

Оценка точности фотограмметрической засечки для произвольного случая съёмки. Общий подход к решению задачи

В. М. Безменов, К. И. Сафин

Казанский федеральный университет, Казань, 420008, Россия
E-mail: bvm-zenit@mail.ru

Рассматривается общий подход к решению задачи оценки точности фотограмметрической засечки для произвольного случая съёмки. Получены аналитические формулы для вычисления ошибок пространственных координат при любых значениях элементов внешнего и внутреннего ориентирования съёмочной камеры. Решение получено для системы углов внешнего ориентирования (углов Эйлера), рекомендованной международным обществом фотограмметрии и дистанционного зондирования. Выполнено обобщение результатов путём сравнения с решением, полученным ранее для системы углов внешнего ориентирования, известной в русскоязычной литературе как вторая система углов внешнего ориентирования. Приведены результаты численных экспериментов, моделирующих аэрофотосъёмку и космическую съёмку. Показано, что общий подход к задаче оценки точности фотограмметрической засечки обладает достаточной универсальностью, позволяющей получить решение и для других систем углов внешнего ориентирования, поскольку значительная часть аналитических выражений, используемых для вычисления ошибок пространственных координат, будет общей при разных системах углов внешнего ориентирования. Рассмотренный в статье подход к оценке точности пространственных координат точек исследуемого объекта из обработки изображений может найти применение в космических исследованиях: изучении размеров и формы исследуемого объекта на начальном этапе его исследований, построении и развитии системы координат для объекта методом космической фототриангуляции и т. д.

Ключевые слова: цифровая фотограмметрия, фотограмметрическая засечка, пространственные координаты, оценка точности, средняя квадратическая ошибка, элементы внешнего ориентирования, элементы внутреннего ориентирования

Одобрена к печати: 24.10.2019

DOI: 10.21046/2070-7401-2019-16-6-283-289

Введение

В статье (Безменов, Сафин, 2019) приводится решение задачи оценки точности фотограмметрической засечки для системы углов α , ω , χ , которая в русскоязычной литературе известна как вторая система угловых элементов внешнего ориентирования (α — продольный угол наклона, ω — поперечный угол наклона, χ — угол поворота плоскости изображения) (Лобанов и др., 1987). При обработке изображений, помимо упомянутой системы углов, в фотограмметрии рассматриваются и другие системы углов внешнего ориентирования (углов Эйлера) (Михайлов, Чибуничев, 2016). Данный факт является одной из причин для формирования общего подхода в решении задачи оценки точности фотограмметрической засечки. В статье развивается подход, изложенный в работе (Безменов, Сафин, 2019), и приводится решение задачи оценки точности фотограмметрической засечки при использовании системы углов Эйлера, рекомендованной международным обществом фотограмметрии и дистанционного зондирования (МОФДЗ), где φ — продольный угол наклона, $\bar{\omega}$ — поперечный угол наклона, κ — угол поворота плоскости изображения. Система углов φ , $\bar{\omega}$, κ отличается от системы углов α , ω , χ и часто используется в теории и практике фотограмметрии.

Решение задачи

Пространственные координаты X, Y, Z , определяемые на основе фотограмметрической засечки, являются функциями элементов внешнего и внутреннего ориентирования, а также измеренных координат изображений точки объекта на снимках. Каждая из пространственных координат будет функцией 16 параметров (Безменов, Сафин, 2019):

$$\left. \begin{aligned} X &= X(\beta_1, \gamma_1, \lambda_1, \beta_2, \gamma_2, \lambda_2, X_0, Y_0, Z_0, x_1, y_1, x_2, y_2, x_0, y_0, f), \\ Y &= Y(\beta_1, \gamma_1, \lambda_1, \beta_2, \gamma_2, \lambda_2, X_0, Y_0, Z_0, x_1, y_1, x_2, y_2, x_0, y_0, f), \\ Z &= Z(\beta_1, \gamma_1, \lambda_1, \beta_2, \gamma_2, \lambda_2, X_0, Y_0, Z_0, x_1, y_1, x_2, y_2, x_0, y_0, f). \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Здесь $\beta_1, \gamma_1, \lambda_1$ и $\beta_2, \gamma_2, \lambda_2$ — углы некоторой выбранной системы углов Эйлера внешнего ориентирования соответственно для первого и второго снимков стереопары (такие обозначения для системы углов применены с целью универсальности при использовании любой системы углов Эйлера); X_0, Y_0, Z_0 — компоненты вектора базиса съёмки \vec{R}_0 ; x_1, y_1, x_2, y_2 — координаты изображения точки соответственно на левом и правом снимках (стереопары); x_0, y_0, f — элементы внутреннего ориентирования съёмочной камеры.

Средние квадратические ошибки для X, Y, Z (1) определяются решением прямой задачи теории ошибок исходя из предположения о некоррелированности параметров (Безменов, Сафин, 2019). Формулы для вычисления ошибок M_X, M_Y, M_Z для любой системы углов Эйлера представим в виде:

$$M_X^2 = A_1^2 m_{\beta_1}^2 + A_2^2 m_{\gamma_1}^2 + A_3^2 m_{\lambda_1}^2 + A_4^2 m_{\beta_2}^2 + A_5^2 m_{\gamma_2}^2 + A_6^2 m_{\lambda_2}^2 + A_7^2 m_{X_0}^2 + A_8^2 m_{Y_0}^2 + A_9^2 m_{Z_0}^2 + A_{10}^2 m_{x_1}^2 + A_{11}^2 m_{y_1}^2 + A_{12}^2 m_{x_2}^2 + A_{13}^2 m_{y_2}^2 + A_{14}^2 m_{x_0}^2 + A_{15}^2 m_{y_0}^2 + A_{16}^2 m_f^2; \quad (2)$$

$$M_Y^2 = B_1^2 m_{\beta_1}^2 + B_2^2 m_{\gamma_1}^2 + B_3^2 m_{\lambda_1}^2 + B_4^2 m_{\beta_2}^2 + B_5^2 m_{\gamma_2}^2 + B_6^2 m_{\lambda_2}^2 + B_7^2 m_{X_0}^2 + B_8^2 m_{Y_0}^2 + B_9^2 m_{Z_0}^2 + B_{10}^2 m_{x_1}^2 + B_{11}^2 m_{y_1}^2 + B_{12}^2 m_{x_2}^2 + B_{13}^2 m_{y_2}^2 + B_{14}^2 m_{x_0}^2 + B_{15}^2 m_{y_0}^2 + B_{16}^2 m_f^2; \quad (3)$$

$$M_Z^2 = E_1^2 m_{\beta_1}^2 + E_2^2 m_{\gamma_1}^2 + E_3^2 m_{\lambda_1}^2 + E_4^2 m_{\beta_2}^2 + E_5^2 m_{\gamma_2}^2 + E_6^2 m_{\lambda_2}^2 + E_7^2 m_{X_0}^2 + E_8^2 m_{Y_0}^2 + E_9^2 m_{Z_0}^2 + E_{10}^2 m_{x_1}^2 + E_{11}^2 m_{y_1}^2 + E_{12}^2 m_{x_2}^2 + E_{13}^2 m_{y_2}^2 + E_{14}^2 m_{x_0}^2 + E_{15}^2 m_{y_0}^2 + E_{16}^2 m_f^2, \quad (4)$$

где A_i, B_i, E_i — частные производные пространственных координат (1) по 16 параметрам модели ($i = 1, 2, \dots, 16$); $m_{\beta_1}, m_{\gamma_1}, m_{\lambda_1}, m_{\beta_2}, m_{\gamma_2}, m_{\lambda_2}, m_{X_0}, m_{Y_0}, m_{Z_0}$ — средние квадратические ошибки (СКО) определения угловых и линейных элементов внешнего ориентирования пары снимков; $m_{x_1}, m_{y_1}, m_{x_2}, m_{y_2}$ — СКО измерения координат изображений; m_{x_0}, m_{y_0}, m_f — СКО элементов внутреннего ориентирования. Ошибки $m_{X_0}, m_{Y_0}, m_{Z_0}$ определяются по формулам, приведённым в работе (Безменов, Сафин, 2019).

Задача оценки точности фотограмметрической засечки для углов $\varphi, \bar{\omega}, \kappa$ (МОФДЗ), как и в случае системы углов α, ω, χ (второй системы), решена для четырёх возможных вариантов параллактического коэффициента N (Лобанов и др., 1987).

Результаты исследований в отношении коэффициентов A_i, B_i, E_i , используемых в выражениях (2)–(4), позволили установить следующее:

- вычисление коэффициентов A_1, B_1, E_1 ($i = 1$) будет выполняться по формулам:

$$A_1 = X'_1 Q_1, \quad B_1 = Y'_1 Q_1 + NP_1, \quad E_1 = Z'_1 Q_1 + NY'_1; \quad (5)$$

- вычисление остальных 15 коэффициентов A_i, B_i, E_i ($i = 2, 3, \dots, 16$) будет выполняться по формулам, используемым для вычисления аналогичных коэффициентов для системы углов α, ω, χ (вторая система углов), которые приведены в работе (Безменов, Сафин, 2019).

Величины Q_i ($i = 1, 2, \dots, 16$), используемые в формулах для вычисления A_i, B_i, E_i , являются частными производными от параллактического коэффициента N по параметрам, входящим в модель (1). Будет четыре варианта определения Q_i , соответствующих возможным вариантам вычисления параллактического коэффициента N (Безменов, Сафин, 2019).

Результаты исследований в отношении Q_i позволили установить следующее:

- вычисление Q_1 и Q_4 ($i = 1, 4$) будет выполняться по формулам, указанным в *табл. 1*.

Таблица 1. Формулы вычисления Q_i . Система углов $\varphi, \bar{\omega}, \varkappa$ (МОФДЗ)

Q_i	$N = N_1$	$N = N_2$	$N = N_3$
Q_1	$N \frac{Y_1'Y_2' - P_1Z_2'}{V}$	$-N \frac{X_2'Y_1'}{V}$	$N \frac{P_1X_2'}{V}$
Q_4	$\frac{Y_2'\Delta Y - \hat{P}_1\Delta Z}{V}$	$-\frac{Y_2'\Delta X}{V}$	$\frac{\hat{P}_1\Delta X}{V}$

- вычисление остальных 14 коэффициентов Q_i ($i = 2, 3, 5, \dots, 16$) будет выполняться по формулам, используемым для вычисления аналогичных коэффициентов для системы углов α, ω, χ (вторая система углов), которые приведены в работе (Безменов, Сафин, 2019).

В формуле (5), *табл. 1*, а также в *табл. 2* использованы обозначения: V — знаменатель отношения, определяющего соответствующий параллактический коэффициент, т. е. N_1, N_2, N_3 ; X_1', Y_1', Z_1' и X_2', Y_2', Z_2' — координаты изображения точки на первом и втором снимках в системе координат с началом в центре проекции с учётом ортогональной матрицы вращения; $\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$ — разности между компонентами вектора базиса съёмки \vec{R}_0 и произведением параллактического коэффициента соответственно на X_1', Y_1', Z_1' (Безменов, Сафин, 2019).

Параметры P и \hat{P} , используемые при вычислении A_i, B_i, E_i и Q_i , определяются соответственно для левого (1-го) и правого (2-го) снимков с применением формул, приведённых в работе (Безменов, Сафин, 2019). Матрица C , элементы которой используются в формулах для P и \hat{P} , в случае системы углов $\varphi, \bar{\omega}, \varkappa$ (МОФДЗ) будет определяться следующим образом:

$$C_{(3,3)} = \frac{\partial}{\partial \varphi} A = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_{13} \cos \varkappa & a_{13} \sin \varkappa & \cos \varphi \\ -a_{23} \cos \varkappa & a_{23} \sin \varkappa & a_{13} \sin \bar{\omega} \\ -a_{33} \cos \varkappa & a_{33} \sin \varkappa & -a_{13} \cos \bar{\omega} \end{bmatrix}. \quad (6)$$

При этом направляющие косинусы (элементы ортогональной матрицы A) в этих формулах вычисляются для используемой системы углов, т. е. для $\varphi, \bar{\omega}, \varkappa$ (МОФДЗ).

При вычислении \hat{P} по формулам используются направляющие косинусы \hat{a}_{ik} матрицы \hat{A} для второго снимка стереопары.

Определение величин Q_i применительно к произвольному случаю съёмки, когда $N = N_4$, будет осуществляться по формулам, приведённым в работе (Безменов, Сафин, 2019). Величины $L_{i,j}$ и $K_{i,j}$ ($i = 1, 2, \dots, 16; j = 1, 2, 3$), используемые при вычислении Q_i , будут определяться с учётом следующих особенностей:

- вычисление Q_1 и Q_4 ($i = 1, 4$) будет выполняться с использованием $K_{1,j}$ и $L_{4,j}, K_{4,j}$ ($i = 1, 4; j = 1, 2, 3$), определяемых по формулам, указанным в *табл. 2*;
- вычисление остальных величин $L_{i,j}$ и $K_{i,j}$ будет выполняться по формулам, используемым для вычисления $L_{i,j}$ и $K_{i,j}$ для системы углов α, ω, χ (вторая система углов) и приведённым в статье (Безменов, Сафин, 2019, *табл. 3*).

Таблица 2. Формулы вычисления Q_i ($N = N_4$). Система углов $\varphi, \bar{\omega}, \kappa$

i	Q_i	$L_{i,j}, K_{i,j}$	$j = 1$	$j = 2$	$j = 3$
1	Q_1	$K_{1,j}$	$Y_1'Y_2' - P_1Z_2'$	$-Y_1'X_2'$	P_1X_2'
4	Q_4	$L_{4,j}$	$Y_0Y_2' - Z_0\hat{P}_1$	$-X_0Y_2'$	$X_0\hat{P}_1$
		$K_{4,j}$	$Z_1\hat{P}_1 - Y_1'Y_2'$	$X_1'Y_2'$	$-X_1'\hat{P}_1$

Далее в табл. 3–6 в качестве примеров приведены результаты расчётов погрешностей определения пространственных координат с применением предлагаемого подхода. При расчётах использовалась система углов ориентирования МОФДЗ.

В табл. 3 указаны величины средних квадратических погрешностей определения координат точки местности, вычисленных по стереопаре для идеального случая съёмки:

- по формулам, используемым для идеального случая съёмки, плановой аэросъёмки (угол наклона 1–3°) $M_x = (H/f)m_x$, $M_y = (H/f)m_y$, $M_z = (H/b)m_p$ (Михайлов, Чибуничев, 2016);
- по формулам (2)–(4) в предположении, что ошибки определения углов внешнего ориентирования отсутствуют.

Таблица 3. Точность прямой фотограмметрической засечки: аэрофотокамера ДМС II 250, идеальный случай съёмки

Способ вычислений	M_x , м	M_y , м	M_z , м
Классический подход	0,05	0,05	0,10
Вычисления по формулам (2)–(4), $N = N_2$	0,04	0,05	0,26

При расчётах использованы данные примера, приведённого в работе (Михайлов, Чибуничев, 2016): аэрофотокамера ДМС II 250, фокусное расстояние $f = 112$ мм, размеры матрицы (по осям x и y) 14656×17216 пикселей, размер пикселя $pix = 5,6$ мкм. Ошибки измерения: $m_x = m_y = 0,5$ пикселя, $m_p = 0,3$ пикселя. Высота полёта $H = 2000$ м, продольное перекрытие снимков стереопары — 60 %.

Таблица 4. Точность прямой фотограмметрической засечки: съёмочная камера Sony Alpha A5000, идеальный случай съёмки

Способ вычислений	M_x , м	M_y , м	M_z , м	Ошибки определения элементов внешнего ориентирования
Классический подход	0,02	0,02	0,03	отсутствуют
Вычисления по формулам (2)–(4), $N = N_2$	0,01	0,02	0,08	
	0,07	0,11	0,39	
	0,06	0,08	0,33	режим Post: 0,02–0,05 м; 0,025°; 0,080°

В табл. 4 и 5 приведены результаты расчётов для съёмочной камеры Sony Alpha A5000, устанавливаемой на беспилотных летательных аппаратах (БПЛА), например на Геоскан-401. Характеристики камеры: фокусное расстояние $f = 20$ мм, размеры матрицы (по осям y и x) 5456×3632 пикселей, размер пикселя $pix = 4,25$ мкм. Высота полёта $H = 150$ м, продольное перекрытие снимков стереопары — 60 %. Ошибки определения линейных и угловых элементов внешнего ориентирования камеры приняты равными характеристикам GNSS-инерциально-го решения Trimble APX-15 EI UAV для реального режима времени (RTK) и режима постобра-

ботки (Post) (APX-15 UAV version 3, single board inertial solution datasheet, https://www.applanix.com/downloads/products/specs/APX15_UAV.pdf). Ошибки измерения: $m_x = m_y = 0,5$ пикселя, $m_p = 0,3$ пикселя. Расчёты выполнены для идеального и произвольного случаев съёмки. Углы $\bar{\omega}$, φ , κ для 1-го и 2-го снимков стереопары для произвольного случая соответственно составили 50° , 40° , 5° и 40° , 30° , 5° , а угол наклона базиса съёмки относительно горизонта — 32° .

Таблица 5. Точность прямой фотограмметрической засечки: съёмочная камера Sony Alpha A5000, произвольный случай съёмки

Способ вычислений	M_x , м	M_y , м	M_z , м	Ошибки определения угловых элементов внешнего ориентирования
Классический подход	0,01	0,01	0,02	отсутствуют
Вычисления по формулам (2)–(4), $N = N_4$	0,20	0,17	0,11	режим RTK: 0,02–0,05 м; 0,03°; 0,18°
	0,14	0,12	0,09	режим Post: 0,02–0,05 м; 0,025°; 0,080°

Результаты численных экспериментов (см. табл. 3, 4) показывают, что для идеального случая съёмки при классическом и предлагаемом подходах оценивания в условиях отсутствия ошибок в углах значения ошибок M_x и M_y , характеризующих плановую точность, практически одинаковы. При этом наблюдается отличие ошибки M_z в третьей координате. Значение этой ошибки в случае классического подхода более оптимистично, что, в частности, можно объяснить отсутствием учёта влияния ошибок в элементах внутреннего ориентирования. При учёте влияния ошибок элементов внешнего ориентирования предлагаемый подход даёт большие величины как для M_x , M_y , так и для M_z , что вполне объяснимо. Учёт всех возможных ошибок в случае произвольной съёмки приводит к более существенным отличиям в сравнении с классическим подходом (см. табл. 5).

В табл. 6 приведены результаты численного эксперимента, а именно значения ошибок определения координат для случая космической съёмки Земли. При расчётах были приняты следующие параметры: высота полёта $H = 450$ км; наклон орбиты 90° ; широта объекта съёмки 50° ; углы $\bar{\omega}$, φ , κ для 1-го и 2-го снимков соответственно 0° ; $56,3^\circ$; 0° и 0° ; $21,3^\circ$; 0° ; угол конвергенции — 35° ; фокусное расстояние $f = 8800$ мм; размер пикселя $pix = 12,0$ мкм; погрешности измерения: $m_x = m_y = 0,5$ пикселя, $m_p = 0,3$ пикселя. Погрешности, вычисленные по формулам (2)–(4), фактически характеризуют точность в некоторой геоцентрической (планетоцентрической) системе координат.

Таблица 6. Точность прямой фотограмметрической засечки: космическая съёмка

Способ вычислений	M_x , м	M_y , м	M_z , м	Точность ориентации (ошибка углов ориентирования)
Классический подход	0,31	0,31	0,29	–
Вычисления по формулам (2)–(4), $N = N_4$	1,13	0,72	0,94	0"
	1,51	0,80	1,52	0,28" (соответствует для 1 пикселя)
	3,8	1,5	4,4	1"
	36,3	12,8	43,4	10"
	363,0	127,4	433,5	2'

Заключение

Исследования, приведённые в статье, направлены на развитие подхода к решению задачи оценки точности фотограмметрической засечки для произвольного случая съёмки. Дается решение для системы углов внешнего ориентирования (φ , $\bar{\omega}$, κ), рекомендованной международным

обществом фотограмметрии и дистанционного зондирования. Исследования позволяют отметить достаточную универсальность общего подхода к указанной задаче: значительная часть аналитических выражений, используемых для вычислений, будет общей при разных системах углов внешнего ориентирования.

Результаты исследований (численных экспериментов), отражающих условия аэрофото-съемки и космической съемки, показали, что использование классического подхода к задаче оценивания точности определения пространственных координат методом фотограмметрической засечки может привести к неоправданно оптимистическим оценкам.

При необходимости число параметров модели, участвующих в формировании ошибок, может быть расширено, например, исходя из предположения, что пара снимков сформирована разными съёмочными камерами, а также включением параметров, характеризующих дисторсию съёмочных камер.

Рассмотренный в статье подход к оценке точности пространственных координат точек исследуемого объекта из обработки изображений может найти применение в космических исследованиях: изучении размеров и формы исследуемого объекта на начальном этапе исследований, построении и развитии системы координат для объекта методом космической фото-триангуляции и т. д.

Работа выполнена за счёт средств субсидии, выделенной в рамках государственной поддержки Казанского (Приволжского) федерального университета в целях повышения его конкурентоспособности среди ведущих мировых научно-образовательных центров.

Литература

1. *Безменов В. М., Сафин К. И.* Фотограмметрическая засечка. Оценка точности для произвольного случая съёмки // Изв. высших учеб. заведений. Геодезия и аэрофотосъёмка. 2019. Т. 63. № 4. С. 400–406. DOI: 10.30533/0536-101X-2019-63-4-400-406.
2. *Лобанов А. Н., Буров М. И., Краснопецев Б. В.* Фотограмметрия. М.: Недра, 1987. 300 с.
3. *Михайлов А. П., Чибуничев А. Г.* Фотограмметрия. М.: Изд-во МИИГАиК, 2016. 294 с.

Accuracy assessment of photogrammetric intersection for random shooting case. The general approach to solving the problem

V. M. Bezmenov, K. I. Safin

Kazan Federal University, Kazan 420008, Russia

E-mail: bvm-zenit@mail.ru

A general approach to the problem of estimating the accuracy of photogrammetric intersection for an arbitrary shooting case is considered. Analytical formulas for calculating errors of spatial coordinates at any values of elements of external and internal orientation of the shooting camera are obtained. The solution is obtained for the system of external orientation angles (Euler angles) recommended by the international society of photogrammetry and remote sensing. The results are generalized by comparison with the solution obtained earlier for the system of external orientation angles, known in the Russian literature as the second system of external orientation angles. The results of numerical experiments simulating aerial photography and space photography are presented. It is shown that the general approach to the problem of estimating the accuracy of the photogrammetric intersection has sufficient universality, allowing to obtain a solution for other systems of external orientation angles, since a significant part of the analytical expressions used to calculate the errors of spatial coordinates will be common for different systems of external orientation angles. The approach to assessing the accuracy of spatial coordinates of the points of the object under study from image processing can be used in space

research: the study of the size and shape of the object under study at the initial stage of its research, the construction and development of a coordinate system for the object by space phototriangulation, etc.

Keywords: digital photogrammetry, photogrammetric intersection, spatial coordinates, accuracy estimation, mean square error, elements of external orientation, elements of interior orientation

Accepted: 24.10.2019

DOI: 10.21046/2070-7401-2019-16-6-283-289

References

1. Bezmenov V. M., Safin K. I., *Fotogrammetricheskaya zasechka. Otsenka tochnosti dlya proizvol'nogo sluchaya s'emki* (Photogrammetric intersection. Accuracy estimation for an arbitrary case of aerial survey), *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Geodeziya i aerofotosyemka*, 2019, Vol. 63(4), pp. 400–406.
2. Lobanov A. N., Burov M. I., Krasnopevtsev B. V., *Fotogrammetriya* (Photogrammetry), Moscow: Nedra, 1987, 300 p.
3. Mikhailov A. P., Chibunichev A. G., *Fotogrammetriya* (Photogrammetry), Moscow: Izd. MIIGAiK, 2016, 294 p.