

# Особенности взаимодействия внутренних гравитационных волн с температурно-ветровыми структурами атмосферы при распространении в ионосферу

Н.С. Ерохин, Н.Н. Зольникова, Л.А. Михайловская

*Институт космических исследований РАН  
117997 Москва, Профсоюзная, 84/32  
E-mail: [nerokhin@mx.iki.rssi.ru](mailto:nerokhin@mx.iki.rssi.ru)*

На основе численных расчетов лучевых траекторий рассмотрены характерные особенности взаимодействия внутренних гравитационных волн (ВГВ) с температурно-ветровыми структурами атмосферы, определяющими эффективность прохождения ВГВ в ионосферу и возникновение ионосферных отпечатков крупномасштабных тропосферных вихрей. Показано, что эффективность проникновения ВГВ в ионосферу, местоположение ионосферного отпечатка вихря существенно зависят от горизонтальной длины волны, а также наличия слоев вертикального и горизонтального отражений и критических слоев. В рассмотренной модели для оценки эффективности проникновения пакетов ВГВ в ионосферу необходимы данные по вертикальным профилям частоты Вейселя-Брента и крупномасштабных зональных потоков.

## Введение

Как известно, образование и последующая динамика мощных крупномасштабных вихрей в тропосфере (типа тайфунов, ураганов или внетропических циклонов) характеризуется аномальными атмосферными возмущениями включая внутренние гравитационные волны. Возникающие в области вихря гидродинамические возмущения, например, ВГВ могут затем передаваться из тропосферы в ионосферу, создавать там возмущения ионосферной плазмы, которые могут регистрироваться спутниковой аппаратурой и служить индикаторами и предвестниками атмосферных кризисных процессов. Следовательно, в этой проблеме представляет интерес исследование распространения возбуждаемых в тропосфере ВГВ на ионосферные высоты через фоновые температурно-ветровые структуры. Как известно, такие структуры могут препятствовать прохождению сравнительно коротковолновых ВГВ вверх (см., например, [1]) вследствие возникновения критических слоев и областей отражения.

В настоящей работе на основе некоторых литературных данных выполнена разработка аналитических аппроксимаций вертикального профиля частоты Вейселя-Брента  $N(z)$  и горизонтального ветра  $U(z)$ , описана математическая модель, позволяющая на основе лучевых траекторий анализировать распространение ВГВ в вертикально-неоднородной атмосфере, и выполнены численные расчеты характеристик волн по трассе их распространения из тропосферы в ионосферу. Кроме выявления условий прохождения крупномасштабных ВГВ вверх, изложенный метод позволяет оценивать горизонтальное смещение волнового пакета при прохождении его из тропосферы в ионосферу, что важно для сопоставления данных спутниковых и подспутниковых измерений и правильной интерпретации результатов обработки этих данных.

## Математическая модель и численные расчеты

Для исследования прохождения ВГВ из тропосферы (от высот  $z < 16$  км) в ионосферу ( $z > 60$  км) необходимо знать высотные профили частоты Вейселя-Брента  $N(z)$  и горизонтального ветра  $\mathbf{U} = \mathbf{e}_x U(z)$ . Согласно [2], функция  $N(z)$  определяется градиентом фоновой температуры атмосферы  $T_0(z)$ :  $N^2(z) = g [ \nabla_z \ln T_0 + g ( \gamma - 1 ) / c_s^2 ]$ , где  $g$  - ускорение свободного падения,  $c_s^2 = \gamma R T_0$  - квадрат скорости звука,  $\gamma = c_p / c_v$  - отношение удельных теплоемкостей газа. Таким образом,

имея высотное распределение температуры  $T_0(z)$  можно вычислять профиль частоты Вайсяля-Брента  $N(z)$ . Для численных расчетов удобно использовать аппроксимации функций  $U(z)$ ,  $N(z)$  в классе дифференцируемых функций. Это позволяет, в частности, удерживать высокую степень точности расчетов и применять достаточно простые алгоритмы вычислений. Данные по зональному фоновому ветру брались из литературных источников, затем проводилась оцифровка графиков, и далее в рамках программы MathCad-2001 разрабатывались аналитические аппроксимации. Использование в этих аппроксимациях локализованных по высоте функций позволяет с одной стороны, легко менять  $U(z)$ ,  $N(z)$  в нужном высотном слое, а с другой, при расширении исходного высотного интервала  $(z_1, z_2)$  к новому  $(z_1, z_3)$ , где  $z_3 > z_2$ , подбирать аппроксимации фактически только для подслоя  $(z_2, z_3)$ .

Для расчетов прохождения пакетов ВГВ из тропосферы в ионосферу в вертикально-неоднородной атмосфере используются уравнения для лучевых траекторий волн и учитываются главные физические особенности взаимодействия волн со средними ветровыми потоками (критические слои, слои горизонтального и вертикального отражений). Предполагается также, что амплитуды ВГВ в рассматриваемой области соответствуют линейному режиму. Иначе, распространяясь вверх, волны за счет сильного падения плотности атмосферы будут усиливаться и диссипировать, в частности, за счет опрокидывания, еще до достижения ими ионосферных высот. Кроме того, вертикальная скорость ветровых потоков много меньше горизонтальной (см., например, работу [3]), а горизонтальные масштабы неоднородности среднего течения газа существенно больше вертикального масштаба и можно полагать  $\mathbf{U} = \mathbf{e}_x U(z)$ .

Уравнения для лучевых траекторий волнового пакета в неоднородной среде имеют вид (см., например, [2, 4])

$$d\mathbf{r} / dt = \mathbf{v}_g, \quad d\mathbf{k} / dt = - \partial\omega / \partial\mathbf{r}. \quad (1)$$

Здесь  $\mathbf{v}_g = \partial\omega / \partial\mathbf{k}$  – групповая скорость,  $\omega(\mathbf{k}, \mathbf{r}) = k_x \cdot U(z) + N \cdot k_h / k$  частота ВГВ с учетом доплеровского сдвига,  $k_h = (k_x^2 + k_y^2)^{1/2}$  – горизонтальная компонента волнового вектора. Прохождение в ионосферу имеет место для достаточно крупномасштабных волн, когда выполняется условие  $k_h \ll k_z$ .

Распишем векторные уравнения (1) по компонентам

$$\begin{aligned} dz / dt &= - N \cdot k_z \cdot k_h / k^3, \quad dx / dt = (N \cdot k_z^2 \cdot k_x / k^3 \cdot k_h) + U, \\ dy / dt &= N \cdot k_z^2 \cdot k_y / k^3 \cdot k_h, \quad dk_z / dt = - k_x \cdot dU / dz - (k_h / k) \cdot dN / dz, \\ dk_x / dt &= 0, \quad dk_y / dt = 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Согласно (2)  $k_x = \text{const}$ ,  $k_y = \text{const}$  поскольку горизонтальной неоднородностью пренебрегаем. Для удобства дальнейшего анализа перейдем к безразмерным переменным:  $z = L_z \cdot \xi$ ,  $x = L_x \cdot \eta$ ,  $y = L_y \cdot \zeta$ , где  $L_z = 1$  км,  $L_x = L_y = 5$  км. Для скорости ветра пишем  $U(z) = u(\xi)$  м/с. Частоту Вайсяля-Брента нормируем на характерную величину, так что  $N(z) = \mu(\xi) / 50$  с. Вводим также безразмерные волновые числа  $k_x = q_x / 5$  км,  $k_y = q_y / 5$  км,  $k_z = q_z / 1$  км и безразмерное время  $\tau = t / 250$  с.

Теперь уравнения (2) принимают вид

$$\begin{aligned} d\xi / d\tau &= - (\mu \cdot q_h \cdot q_z) / p^3, \quad p = [q_z^2 + (q_h / 5)^2]^{1/2}; \\ d\eta / d\tau &= (\mu \cdot q_z^2 \cdot q_x) / p^3 \cdot q_h + u(\xi) / 20; \\ d\zeta / d\tau &= (\mu \cdot q_z^2 \cdot q_y) / p^3 \cdot q_h; \quad q_x = \text{const}; \quad q_y = \text{const}, \\ dq_z / d\tau &= - (q_x / 20) \cdot (du / d\xi) - (q_h / p) \cdot (d\mu / d\xi). \end{aligned} \quad (3)$$

Заметим, что для распространяющейся вверх ВГВ в формулах (3) следует полагать  $q_z < 0$ . Интеграл движения для системы уравнений (3) запишем следующим образом

$$\varepsilon \equiv (q_x \cdot u / 20) + \mu \cdot q_h / p = \omega \cdot 250 \text{ с} = T_0 / T_\omega, \quad (4)$$

где  $T_0 = 500 \cdot \pi \text{ с} \approx 26 \text{ мин } 10 \text{ с}$ ,  $T_\omega = T_0 / \varepsilon$  - период ВГВ. Интеграл  $\varepsilon$  определяется начальными значениями входящих в него величин ( $\varepsilon = \text{const}$ ). Горизонтальные и вертикальная длины ВГВ равны соответственно:  $\lambda_x = 10 \cdot \pi \cdot \text{км} / q_x$ ,  $\lambda_y = 10 \cdot \pi \cdot \text{км} / q_y$ ,  $\lambda_z = 2 \cdot \pi \cdot \text{км} / q_z$ . Уравнения (3) решаются с начальными данными  $\xi(0)$ ,  $\eta(0)$ ,  $q_z(0)$ ,  $\zeta(0)$ ,  $u(0)$ ,  $\mu(0)$  и заданными значениями параметров  $q_x$ ,  $q_y$ .

Изложим особенности взаимодействия ВГВ с фоновой ветровой структурой. При попутном относительно ветра распространении на некоторых высотах могут возникать критические слои  $z_c$ , в окрестности которых вертикальная длина волны стремится к нулю т.е.  $q_z^2 \rightarrow \infty$ , групповая скорость волнового пакета также стремится к нулю, ВГВ неограниченно замедляется и полностью поглощается в критическом слое за счет вязкости [2]. Следовательно, критические слои  $z_c$  блокируют распространение ВГВ в ионосфере. Из выражения (4) для интеграла движения  $\varepsilon$  следует, что при  $p \rightarrow \infty$  критическая скорость потока равна  $u_c = 20 \cdot \varepsilon / q_x$  (т.е.  $U = \omega/k_x$ ) и определяется значениями интеграла  $\varepsilon$  и компоненты волнового вектора  $q_x$ . Таким образом, если максимальная скорость потока  $u_{\text{max}} > u_c$ , то в ветровой структуре на некоторой высоте имеется критический слой  $\xi_c$ .

Перепишем выражение для скорости  $u_c = 20 \cdot \mu(0) \cdot (q_h / q_x) / [q_z(0)^2 + (q_h/5)^2]^{1/2}$ . В случае  $q_z(0)^2 \gg (q_h/5)^2$ ,  $q_y^2 \ll q_x^2$ , имеем  $u_c \approx 20 \cdot \mu(0) / |q_z(0)|$ . Если  $q_y^2 \gg q_x^2$  критическая скорость будет больше  $u_c = 20 \cdot \mu(0) \cdot (q_y / q_x) / |q_z(0)|$ .

При встречном к ветру распространении ВГВ могут иметь точки горизонтального и вертикального отражений. Отражение по горизонтальному направлению  $x$  происходит в некотором слое  $\xi_{rx}$ , где горизонтальная групповая скорость волнового пакета равна нулю т.е.  $v_{gx} = 0$ . Это дает условие  $[u(\xi_{rx}) / 20] + \{ \mu(\xi_{rx}) \cdot q_x \cdot [q_z(\xi_{rx})]^2 / q_h \cdot p(\xi_{rx})^3 \} = 0$ . Пусть функции  $a(\xi)$ ,  $b(\xi)$ ,  $D(\xi)$ ,  $S_1(\xi)$  и  $S_2(\xi)$  заданы формулами

$$\begin{aligned} a(\xi) &\equiv [5 \cdot \mu(\xi) \cdot q_y / q_x]^2, \quad b(\xi) \equiv \varepsilon \cdot [5 \cdot \mu(\xi) \cdot q_h / q_x]^2, \\ S_1(\xi) &= [D(\xi) + 0.5 \cdot b(\xi)]^{1/3}, \quad S_2(\xi) = [D(\xi) - 0.5 \cdot b(\xi)]^{1/3}, \\ D(\xi) &= \{ [b(\xi) / 2]^2 + [a(\xi) / 3]^3 \}^{1/2}. \end{aligned} \quad (5)$$

Введем в рассмотрение безразмерную скорость  $u_{rx}(\xi)$ , которую определим следующим выражением

$$u_{rx}(\xi) \equiv 20 \cdot [\varepsilon + S_2(\xi) - S_1(\xi)] / q_x. \quad (6)$$

Теперь условие горизонтального (по оси  $x$ ) отражения ВГВ встречным ветровым потоком записывается в виде  $u(\xi) = u_{rx}(\xi)$ , где  $u_{rx}(\xi)$  вычисляется с помощью формул (5), (6), и позволяет находить  $\xi_{rx}$ . Графически слои горизонтального отражения ВГВ встречным потоком  $z_{rx}$  определяются точками пересечения кривых  $u(\xi)$  и  $u_{rx}(\xi)$ . В слоях  $\xi_{rx}$  происходит отражение пакета ВГВ назад, к источнику их генерации. Для  $q_y \leq 1$  и малых значений волнового числа  $q_x$  величина скорости  $u_{rx}$  велика.

Слои вертикального отражения ВГВ встречным ветром  $z_{rz}$  соответствуют условию  $v_{gz} = 0$  т.е.  $q_z(z) = 0$ . На этой высоте  $p(z_{rz}) = q_h / 5$  и  $\varepsilon = 5 \cdot \mu(\xi_{rz}) + [q_x \cdot u(\xi_{rz}) / 20]$ . Вводя функцию  $u_{rz}(\xi) \equiv 20 \cdot [\varepsilon - 5 \cdot \mu(\xi)] / q_x$ , находим, что слои вертикального отражения ВГВ фоновой ветровой структурой  $z_{rz}$  определяются графически, как точки  $\xi_{rz}$  пересечения кривых  $u(\xi)$  и  $u_{rz}(\xi)$ . Отметим, что вы-

полняется условие  $u_{rz}(\xi) < u_c$ . В слоях  $\xi_{rz}$  происходит отражение пакета ВГВ вниз. Таким образом, аналогично критическим уровням  $\xi_c$  эти слои также препятствуют прохождению ВГВ на ионосферные высоты. Из (3) следует, что по горизонтальному направлению у слоев отражения нет.

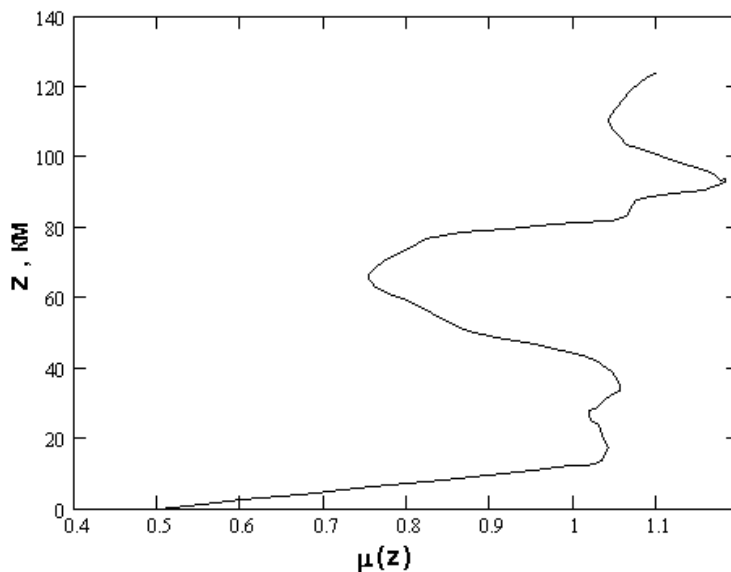


Рис.1. Типичный профиль нормированной частоты Вейселя-Брента

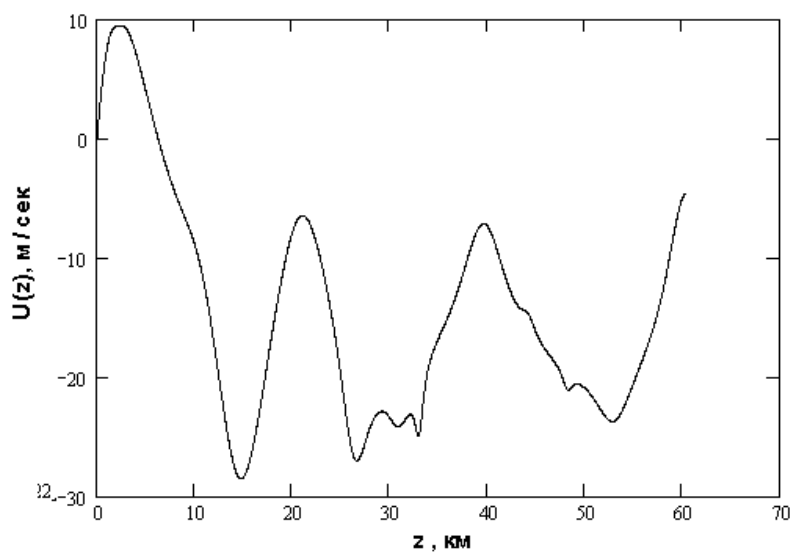


Рис.2. Графики зонального ветра над Индией  $U(z)$  для диапазона высот  $0 < z / \text{км} < 60$

Обсудим вкратце некоторые примеры прохождения ВГВ наверх. Для нормированной частоты Вейселя-Брента  $\mu = 50 \cdot N(z)$ -сек график аналитической аппроксимации типичного профиля  $\mu(z)$  из монографии [2] показан на рис. 1 для интервала высот  $0 < z < 123 \text{ km}$ . Характерное значение  $N(z)$  порядка  $0.02 / \text{сек}$  и имеются значительные высотные вариации. График аналитической аппроксимации высотного профиля зонального ветра  $U(z)$  для тропической зоны (летний сезон 1988 г., Индия, [5]) в диапазоне высот  $0 < z < 60 \text{ km}$  приведен на рис. 2. Как видим, зональный ветер (east-west) имеет по высоте существенно осциллирующую структуру. В случае начальных данных  $z(0) = 0, q_z(0) = -1, q_y = 0.05, q_x = 1$  траектория пакета в плоскости  $(z, x)$  показана на рис. 3. Отметим сильное замедление пакета в области высот  $z \leq 10 \text{ km}$ . Время достижения пакетом высоты  $60 \text{ km}$  порядка 4 часов при горизонтальном смещении  $\sim 2400 \text{ km}$ . Рассмотрим случай, когда область

генерации ВГВ находится выше критических слоев. Стартовая высота для волнового пакета  $z = 5$  км, исходные параметры  $q_z(5) = -2$ ,  $q_y = 0.4$ ,  $q_x = 0.45$ . При этом в слое от 5 км до 60 км имеется 6 слоев горизонтального отражения. Критическая скорость  $U_c > 10$  м/сек,  $U_{rz} < -150$  м/сек. Траектория луча в плоскости  $(x, y)$  показана на рис. 4 и имеет осциллирующий характер. Достигнув высоты 60 км пакет переместился по направлению  $x$  на расстояние порядка 50 км, а по направлению  $y$  на расстояние порядка 300 км. Численные расчеты демонстрируют большое разнообразие возможных сценариев взаимодействия ВГВ с фоновыми температурно-ветровыми структурами атмосферы в зависимости от вертикальных профилей  $N(z)$ ,  $U(z)$ .

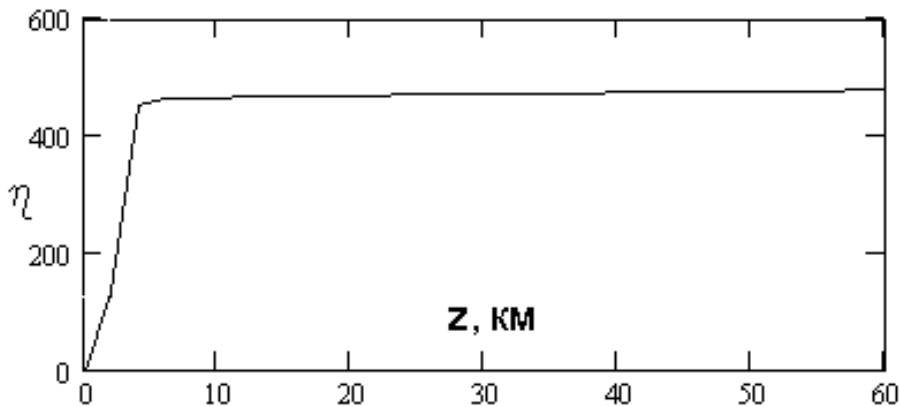


Рис.3. Траектория пакета в плоскости  $(z, x)$

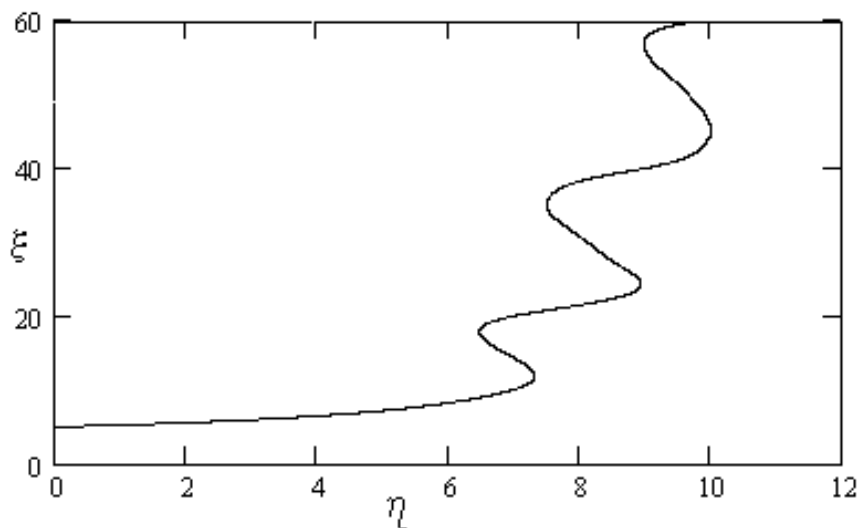


Рис.4. Траектория луча в плоскости  $(x, y)$

### Заключение

В рамках метода лучевых траекторий на основе аналитических аппроксимаций вертикальных профилей фоновых температурно-ветровых структур атмосферы выполнены численные расчеты прохождения пакетов ВГВ до ионосферных высот. Исследованы факторы, ограничивающие проникновение ВГВ в ионосферу, а именно: критические слои и слои вертикального отражения пакетов. Для некоторых случаев выбора исходных параметров задачи определены типичные времена достижения пакетом ВГВ ионосферы и его характерные горизонтальные смещения.

Проведенный анализ представляет интерес для изучения ионосферных индикаторов и предвестников развития крупномасштабных кризисных процессов в атмосфере (включая спутниковые эксперименты), а также для планирования экспериментов по мониторингу зон атмосферных природных катастроф.

## Литература

1. *Buhler O., McIntyre M.E.* On Shear-Generated Gravity Waves that Reach the Mesosphere. Part I: Wave Generation. // *Journal of Atmospheric Sciences*, 1999. V.56. P.3749-3763.
2. *Госсард Э.Э., Хук У.К.* Волны в атмосфере // М: Мир, 1978. 532 с.
3. *Хаин А.П., Сутырин Г.Г.* Тропические циклоны и их взаимодействие с океаном // Л.: Гидрометеоиздат, 1983. 345 с.
4. *Миропольский Ю.З.* Динамика внутренних гравитационных волн в океане // Л.: Гидрометеоиздат, 1981. 302 с.
5. *Dhaka S.K., Murthy B.V.K., Nagpal O.P et.al.* A study of equatorial waves in the Indian zone. // *Journal of atmospheric and terrestrial physics*, 1995. V.57. P.1189-1202.