

## Об атмосферных вихрях типа торнадо в модели аксиальной конвекции с влажным воздухом

П.Б. Руткевич, Б.П. Руткевич, Н.Ю. Комарова

*Институт космических исследований РАН, Москва, 117997, Россия*  
*E-mails: pbrutkevich@gmail.com, bprutkevych@gmail.com, nata.komarova@asp.iki.rssi.ru*

Дистанционное изучение катастрофических атмосферных явлений, таких как тропические циклоны (ТЦ) и содержащиеся в них смерчи, занимает особое место в программах дистанционного мониторинга тропических возмущений. В первую очередь надо отметить задачи прогнозирования возникновения первичных форм возмущений и последующего перехода индивидуального первичного возмущения в развитую форму (как в ТЦ, так и в сопутствующие ему смерчи) (Bluestein, 1994). При этом наблюдается образование мощной облачности, возникающей за счёт испарения пара с океана. В данной работе рассмотрена задача развития вихревых движений типа торнадо в аксиально-симметричной геометрии. В модели учитывается зависимость вертикального профиля температуры от вертикальной скорости, которая параметризует выделение скрытой теплоты конденсации влаги, всегда присутствующей в атмосфере. Поскольку вертикальный профиль плотности насыщенного пара в поле силы тяжести уменьшается с высотой, восходящие конвективные потоки воздуха в рассматриваемой области будут насыщенными, а нисходящие потоки воздуха – практически сухими. Таким образом, вертикальный градиент температуры в силу наличия влажности предполагается зависящим от знака вертикальной скорости. Задача, следовательно, становится нелинейной. Для её решения было построено функциональное скалярное произведение для линейного оператора исходной задачи и граничных условий. Затем сделано разложение по малому параметру (по малой нелинейности) – получено решение сформулированной нелинейной задачи.

**Ключевые слова:** нелинейная конвекция, градиент температуры, насыщенный влажный воздух, скалярное произведение, граничные условия

*Одобрена к печати: 01.03.2017*  
*DOI: 10.21046/2070-7401-2017-14-2-221-229*

В настоящее время мониторинг катастрофических явлений погоды осуществляется в основном из космоса. Космические аппараты позволяют осуществлять наблюдение обширных территорий (Bluestein, 2005, 2008; Cooley, 1978; Tanamachi et al., 2006). Более того, точность полученных из космоса данных неуклонно и очень быстро повышается (Bluestein, 2005). В области глаза тайфунов часто наблюдались более сотни небольших, по сравнению с размерами глаза, вихрей, которые были идентифицированы как смерчи (см., например, Atkins et al., 2014; Houze Jr., 2010). Однако теории образования катастрофических явлений погоды, таких как ТЦ или торнадо, не существует. Существует много моделей катастрофических явлений. Все они опираются в том или ином виде на атмосферную конвекцию. Однако хорошо известно, что в природе не существует условий подогрева снизу и охлаждения сверху, характерного для задачи об обычной конвекции (Гершуни, Жуховицкий, 1972; Ландау, Лифшиц, 1986). В природе энергия для возникновения и поддержания катастрофических явлений погоды черпается из выделения скрытой теплоты фазовых переходов атмосферной влаги, которой особенно много в тропических регионах. Именно поэтому все тайфуны, бушующие в океане, достаточно быстро распадаются при выходе на берег. Зачастую успевая при этом произвести значительные разрушения на берегу. Учёт водяного пара в атмосфере существенно изменяет задачу конвекции в сухом воздухе. Корректный учёт термодинамики фазовых преобразований в такой задаче достаточно сложен (см., например, Ооуата, 1990, 2001). Однако можно параметризовать влияние фазовых преобра-

зований. Например, поскольку хорошо известно, что вертикальные градиенты температуры в сухом и насыщенном влажном воздухе различаются (Матвеев, 2000; Emanuel, 1994; Rutkevich, 2002), можно ввести в задачу зависимость градиента вертикального профиля температуры от вертикальной компоненты скорости воздуха. Тогда задача сведётся к конвекции, в которой учитывается зависимость вертикального профиля температуры от вертикальной скорости воздуха.

Стационарная конвекция в аксиальной полости рассматривалась Г.А. Остроумовым (Остроумов, 1949а, 1949б, 1952), см. также (Гершуни, Жуховицкий, 1972; Ландау, Лифшиц, 1986). Система уравнений оказывается линейной, поскольку в такой геометрии нелинейные центробежные слагаемые исчезают. Аксиальная постановка задачи конвекции предпочтительнее для работы с катастрофическими атмосферными явлениями, такими как смерч и тайфун. Хорошо известно, что энергетика этих атмосферных явлений связана с фазовыми превращениями атмосферной влаги. Поэтому для наблюдения тайфунов из космоса или смерчей с наземных станций с помощью радаров необходимо иметь теорию не только конвекции в сухом воздухе, но и конвекции в насыщенном влажном воздухе. В данной работе мы ставим задачу о конвекции в аксиальной полости с учётом атмосферной влаги. Понятно, что поднимающийся влажный воздух в силу уменьшения плотности влажности с высотой непременно станет насыщенным, а тот же самый объём (исходя из уравнения непрерывности) опускающегося воздуха по той же причине станет сухим. Поэтому необходимо включить в задачу термодинамические условия фазовых превращений атмосферной влаги – малую зависимость градиента вертикального профиля температуры от вертикальной компоненты скорости воздуха. Например:

$$\text{grad}T_0(u_z) = (A + \alpha u_z)\vec{e}_z, \quad (1)$$

где  $\vec{e}_z$  – единичный вертикальный вектор, направленный вверх;  $A$  – вертикальный постоянный градиент температуры конвективной задачи; коэффициент  $\alpha$  описывает поправку к вертикальному постоянному градиенту температуры, который параметризует выделение скрытой теплоты фазовых переходов атмосферной влаги и имеет размерность  $[\alpha] = \text{град}\cdot\text{с}/\text{м}^2$ . Таким образом, в зависимости от знака вертикальной компоненты скорости вертикальный градиент температуры может менять знак.

Система уравнений в приближении Буссинеска о конвекции в вертикальной цилиндрической полости имеет вид (Гершуни, Жуховицкий, 1972; Ландау, Лифшиц, 1986):

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \nabla p_1 - \nu \Delta \vec{u} - g\beta T_1 \vec{e} = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial T_1}{\partial t} + \vec{u} \nabla T_0 - \chi \Delta T_1 = 0, \quad (3)$$

$$\text{div} \vec{u} = 0. \quad (4)$$

Здесь  $\vec{u}$  – вектор скорости воздуха;  $T_1$  – поправка к температуре;  $p_1$  – поправка к давлению;  $g$  – ускорение силы тяжести;  $\beta$  – коэффициент теплового расширения;  $\nu$  – коэффициент ки-

нематической вязкости;  $\chi$  – коэффициент температуропроводности. Число Прандтля примем равным единице:  $\nu/\chi = 1$ .

Запишем систему уравнений для возмущений (2)–(4) в безразмерном виде. Для этого выберем следующие единицы измерения: расстояния – характерный размер полости (радиус цилиндрической полости)  $a$ ; времени –  $a^2/\nu$ ; скорости –  $\nu/a$ ; давления –  $\rho_0 \nu^2/a^2$ ; температуры –  $aA$ .

Переходя при помощи указанных единиц к безразмерным переменным, получим систему уравнений для безразмерных возмущений:

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \nabla p_1 - \Delta \vec{u} - RT_1 \vec{e} = 0, \quad (5)$$

$$\frac{\partial T_1}{\partial t} + u_z(1 + \beta u_z) - \Delta T_1 = 0, \quad (6)$$

$$\text{div} \vec{u} = 0. \quad (7)$$

Таким образом, в нелинейной постановке задачи (5)–(7) появляется новая безразмерная величина  $\beta = \frac{\alpha}{A} \cdot \frac{\nu}{a}$ , характеризующая нелинейность задачи.

Применяем к уравнению Навье–Стокса (2) операцию  $\text{rot rot}$  и проецируем полученное векторное уравнение на ось  $z$  и, учитывая аксиальную симметрию в вертикальной трубе  $T_1(r, \varphi, t) = \theta(r, t)$ , получаем систему:

$$\frac{\partial \Delta u_z(r, t)}{\partial t} - \Delta \Delta u_z(r, t) = R \Delta_r \theta(r, t),$$

$$\frac{\partial \theta(r, t)}{\partial t} - (1 + \beta u_z) u_z(r, t) = \Delta \theta(r, t),$$

где  $R = g\beta A a^4/\nu^2$  – безразмерное число Рэлея;  $a$  – радиус трубы.

Система уравнений для конвекции в аксиальной вертикальной трубе с учётом условия (1) имеет вид:

$$-\frac{\partial u_z(r, t)}{\partial t} + \Delta_r u_z(r, t) + k^4 \theta(r, t) = 0, \quad k = \sqrt[4]{R}, \quad (8)$$

$$-\frac{\partial \theta(r, t)}{\partial t} + \Delta_r \theta(r, t) + u_z(r, t) = -\beta u_z^2(r, t). \quad (9)$$

Граничные условия для задачи (8)–(9) поставим для безразмерной вертикальной скорости на стенке трубы (при безразмерном радиусе  $r = 1$ )  $u_z(1) = 0$  и для безразмерной температуры примем условие равенства нулю радиальной производной. На оси трубы (при безразмерном радиусе  $r = 0$ ) поставим условия равенства нулю производной по радиусу  $r$  от вертикальной скорости и температуры.

Введём в задачу функциональный двухкомпонентный вектор  $\psi(r)$ . Первую компоненту функционального вектора  $\psi(r)$  обозначим  $u(r) = u_z(r)$ , вторую –  $v(r)$ .

$$\psi(r) = \begin{pmatrix} u(r) \\ v(r) \end{pmatrix}, \quad v(r) = \theta(r)/k^2. \quad (10)$$

Введём также матричный  $2 \times 2$  дифференциальный оператор  $L$ :

$$L = \begin{pmatrix} 0 & -\Delta_r \\ -\Delta_r & 0 \end{pmatrix}, \quad \Delta_r = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial}{\partial r} \right). \quad (11)$$

Тогда стационарную линейную систему уравнений (2)–(3) можно переписать как:

$$L\psi = k^2\psi. \quad (12)$$

Уравнение (12) есть уравнение на собственные значения для функционального двухкомпонентного вектора  $\psi(r)$ . Скалярное произведение для задачи (12) имеет вид:

$$(\psi_n, \psi_m) = \int_0^1 r dr \cdot [u_n(r)v_m(r) + u_m(r)v_n(r)], \quad (13)$$

$$(k_m^2 - k_n^2)(\psi_n, \psi_m) = C(n)\delta_{m,n}. \quad (14)$$

Собственные значения линейной задачи (12) находятся из уравнения:

$$s(k) = k \frac{J_1(k)}{J_0(k)} - k \frac{I_1(k)}{I_0(k)} = 0. \quad (15)$$

Уравнение (15) соответствует результату (Гершуни, Жуховицкий, 1972).

Первые четыре низшие собственные значения линейной задачи (12), как видно из *рис. 1*, равны:  $k_1 = 4,61$ ;  $k_2 = 7,80$ ;  $k_3 = 10,96$ ;  $k_4 = 14,1$ . На *рис. 2* и *3* представлены компоненты  $u(r)$  и  $v(r)$  двухкомпонентного вектора (10) как функции горизонтального безразмерного радиуса  $r$ , соответствующие этим собственным значениям. Очевидно, чем больше значение волнового числа  $k_p$ , тем большее количество колебаний соответствующая кривая делает на интервале от нуля до единицы. Каждая пара компонент для заданного собственного значения представляет собой собственную функцию двухкомпонентного вектора  $\psi_n(r)$ , где  $n$  – порядковый номер собственной функции.

Собственные функции в настоящем расчёте приняты ортогональными, но не ортонормированными, поэтому в обеих компонентах двухкомпонентного вектора  $\psi_n(r)$  на оси цилиндра  $\psi_n(0)$  значения компонент с ростом номера моды увеличиваются. При этом чётные и нечётные собственные функции на оси цилиндра  $\psi_n(0)$  имеют разные знаки. Таким образом, можно легко различать графики компонент собственных функций, расположенных в порядке возрастания номера. На стенке цилиндра при безразмерном радиусе цилиндра  $r = 1$  компоненты двухкомпонентного вектора  $\psi(1)$ , естественно, принимают значения, соответствующие граничным значениям для каждой компоненты.

Аналитические выражения низших собственных компонент  $u_1(r)$  и  $v_1(r)$  двухкомпонентного вектора (10), согласно (Гершуни, Жуховицкий, 1972; Ландау, Лифшиц, 1986), имеют вид:

$$u_1(r) = \frac{J_0(kr)}{J_0(k)} - \frac{I_0(kr)}{I_0(k)}, \quad v_1(r) = \left[ \frac{J_0(kr)}{J_0(k)} + \frac{I_0(kr)}{I_0(k)} \right]. \quad (16)$$

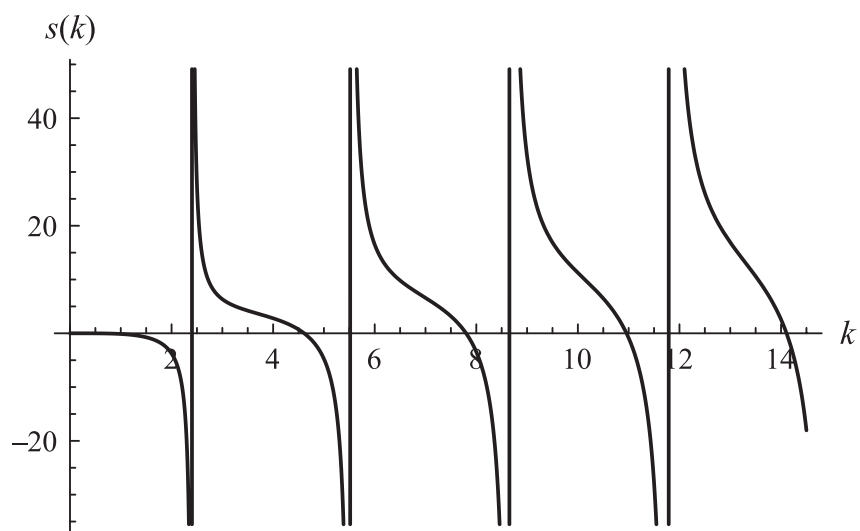


Рис. 1. Профили функции  $s(k)$ , позволяющие получить собственные значения стационарной линейной системы уравнения (8)–(9)

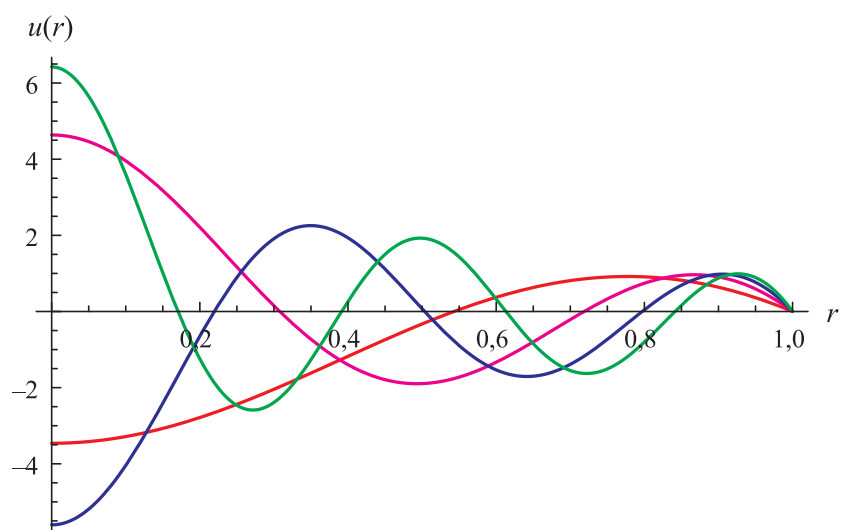


Рис. 2. Четыре низшие собственные  $u(r)$ -компоненты двухкомпонентного вектора  $\psi(r)$

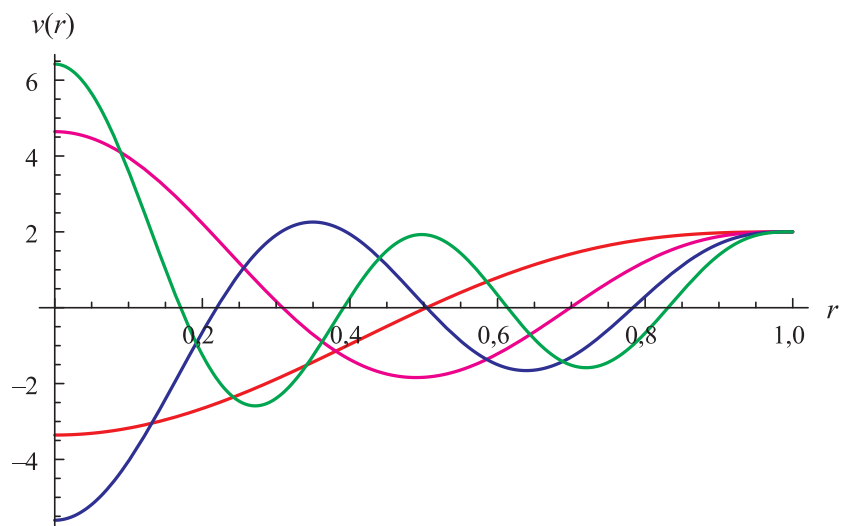


Рис. 3. Четыре низшие собственные  $v(r)$ -компоненты двухкомпонентного вектора  $\psi(r)$

Рассмотрим нелинейный режим конвективной неустойчивости в цилиндрической трубе при наличии в ней насыщенного влажного воздуха в постановке (8)–(9). Пусть  $k = k_1 + \delta k$ ,  $0 < \delta k \ll 1$ . Разложим нелинейные члены исходной системы в ряд по малому параметру  $\delta k$ .

Ищем решение системы (8)–(9) в виде:

$$u(r, t) = u_1(r)f(t) + \delta u(r, t), \quad \delta u(r, t) \propto \delta k, \quad (17)$$

$$v(r, t) = v_1(r)f(t) + \delta v(r, t), \quad \delta v(r, t) \propto \delta k. \quad (18)$$

Подставляя (17)–(18) в систему (8)–(9), получаем:

$$-u_1 \dot{f} - \delta \dot{u} + (k^2 - k_1^2)v_1 f + \Delta_r \delta u + k^2 \delta v = 0, \quad (19)$$

$$-v_1 \dot{f} + \delta \dot{v} + (k^2 - k_1^2)u_1 f + \Delta_r \delta u + k^2 \delta u = -\frac{\alpha}{A} f^2 u_1^2 + \dots \quad (20)$$

Умножаем уравнение (19) на  $v_1(r)$ , а уравнение (20) – на  $u_1(r)$ , интегрируем по безразмерному радиусу  $r$  с весом  $r$  от нуля до единицы и прибавляем одно к другому. В результате получаем:

$$K_3 \dot{f} = (k^2 - k_1^2)K_1 f - \frac{\alpha}{A} K_2 f^2 + \dots, \quad (21)$$

где коэффициенты, связанные со скалярным произведением (13) линейной задачи (12), имеют вид:

$$K_1 = 2 \int_0^1 r dr \cdot u_1(r)v_1(r) = 1,56, \quad (22)$$

$$K_2 = 2 \int_0^1 r dr \cdot u_1^2(r)v_1(r) = -0,814, \quad (23)$$

$$K_3 = 2 \int_0^1 r dr \cdot [u_1^2(r) + v_1^2(r)] = 2. \quad (24)$$

Запишем с использованием этих коэффициентов решение уравнения (21).

$$f(t) = 2k\delta k \frac{(K_1/K_3)e^{2k\delta k(K_1/K_3)t}}{1 + \frac{\alpha}{A}(K_2/K_3)e^{2k\delta k(K_1/K_3)t}}. \quad (25)$$

Обозначим:  $P_1 = K_1/K_3 = 0,781$ ;  $P_2 = K_2/K_3 = -0,407$ . Тогда решение (23) уравнения (19) ещё более упрощается:

$$f(t) = 2k\delta k \frac{P_1 e^{2k\delta k P_1 t}}{1 + \frac{\alpha}{A} P_2 e^{2k\delta k P_1 t}}. \quad (26)$$

Но, поскольку коэффициент  $K_2$  отрицательный, запишем решение (23) с использованием модуля  $|K_2|$  или (что то же самое)  $|P_2|$ :

$$f(t) = \frac{2k\delta k P_1 e^{2k\delta k P_1 t}}{1 - \frac{\alpha}{A} |P_2| e^{2k\delta k P_1 t}}. \quad (27)$$

Получаем зависимость амплитуды вертикальной скорости  $f(t)$  от времени нелинейной конвекции в аксиальной трубе (рис. 4). На рис. 4 видно, что учёт влажности (в рассматриваемой модели (1) существенно усиливает конвекцию в вертикальном цилиндре.

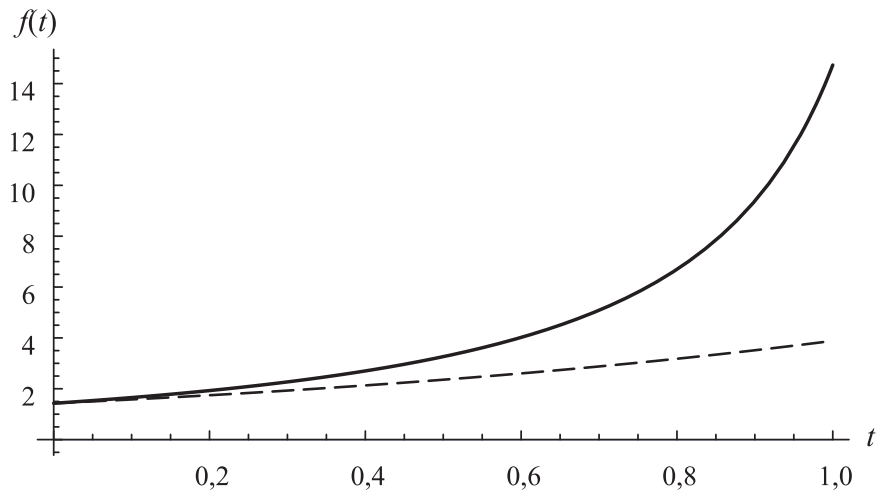


Рис. 4. Сравнение зависимости от времени линейной (пунктир) и нелинейной (27) (сплошная линия) амплитуды вертикальной скорости в аксиальной трубе

Учитывая масштабы смерчей, воспроизвести их в лабораторных условиях затруднительно, и потому единственной возможностью подтвердить любую теоретическую модель являются измерения в естественной природной среде. Как мы уже упоминали, многочисленные наблюдения дистанционного зондирования Земли (см., например, Atkins et al., 2014; Houze Jr., 2010) дают основание полагать, что появление большого количества смерчей в стене глаза тайфуна не случайно. Эти области характеризуются значительной облачностью и сопутствующей конденсацией влаги. Именно эта характерная особенность была положена в основу предлагаемой модели. Термодинамические условия для стены глаза тайфуна в модели имитируются посредством выделения скрытой теплоты при восходящих потоках воздуха, что приводит к нелинейности в уравнениях и что в результате приводит к резкому сокращению времени развития вихря и ряду других его особенностей.

Построенная относительно простая модель позволяет существенно ограничить перечень свойств наиболее важных для дальнейшего изучения. В том числе посредством наблюдений и дистанционных измерений. Сформулируем полученные закономерности, поддающиеся измерению. Вихри, описываемые предположенной моделью, должны возникать преимущественно в стене глаза тайфуна, где насыщенный пар обеспечивает энергетическую подпитку. Учитывая большую энергию и размер исходного тайфуна, такие вихри должны быть многочисленны, что и наблюдается в природе (Atkins et al., 2014; Houze Jr., 2010). Хотя каждый вихрь проходит полный цикл развития, но количество обнаруживаемых вихрей на ранних стадиях развития должно быть относительно мало, что обусловлено их быстрым ростом за счёт нелинейности. Воздух в центральной части вихря должен опускаться со скоростью, превышающей скорость подъема воздуха в окружающей стене глаза исходного тайфуна.

Кроме того, для построения более реалистичной модели требуются дополнительные измерения в подобных вихрях. В частности, поскольку в поднимающемся потоке, как заложено в модели, влажный воздух быстро становится насыщенным, было бы полезно для подтверждения исходных соображений теоретической модели измерить влажность воздуха в стене глаза тайфуна, а также в центральных областях возникающих там смерчей, где, согласно теории, воздух должен осушаться. Хорошо было бы также сделать наблюдения распределения влажности в стене глаза тайфуна и исследовать корреляцию количества смерчей с распределением влажности в стене глаза тайфуна.

Кроме того, в модели необходимо учесть вращение. Исходными данными для постановки такой задачи могут служить измерения давления в центральных частях смерчей, возникающих в стене глаза тайфуна. В них давление должно понижаться по сравнению с окружающим, и области понижения давления должны совпадать с областями понижения влажности, соответствующими областям нисходящих потоков воздуха в смерчах. С другой стороны, если выполнить измерения вертикальных профилей температуры в стене глаза тайфуна и влажности на поверхности океана, а эти параметры доступны для дистанционного зондирования, то можно теоретически вычислить вертикальные распределения остальных термодинамических параметров в насыщенном влажном воздухе. И, таким образом, проверить измерения давления в стене глаза тайфуна.

Мы надеемся, что поднятые вопросы о взрывной скорости развития вихрей и о роли конденсации атмосферной влаги в его энергетике подтолкнут дальнейшие исследования в этом направлении с целью набрать статистику и увеличить точность измерений. В свою очередь, это поможет в дальнейшем развитии теоретической модели.

## Литература

1. Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972. 320 с.
2. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т. 5. Статистическая физика. Ч. 1. М.: Наука, 1986. 586 с.
3. Матвеев Л.Т. Физика атмосферы. СПб: Гидрометеоздат, 2000. 779 с.
4. Остроумов Г.А. Естественная конвективная теплопередача в замкнутых вертикальных трубах // Изв. ЕНИ при Пермск. ун-те. 1949а. Т. 12. № 4. С. 113–126.
5. Остроумов Г.А. Математическая теория конвективного теплообмена в замкнутых вертикальных скважинах // Изв. ЕНИ при Пермск. ун-те. 1949б. Т. 12. № 9. С. 385–392.
6. Остроумов Г.А. Свободная конвекция в условиях внутренней задачи. М.-Л.: Гостехиздат, 1952. 256 с.
7. Atkins N.T., Glidden E.M., Nicholson T.M. Observations of Wall Cloud Formation in Supercell Thunderstorms during VORTEX2 // Monthly Weather Review. 2014. V. 142. No. 12. P. 4823–4838.
8. Bluestein H.B. A Funnel Cloud in a Convective Cloud Line to the Rear of a Surface Cold Front // Monthly Weather Review. 2008. V. 136. No. 7. P. 2786–2795.
9. Bluestein H.B. High-Based Funnel Clouds in the Southern Plains // Monthly Weather Review. 1994. V. 122. No. 11. P. 2631–2638.
10. Bluestein H.B. More Observations of Small Funnel Clouds and Other Tubular Clouds // Monthly Weather Review. 2005. V. 133. No. 12. P. 3714–3720.
11. Cooley J.R. Cold Air Funnel Clouds // Monthly Weather Review. 1978. V. 106. No. 9. P. 1368–1372.
12. Emanuel K.A. Atmospheric convection. Oxford: Oxford University Press, 1994.
13. Houze Jr. R.A. Clouds in Tropical Cyclones // Monthly Weather Review. 2010. V. 138. No. 2. P. 293–344.
14. Ooyama K.V. A Thermodynamic Foundation for Modeling the Moist Atmosphere // J. Atmospheric Sciences. 1990. V. 47. No. 21. P. 2580–2593.
15. Ooyama K.V. A Dynamic and Thermodynamic Foundation for Modeling the Moist Atmosphere with Parameterized Microphysics // J. Atmospheric Sciences. 2001. V. 58. No. 15. P. 2073–2102.
16. Rutkevich P.B. Convective and rotational instability in moist air // Physica A. 2002. V. 315. No. 1–2. P. 215–221.
17. Tanamachi R.L., Bluestein H.B., Moore S.S., Madding R.P. Infrared Thermal Imagery of Cloud Base in Tornadic Supercells // J. Atmospheric and Oceanic Technology. 2006. V. 23. No. 11. P. 1445–1461.



# On atmospheric vortices of tornado type in the axial convection model with moist air

P.B. Rutkevich, B.P. Rutkevych, N.Yu. Komarova

Space Research Institute RAS, Moscow 117997, Russia

E-mails: pbrutkevich@gmail.com, bprutkevych@gmail.com, nata.komarova@asp.iki.rssi.ru

Remote sensing of catastrophic atmospheric phenomena such as tropical cyclones (TC) and tornados contained in them holds a specific place in programs of tropical disturbances remote sensing. First, one should note the following task: problems of forecasting the emergence of primary disturbance forms and their future transitions into developed forms (as TC and associated tornados (Bluestein, 1994)). It is accompanied by formation of thick cloudiness that appears due to evaporation from the ocean. In this paper, the problem of vortex movements development of tornado type in axially symmetrical geometry is considered. The model takes into account the temperature vertical profile dependence on the vertical velocity that parameterizes the latent heat elimination of atmospheric water condensation. Since the saturated vapor density vertical profile under the gravity field diminishes with height, the ascending convective air in the considered area is saturated, while the descending air remains almost dry. So, the temperature vertical profile due to atmospheric moisture is considered to be dependent on the vertical velocity sign. Hence the task becomes nonlinear. The functional scalar product for the corresponding linear operator and boundary conditions was formed for its solution. Then the expansion in term of small parameter (small nonlinearity) was made and the solution for the given problem obtained.

**Keywords:** nonlinear convection, temperature gradient, saturated moist air, scalar product, boundary conditions

Accepted: 01.03.2017

DOI: 10.21046/2070-7401-2017-14-2-221-229

## References

1. Gershuni G.Z., Zhukhovitskii E.M., *Konvektivnaya ustoychivost' neshzimaemoi zhidkosti* (Convective Stability of Incompressible Fluids), Moscow: Nauka, 1972, 320 p.
2. Landau L.D., Lifshits E.M., *Teoreticheskaya fizika* (Theoretical physics), Vol. 5, *Statisticheskaya fizika* (Statistical Physics), Ch. 1, Moscow: Nauka, 1986, 586 p.
3. Matveev L.T., *Fizika atmosfery* (Physics of Atmosphere), Saint Petersburg: Gidrometeoizdat, 2000, 779 p.
4. Ostroumov G.A., Estestvennaya konvektivnaya teploperedacha v zamknutykh vertikal'nykh trubakh (Natural convective heat transfer in closed vertical tubes), *Izvestiya Institute of Natural Science of Perm State National Research*, 1949a, Vol. 12, No. 4, pp. 113–126.
5. Ostroumov G.A., Matematicheskaya teoriya konvektivnogo teploobmena v zamknutykh vertikal'nykh skvazhinakh (Mathematical theory of convective heat transfer in closed vertical slots), *Izvestiya Institute of Natural Science of Perm State National Research*, 1949b, Vol. 12, No. 9, pp. 385–392.
6. Ostroumov G.A., *Svobodnaya konveksiya v usloviyakh vnutrennei zadachi* (Free Convection Under the Conditions of the Internal Flow Problem), Moscow-Leningrad: Gostekhizdat, 1952, 256 p.
7. Atkins N.T., Glidden E.M., Nicholson T.M., Observations of Wall Cloud Formation in Supercell Thunderstorms during VORTEX2, *Monthly Weather Review*, 2014, Vol. 142, No. 12, pp. 4823–4838.
8. Bluestein H.B. A Funnel Cloud in a Convective Cloud Line to the Rear of a Surface Cold Front, *Monthly Weather Review*, 2008, Vol. 136, No. 7, pp. 2786–2795.
9. Bluestein H.B., High-Based Funnel Clouds in the Southern Plains, *Monthly Weather Review*, 1994, Vol. 122, No. 11, pp. 2631–2638.
10. Bluestein H.B., More Observations of Small Funnel Clouds and Other Tubular Clouds, *Monthly Weather Review*, 2005, Vol. 133, No. 12, pp. 3714–3720.
11. Cooley J.R., Cold Air Funnel Clouds, *Monthly Weather Review*, 1978, Vol. 106, No. 9, pp. 1368–1372.
12. Emanuel K.A., *Atmospheric convection*, Oxford: Oxford University Press, 1994.
13. Ooyama K.V., A Thermodynamic Foundation for Modeling the Moist Atmosphere, *J. Atmospheric Sciences*, 1990, Vol. 47, No. 21, pp. 2580–2593.
14. Ooyama K.V., A Dynamic and Thermodynamic Foundation for Modeling the Moist Atmosphere with Parameterized Microphysics, *J. Atmospheric Sciences*, 2001, Vol. 58, No. 15, pp. 2073–2102.
15. Houze Jr. R.A., Clouds in Tropical Cyclones, *Monthly Weather Review*, 2010, Vol. 138, No. 2, pp. 293–344.
16. Rutkevich P.B., Convective and rotational instability in moist air, *Physica A*, 2002, Vol. 315, No. 1–2, pp. 215–221.
17. Tanamachi R.L., Bluestein H.B., Moore S.S., Madding R.P., Infrared Thermal Imagery of Cloud Base in Tornadic Supercells, *J. Atmospheric and Oceanic Technology*, 2006, Vol. 23, No. 11, pp. 1445–1461.