320 p.
6. Fomin V.V., *Chislennaya model tsirkulyatsii vod Azovskogo morya* (Numerical circulation model of the Azov Sea water), *Nauchnyye trudy UkrNIGMI*, 2002, Vol. 249, pp. 246–255.
7. Blumberg A.F., Mellor G.L., *A description of the three-dimensional coastal ocean circulation model*, In: *Three-dimensional coastal ocean models*, Heaps N. (ed.), Am. Geoph. Union, 1987, Vol. 4, pp. 1–16.
8. Marchuk G.I., Penenko V.V., *Application of optimization methods to the problem of mathematical simulation of atmospheric processes and environment, Modelling and Optimization of Complex Systems, Proc. IFIP-TC7 Working conf.*, New-York, Springer 1978, pp. 240–252.