## Колебания уровня и мезомасштабные вихри в северной части Атлантического океана

В.А. Рожков<sup>1</sup>, Ю.П. Клеванцов<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, 199034, Россия E-mail: varozhk@gmail.com <sup>2</sup>Санкт-Петербургское отделение Государственного океанографического института им. Н.Н. Зубова, Санкт-Петербург, 199397, Россия E-mail: spbsoi@rambler.ru

Выполнен статистический анализ ансамбля пространственно-временных полей уровня океана по данным дистанционных спутниковых альтиметрических измерений в северной части Атлантического океана (5°ю.ш. – 70°с.ш., 80°з.д. – 20° в.д.) с дискретностью одни сутки с 1993 по 2013 г. Дана оценка величины колебаний уровня океана в диапазонах синоптической, сезонной и межгодовой изменчивости. Сопоставлен вклад в изменчивость уровня каждого из диапазонов; наибольший вклад вносит годовая ритмика. Показана пространственная неоднородность полей уровня океана, обусловленная системой течений и зонами дивергенции (конвергенции) океана, энергоактивными зонами взаимодействия океана и атмосферы, центрами действия атмосферы. Наибольшие (60 см) средние значения уровня зафиксированы в северной субтропической конвергенции, наименьшие (-30 см) — в районе Исландии. Предложен метод вероятностного анализа ансамбля пространственно-временных полей с учетом их нестационарности и неоднородности. Нестационарность полей уровня определяется через параметры тренда и годовой ритмики, неоднородность — через векторы градиента поля уровня океана. Для оценки направления и скорости распространения волн Россби применен «антенный метод», базирующийся на взаимном ковариационном анализе реализаций, расположенных в точках сеточной области (распространения волн) или в направлении антенны. Показано, что эти волны распространяются на запад. Предложена интерпретация полей градиентов уровня океана в терминах вихревых структур скорости градиентных течений, характеризуемых дивергенцией и ротором векторного пространственновременного поля. Оценены их средние значения, дисперсии и ковариационные функции.

**Ключевые слова:** Атлантический океан, альтиметрические измерения уровня, пространственновременные поля, градиенты скорости течения и уровня, статистический анализ, волны Россби

> Одобрена к печати: 07.07.2017 DOI: 10.21046/2070-7401-2017-14-4-169-178

#### Введение

В работе (Chelton, Schlax, Samelson, 2011) подведены итоги анализа спутниковой информации о колебаниях уровня в Атлантическом и Тихом океанах за 16 лет (1992–2008 гг., дискретность 7 сут). Авторы проанализировали более миллиона наблюдений за мезомасштабными вихрями (с пространственным масштабом порядка 100 км, временем жизни около 32 недель и средним расстоянием распространения около 550 км) и выделили из них 35 891 вихрь со временем жизни не менее 16 недель. Было показано, что такие вихри наблюдаются во всем Мировом океане и обусловлены его бароклинной неустойчивостью. Вне тропической зоны ( $20^{\circ}$  ю. ш. –  $20^{\circ}$  с. ш.) о нелинейности этих мезомасштабных образований можно судить по отношению V/*c*, где V — геострофическая скорость вихря, *с* скорость его перемещения. Если V/*c* > 1, то вихрь перемещает вместе с собой жидкость. Авторами показано, что в 48% случаев V/*c* > 5 и в 21% случаев V/*c* > 10.

Не уменьшая достоинств этой работы, отметим, что в ней не раскрыты структурные особенности поля уровня, градиентов этого поля и вихревых движений. Эти вопросы обсуждаются в настоящей статье, где использованы альтиметрические данные (http://www. aviso.altimery.fr/duacs/) об абсолютной динамической топографии уровня Атлантического океана, описанные в работе (Altimetry..., 2016). Данные получены на основе дистанционного зондирования поверхности океана с 01.01.1993 по 31.12.2013 с временной дискретностью 1 сут, пространственным разрешением  $0,25^{\circ}$  по широте и долготе и были произведены и распространены компанией «The Copernicus Marine and Environment Monitoring Service» (CMEMS) (http://www.marine.copernicus.eu) в виде delayed time products. Выбранная область ограничена 5° ю. ш. и 70° с. ш., 80° з. д. и 20° в. д.; таким образом, размер массива составил 300 точек по широте и 440 точек по долготе в каждый из 7670 моментов времени.

## Поле уровня океана

Для изучения пространственной изменчивости уровня в Атлантическом океане были выделены 12 районов (*puc. 1*) в соответствии с динамическими особенностями уровня океана. Неоднородность поля уровня в области обусловлена (Океанология..., 1978):

 системой течений (Гольфстрим, Северо-Атлантическое, Северное пассатное, Межпассатное противотечение, Южное пассатное), районы 1–5;

 зонами дивергенции (конвергенции) (северный полярный фронт, северная субтропическая конвергенция, северная тропическая конвергенция), районы 6–8;

- энергоактивными зонами (Норвежской и Ньюфаундлендской), районы 9, 10;

– центрами действия атмосферы (Исландский минимум и Азорский максимум атмосферного давления), районы 11, 12.



Рис. 1. Условное разделение северной части Атлантического океана на 12 районов. По течениям: 1—Гольфстрим; 2—Северо-Атлантическое; 3—северное пассатное; 4—межпассатное противотечение; 5—Южное пассатное. По фронтам: 6—северный полярный фронт; 7—северная субтропическая конвергенция; 8—северная тропическая конвергенция. По ЭЗО: 9—Норвежская энергоактивная зона; 10—Ньюфаундлендская энергоактивная зона. По ЦДА: 11—Исландский минимум, 12—Азорский максимум

Основное отличие сопоставляемых районов видно по размаху колебаний уровня в различных диапазонах изменчивости и их среднему квадратическому отклонению (СКО) (*табл. 1*). Согласно *табл. 1*, положение среднего уровня может отличаться на 90 см в различных районах океана (например, в 7-м и 11-м), а размах межгодовых изменений достигать 23 см (например, в 1-м и 2-м районах).

	Районы											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Средний уровень	6	-24	29	43	33	-17	60	38	-19	-24	-30	14
Размах исходных данных	65	64	30	32	25	60	43	39	40	41	29	29
Размах среднегодовых	23	23	9	9	9	19	9	11	12	9	9	9
СКО внутримесячных	43	9	5	6	4	5	6	10	6	9	7	7

Таблица 1. Среднее и размах колебаний уровня (см) в разных диапазонах изменчивости

В *табл. 2* приведены характеристики линейного тренда уровня по районам. Видно, что во всех районах угол наклона линейного временного тренда  $\beta_1$  положителен, но отличается по величине: наибольший — в 1-м, наименьший — в 7-м и 12-м районах; коэффициент детерминации  $R^2$  существенен в 4-м, 5-м и 8-м районах, пренебрежимо мал во 2-м и в 12-м районах.

Таблица 2. Оценки параметров  $\beta_0$ , в см,  $\beta_1$ , в см/год линейного тренда среднегодовых значений и коэффициентов детерминации  $R^2$  %\*

Район	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
βο	0	-28	34	39	30	-22	59	33	-21	-28	-33	13
$\beta_1$	0,59	0,31	0,37	0,40	0,28	0,43	0,08	0,47	0,22	0,35	0,27	0,09
R <sup>2</sup>	28	8	62	86	75	35	9	77	19	67	40	3

\*  $\beta_0, \beta_1$  — среднее положение, в см, и наклон линии тренда, в см/год

Нестационарность временных рядов проявляется в виде годовой ритмики. Для всех районов (кроме 5-го и 8-го) характерен годовой ход по среднемесячным значениям уровня  $m^*(t)$  с минимумом весной и максимумом в осенне-зимний сезон. СКО слабо зависит от сезона, но различается по районам, например,  $\sigma(t) \approx 20$  см для района 1 и  $\sigma(t) \approx 2$  см в районах 3, 4, 10, 11. Районы 5 и 8 отличаются от остальных бимодальностью годового хода.

В самом общем случае (нестационарность и неоднородность поля) вероятностные характеристики этого ансамбля зависят от пространственных координат  $\vec{r}$  и времени t: математическое ожидание  $m_{\zeta}(\vec{r},t)$ , дисперсия  $D_{\zeta}(\vec{r},t)$ , ковариационная функция  $K_{\zeta}(\vec{r},t,\vec{\rho},\tau)$ , спектральная плотность  $S_{\zeta}(\vec{r},t,\vec{\rho},\omega)$ , где  $\vec{r} = \vec{r}(\varphi,\lambda)$  — географические координаты; t — время;  $\vec{\rho}$  — сдвиг по пространственным координатам;  $\tau$  — сдвиг по времени;  $\omega$  — частота. Для стационарных (по времени) и однородных (по пространству) полей:  $m = \text{const}; D = \text{const}; K = K(\vec{\rho}, \tau); S = (\vec{\rho}, \omega).$ 

Гипотеза однородности полей уровня допустима лишь для некоторых районов, а стационарности — лишь для отдельных месяцев.

Мерами статистической неоднородности пространственного поля колебаний уровня океана  $\zeta(\phi, \lambda, t)$  являются:

- зависимость вероятностных характеристик от пространственных координат;

– наличие тренда на сечениях поля по широте  $\phi$  или по долготе  $\lambda$ ;

 отличие от нуля вероятностных характеристик пространственно-временного поля градиента:

$$\vec{\nabla}\zeta(\varphi,\lambda,t) = \begin{pmatrix} \frac{\partial\zeta}{\partial\varphi}\\ \frac{\partial\zeta}{\partial\lambda} \end{pmatrix} (\varphi,\lambda,t).$$

Обсудим вопросы оценивания авто- и взаимных ковариационных функций:

$$K(\vec{\rho},\tau) = M\left\{\zeta^{0}(\vec{r},t)\eta^{0}(\vec{r}+\vec{\rho},t+\tau)\right\}$$
(1)

(где  $M\{...\}$  — оператор математического ожидания) системы *однородных и стационарных* случайных полей ( $\zeta$ ,  $\eta$ ) по участку ансамбля реализаций заданного размера (по пространству) и продолжительности (по времени).

Поскольку колебания уровня моря рассматриваются как волны Россби (например, (Белоненко, Захарчук, Фукс, 2004), упростим задачу за счет рассмотрения сечений поля уровня  $\zeta(\lambda, t)$  на фиксированной широте и приведения этого ансамбля к стационарности/ однородности с помощью фильтрации годовой ритмики и пространственного тренда.

На *рис.* 2 приведена оценка ковариационной функции  $K^*(\rho, \tau)$  при  $\varphi = 40^\circ$  с.ш. На рисунке видно, что  $K^*(\rho, \tau)$  имеет наибольшее значение в начале координат  $D_{\zeta} = K(0, 0)$  дисперсия; линия перехода  $K^*(\rho, \tau)$  через ноль от положительных значений к отрицательным расположена в области  $\rho < 5^\circ$ ,  $\tau \approx 10$  сут; вторичный максимум расположен в области  $\rho \approx 10^\circ$ ,  $\tau \approx 20$  сут; переход от отрицательных значений  $K^*(\rho, \tau)$  к положительным расположен в области  $\rho > 20-25^\circ$ ,  $\tau > 35$  сут. Подчеркнем, что фильтрация (исключение тренда) уменьшила значения дисперсии  $D_{\zeta}$  исходных данных с 363 до 80 см<sup>2</sup>.

Одним из традиционных вопросов вероятностного анализа пространственно-временных полей уровня является оценка направления распространения длинных волн в океане. Теоретически волны Россби должны распространяться (Белоненко, Захарчук, Фукс, 2004) в западном направлении.

На *рис. 3* представлены оценки взаимных ковариационных функций  $K^*(\rho, \tau)$ , вычисленные по реализациям сечений  $\zeta(\lambda, t)$ , разнесенных в пространстве со сдвигом  $\rho$  и во времени со сдвигом  $\tau$ . По сдвигу  $\tau$  наибольшего значения ковариационной функции и по положению этого максимума  $\rho$  оценим скорость распространения волн Россби в западном направлении. На рисунке видно, что максимум коррелограммы за 10 сут сместился

на 52 км, т.е. скорость перемещения фронта волны ~6,0 см/с, что близко к теоретической оценке скорости волн Россби на этой широте (~5 см/с).



Рис. 2. Оценка ковариационной функции К\*(р, т) для сечений вдоль 40° с. ш.



Рис. 3. Взаимные ковариационные функции ежедневных сечений вдоль 40° с. ш. за первые 13 дней января 1993 г.; Δτ = 1 сут

#### Мезомасштабные вихри

Скалярному полю  $\zeta(\vec{r})$  можно поставить в соответствие (Рожков, 2013) векторное поле градиента уровня моря  $\nabla \zeta$  или grad  $\zeta$ :

$$\vec{\nabla}\zeta(\vec{r},t) = \vec{i}\,\frac{\partial\zeta}{\partial x} + \vec{j}\,\frac{\partial\zeta}{\partial y}.$$
(2)

Оно интерпретируется как поле скорости градиентных течений (Chelton, Schlax, Samelson, 2011):

$$u = -gf^{-1}\frac{\partial\zeta}{\partial y}, \ v = gf^{-1}\frac{\partial\zeta}{\partial x}$$

где u и v — проекции скорости градиентных течений V; x — долгота  $\lambda$ ; y — широта  $\varphi$ ; g — ускорение силы тяжести; f — параметр Кориолиса.

Исходя из того, что  $g \approx 980 \text{ см/c}^2$ ;  $f = 2\omega \cdot \sin \varphi \cdot 10^7$ ,  $\omega = 7,29 \cdot 10^{-5} \text{ c}^{-1}$ , значения параметра f в зависимости от широты меняются от 0 при  $\varphi = 0^\circ$  до 1370 при  $\varphi = 70^\circ$ ; значению  $|\vec{\nabla}\zeta| \approx 1$ , согласно (2), соответствует  $|\mathbf{V}| \approx 10^{-2} \text{ см/c}$ , или 10 м/сут.

Для волн Россби, проявляющихся на пространственных реализациях ансамбля  $\zeta(\vec{r},t)$  в виде чередующихся холмов и впадин колебаний уровня, всегда можно поставить в соответствие (Белышев, Клеванцов, Рожков, 1983) векторное поле скорости градиентных течений  $\vec{V}(\vec{r},t)$ , пространственные реализации которого имеют вид (*рис. 4*) вихревых структур, различающихся конфигурацией и размером. На рисунке хорошо прослеживаются вихревые структуры различного размера, отчетливо видны линии дивергенции и конвергенции потоков.



Рис. 4. Поле градиента уровня по данным альтиметрических измерений 01.01.1993

## Градиент векторного поля

Пространственно-временной анализ скалярных полей уровня, выполненный в настоящей работе, базируется на хорошей опознаваемости структурных особенностей (чередование холмов и впадин, их размеры, время жизни). Для выполнения аналогичного анализа векторного поля  $\vec{V}(\vec{r},t) \equiv \vec{\nabla} \zeta(\vec{r},t)$  необходимо использовать операцию градиента векторного поля:

$$\operatorname{grad} \vec{V} = \frac{\partial V}{\partial \vec{r}} = \begin{pmatrix} \frac{\partial V_x}{\partial x} & \frac{\partial V_y}{\partial x} \\ \frac{\partial V_x}{\partial y} & \frac{\partial V_y}{\partial y} \end{pmatrix}.$$
(3)

В результате этой операции векторному полю  $\vec{V}(\vec{r},t)$  можно поставить в соответствие тензорное поле grad $\vec{V}(\vec{r},t)$ , учитывающее специфику расположения вихревых структур поля  $\vec{V}(\vec{r},t)$ . Тензор (3) имеет инварианты:

$$I_{1} = \operatorname{div}\vec{V},$$

$$I_{2} = \frac{\partial V_{x}}{\partial x} \cdot \frac{\partial V_{y}}{\partial y} - \frac{1}{4} \left( \frac{\partial V_{x}}{\partial y} + \frac{\partial V_{y}}{\partial x} \right)^{2},$$

$$\Omega = \frac{1}{2} \operatorname{rot}_{z} \vec{V},$$

где div $\vec{V} = \vec{\nabla} \times \vec{V}$ , rot $\vec{V} = \vec{\nabla} \times \vec{V}$ .

Симметричному тензору с инвариантами  $I_1$ ,  $I_2$  может быть поставлена в соответствие кривая второго порядка с главными осями  $\lambda_{1,2}$ , повернутыми на угол  $\alpha$  относительно исходной системы координат (Рожков, 2013):

$$\lambda_{1,2} = 0,5 \left( I_1 \pm \sqrt{I_1^2 - 4I_2} \right),$$
  

$$\alpha = 0,5 \operatorname{arctg} \frac{\left( \frac{\partial V_y}{\partial x} + \frac{\partial V_x}{\partial y} \right)}{\left( \frac{\partial V_x}{\partial x} - \frac{\partial V_y}{\partial y} \right)}$$

Таким образом, пространственно-временной статистический анализ векторного поля  $\vec{\nabla}\zeta(\vec{r},t)$  с учётом его вихревой структуры может быть выполнен с помощью инвариантов div и rot.

На *рис.* 5 приведены временные ряды этих инвариантов, а также аналогичная система коррелограмм  $K(\rho, \tau)$  для div и rot тензора grad $\vec{V}$  в том же направлении, на той же широте и за тот же промежуток времени, но из-за слабости «сигнала» делать категоричные выводы о скорости распространения вихревых структур не целесообразно.

В данной работе направление антенны для расчета инвариантов корреляционного тензора выбрано с востока на запад в соответствии с гипотетическим направлением распространения волн Россби. Для векторного поля  $\vec{V}(\vec{r},t) \equiv \vec{\nabla} \zeta(\vec{r},t)$  используются линейный инвариант  $I_1$  и индикатор вращения  $\vartheta$  взаимного ковариационного тензора  $K(\rho, \tau)$ , интерпретация которых (Рожков, 2013) отличается от инвариантов div и rot тензора grad $\vec{V}$ .



Рис. 5. Временной ход дивергенции и ротора в одной из точек (40° с. ш., 40° з.д.) векторного поля градиента уровня вдоль 40° с. ш. с 01.01. по 31.12.1993 г. (а); оценки ковариационной функции К(τ) дивергенции и ротора (K(τ)\*100) для кривых а (б); оценки ковариационной функции K(ρ) пространственных сечений дивергенции и ротора (K(ρ)\*100) (характеристики дивергенции — жирная линия, ротора — тонкая линия) (в)

#### Выводы

В настоящей работе уточнено соответствие между вероятностными характеристиками измеренного скалярного поля колебаний уровня  $\zeta(\vec{r}, t)$  и вычисленного векторного поля градиента уровня  $\nabla \zeta(\vec{r}, t)$ . Показано следующее.

1. Поле колебаний уровня северной части Атлантического океана неоднородно в пространстве и нестационарно во времени; основной вклад во временную изменчивость дает годовая ритмика.

2. Внутри выделенных районов градиенты поля уровня ∇ζ составляют несколько сантиметров на 100 км, векторное поле ∇ζ имеет вихревую структуру.

3. Параметры годовой ритмики различаются между районами, но в пределах каждого из районов элементы пространственной неоднородности (тип импульса, его размеры, образ и параметры вихря) медленно меняются во времени.

4. После удаления пространственного (межрайонного) и временного (годового) тренда допустимо использовать взаимный ковариационный анализ (антенный метод) для определения скорости распространения импульсов.

5. В настоящей работе векторное поле скорости градиентных течений рассматривается совместно с тензором градиента этого поля; инварианты этого тензора интерпретируются через дивергенцию и завихренность поля скорости течений.

## Литература

- 1. *Белоненко Т.В., Захарчук Е.А., Фукс В.Р.* Градиентно-вихревые волны в океане. СПб: Изд-во СПбГУ, 2004. 213 с.
- 2. *Белышев А.П., Клеванцов Ю.П., Рожков В.А.* Вероятностный анализ морских течений. Л.: Гидрометеоиздат, 1983. 264 с.
- 3. Океанология. Физика океана. Т. 1. М.: Наука, 1978. 455 с.
- 4. *Рожков В.А.* Статистическая гидрометеорология. Ч. 2. Турбулентность и волны. СПб: Изд-во СПбГУ, 2013. 215 с.
- Altimetry A. SSALTO/DUACS User Handbook: (M) SLA and (M) ADT near real time and delayed time products. Rep. CLS-DOS—NT06-034. Issue 5.0. 2016. 35 p.
- 6. Chelton D.B., Schlax M.G., Samelson R.M. Global observations of nonlinear mesoscale eddies // Progress in oceanography. 2011. Vol. 91. P. 167–216.

# Sea level fluctuations and mesoscale eddies in the Northern Atlantic Ocean

V.A. Rozhkov<sup>1</sup>, Yu.P. Klevantsov<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Saint Petersburg State University, Saint Petersburg 199034, Russia E-mail: varozhk@gmail.com <sup>2</sup>Saint Petersburg Branch of the State Oceanographic Institute Saint Petersburg 199397, Russia E-mail: spbsoi@rambler.ru

A statistical analysis of the ensemble of space-time level fields from the data of satellite altimeter measurements performed in the Northern Atlantic Ocean ( $5^{\circ}S - 70^{\circ}N$  and  $20^{\circ}E - 80^{\circ}W$ ) with the discreteness of one day (1993–2013) is completed. Estimations of sea level fluctuations in synoptic, seasonal, and interannual variability ranges are made. The contributions of each range to level variability are compared; the annual makes the largest contribution. The spatial inhomogeneity of sea level fields driven by the system of currents and ocean divergence (convergence) zones, energy-active zones of ocean-atmosphere interaction, and centres of atmospheric action is shown. The largest average values (60 cm) of level are registered in the northern subtropical convergence, the least average values (-30 cm) in the area of Iceland. The method of probability analysis of a space-time field ensemble in view of its nonstationarity and inhomogeneity is suggested. The nonstationarity of level fields is determined by the parameters of trend and annual rhythm, the inhomogeneity is determined by the level field gradient vector. To estimate the direction and velocity of Rossby waves propagation, we applied the antenna method based on cross covariation analysis of realizations located in the points of net domain of wave propagation or in the antenna directivity. It is shown that those waves propagate west. The interpretation of sea level gradient fields is suggested in terms of eddy structures of gradient current velocity characterized by the divergence and rotor of vector space-time field. Their average values, variances, and covariation functions are estimated.

Keywords: Atlantic Ocean, altimetric measurements of sea level, space-time fields, gradients of current velocity and sea level, statistical analysis, Rossby waves

Accepted: 07.07.2017 DOI: 10.21046/2070-7401-2017-14-4-169-178

### References

- 1.
- 2.
- 3.
- 4.
- 5.
- Belonenko T.V., Zaharchuk E.A., Fuks V.R., *Gradientno-vihrevye volny v okeane* (Gradient-eddy waves in the ocean), Saint Petersburg: Izd-vo SPbGU, 2004, 213 p.
  Belyshev A.P., Klevantsov Yu.P., Rozhkov V.A., *Veroyatnostnyi analiz morskikh techenii* (Probability analysis of sea currents), Leningrad: Gidrometeoizdat, 1983, 264 p. *Okeanologiya. Fizika okeana* (Oceanology. Physics of the ocean), Vol. 1, Moscow: Nauka, 1978, 455 p.
  Rozhkov V.A., *Statisticheskaya gidrometeorologiya. Chast' 2. Turbulentnost' i volny* (Statistical hydrometeorology. Part 2. Turbulence and waves), Saint Petersburg: Izd-vo SPbGU, 2013, 215 p. *Altimetry A. SSALTO/DUACS User Handbook: (M) SLA and (M) ADT near real time and delayed time products*, Rep. CLS-DOS—NT06-034, Issue 5.0, 2016, 35 p.
  Chelton D.B., Schlax M.G., Samelson R.M., Global observations of nonlinear mesoscale eddies, *Progress in oceanography*, 2011, Vol. 91, pp. 167–216. 6.