

Эффект «согласованного голосования»

А. А. Златопольский

*Институт космических исследований РАН, Москва, 117997, Россия
E-mail: aazlat@gmail.com*

В статье подробно описан эффект, названный «согласованным голосованием». Этот эффект даёт возможность сделать верный выбор в том случае, когда правильное решение составляет очень небольшую часть среди получаемых вариантов решения. Этот выбор возможен, если ошибочные варианты случайным образом равномерно распределены по всем вариантам решения. В предлагаемом методе все полученные решения отражаются в гистограмме, и нужно так организовать её накопление и анализ, чтобы в позиции верного решения образовался яркий экстремум. Приводится формальное описание ситуаций, в которых возможно использование данного эффекта. Для двух действительных функций в евклидовом пространстве необходимо найти такие параметры аффинного преобразования одной из функций, которые сделают её сходной со второй функцией хотя бы локально. Формальное описание как задачи, так и предложенного способа решения позволит применить этот подход в разнообразных ситуациях. Рассмотрены основные технологические особенности, которые необходимо учесть, чтобы найти правильное решение и оценить его надёжность. В качестве примера реализации предложенного подхода описана программа поиска сдвига между разновременными изображениями поверхности Земли. Приведены результаты её тестирования. Отмечены возможные пути дальнейшего обобщения этого способа анализа данных.

Ключевые слова: преобразование функций, мера сходства функций, анализ гистограммы, разновременные изображения поверхности Земли, сдвиг

Одобрена к печати: 09.03.2021

DOI: 10.21046/2070-7401-2021-18-2-64-72

Введение

Пусть имеется датчик, измеряющий какой-то физический параметр, причём большинство показаний датчика случайны и только небольшая часть — правильна. Если значение измеряемого параметра постоянно, то при определённых условиях можно выявить эти правильные показания, даже если их число ничтожно по сравнению с общим числом измерений. Для этого нужно так организовать получение и анализ гистограммы показаний, чтобы в позиции верного измерения образовался яркий экстремум. Назовём это эффектом «согласованного голосования».

В предыдущей статье (Златопольский, 2006) описана основанная на этом эффекте процедура сопоставления разновременных изображений поверхности Земли и приведены практические результаты её применения. Здесь постараемся рассмотреть данный эффект более обобщённо, для более широкого класса объектов и преобразований, хотя иллюстрировать его удобно и наглядно именно сопоставлением изображений.

В упомянутой статье рассматривалась следующая ситуация. Изображения участка поверхности Земли, полученные в разное время и трансформированные в единую систему координат, могут оказаться немного сдвинутыми друг относительно друга (на несколько или на первые десятки пикселей). Если изображения отличаются несущественно, то можно перебрать все возможные варианты сдвига и определить, при каком из них сходство (например, корреляция) изображений максимально. Однако этот способ применить было нельзя, так как суммарная площадь изменённых участков (изменение объектов, сезонные изменения, облака, дефекты съёмки и пр.) могла оказаться больше сохранившихся участков, положение которых неизвестно.

Можно было бы определить сдвиг даже по небольшому фрагменту этих изображений. Однако неизвестно, по какому именно фрагменту можно найти реальный сдвиг, а для ка-

кого фрагмента нет соответствия, и результатом поиска будет ложное, случайное значение. Абсолютное значение оценки сходства при поиске сдвига также не могло быть достаточным критерием надёжности измерения, так как сходство может быть не абсолютным, а только в целом, с различием деталей. В итоге нет возможности определить сдвиг изображений по какому-то одному фрагменту. Средний вектор сдвига, найденный по нескольким фрагментам, также не даёт достоверную оценку, так как большинство фрагментов может дать вектор, не связанный с искомым сдвигом.

Эффект «согласованного голосования» позволил построить следующую процедуру.

Небольшой фрагмент одного изображения сравнивался с соответствующей областью второго изображения. Находился и фиксировался «лучший» сдвиг фрагмента, при котором сходство оказывалось максимальным. Лучший сдвиг определялся для большого числа фрагментов, равномерно покрывающих изображение, и строилась гистограмма лучших сдвигов. Оказалось, что даже при изменении большей части изображения по пику в гистограмме можно было найти правильный сдвиг и оценить надёжность полученного результата.

Обобщим этот подход и рассмотрим, на что следует обращать внимание, чтобы надёжно воспользоваться эффектом «согласованного голосования». Формальное описание поможет точнее описать ситуацию и позволит распространить этот метод на более широкий круг практических задач.

Обобщённая формулировка

Сформулируем в общем виде проблему, которую постараемся решить, используя эффект «согласованного голосования». Пусть в многомерном евклидовом пространстве $X = \{x\}$ заданы функции $\{F_i(x)\}$. Область определения функции обозначим $D(F_i) \subseteq X$. На множестве этих функций заданы аффинное преобразование Y и мера сходства S .

Преобразование Y осуществляется с учётом числовых параметров $\{p\}$, $Y(F_i, p_1, p_2, \dots, p_k) = F_j$. Для каждого p_i задано n_i значений, а значит, имеется $N = n_1 \times n_2 \times \dots \times n_k$ наборов этих параметров (векторов) $\mathbf{P} = (p_1, p_2, \dots, p_k)$, причём существует такой «нулевой» вектор, при котором функция F_i преобразуется в себя. Отметим, что при преобразовании Y возможно изменение $D(F_i)$.

Мера S даёт числовую оценку сходства $S(F_i, F_j) = H_{ij}$ в интервале $[0, 1]$, где 1 означает, что F_i и F_j идентичны, а 0 — что сходства нет или нет возможности осуществить сравнение. Сходство определяется по области $D_{ij} = D(F_i) \cap D(F_j)$ или в подобласти $d \subset D_{ij}$. В последнем случае будем говорить о локальном сходстве. Сходство равно 0 в том случае, если область его измерения пуста или недостаточна (последнее определяется свойствами меры).

Рассматривается следующая задача. Для пары функций F_i и F_v нужно найти вектор параметров \mathbf{P} , который обеспечивает их максимальное сходство, $S(Y(F_i, \mathbf{P}), F_v) = H_{iv}$. Такой вектор можно было бы найти перебором. Однако есть два обстоятельства, осложняющих поиск. Первое: нас будет интересовать ситуация, когда в области D_{ij} функции F_i и F_v несходны, $H_{iv} \ll 1$, но, возможно, есть неизвестная нам «область сходства» $A \subset D_{ij}$, для которой существует вектор \mathbf{P}_a , обеспечивающий высокое сходство функций. Второе: даже в этой области, A , сходство функций не абсолютно и нет заранее определённого порогового значения сходства, на которое можно было бы опереться.

Решить поставленную задачу, когда одновременно неизвестны и область сходства, и порог сходства, и нужные параметры преобразования (и даже существуют ли они), не удалось. Однако для таких мер S , в которых высокое сходства в области D возможно только тогда, когда высоко и локальное сходство в подобластях $B \subset D$ (например, корреляция), можно сформулировать задачу несколько иначе. Чтобы найти вектор \mathbf{P}_a , будем искать не A , а её небольшие подобласти $B \subset A$, рассчитывая на то, что должно быть много областей B , в которых высокое сходство обеспечивает один и тот же вектор \mathbf{P}_a .

Предлагается следующий алгоритм. Покроем $D(F_i)$ набором связанных областей $W_m \subset X$, $W_m \cap D(F_j) \neq \emptyset$, где $m = 1, 2, \dots, M$, которые будем называть фрагментами, например множество гиперкубов. Для каждого W_m найдём вектор \mathbf{P}_m , который максимизирует сходство,

рассчитанное по этому фрагменту, и будем говорить, что фрагмент W_m «проголосовал» за вектор \mathbf{P}_m . Строим многомерную гистограмму, которая аккумулирует «голоса» всех фрагментов W_m . Ожидаемый эффект «согласованного голосования» основан на том, что для всех $W_m \subset A$ максимум сходства будет найден при одном и том же векторе параметров, обозначим его \mathbf{P}_u . А для остальных W_m будут найдены разнообразные случайные значения \mathbf{P}_m , распределённые практически равномерно. В этих условиях в позиции гистограммы голосов \mathbf{P}_u можно ожидать яркий пик.

Если найден яркий уникальный пик гистограммы, то он указывает на вектор \mathbf{P}_u , который обеспечивает сходство функций, а область сходства очерчивается, хотя и довольно грубо, объединением фрагментов, голосовавших за \mathbf{P}_u . Если такой пик не обнаружен, то либо нет области сходства, либо неудачно организован поиск. Отметим, что предложенный алгоритм опирается не на абсолютное значение сходства, а на его относительные максимальные значения. Решение, принимаемое по наличию яркого пика, выглядит более надёжным, чем решение по превышению порога сходства. Тому, что означает «яркий уникальный пик», как его искать, как создать условия его порождения, посвящён следующий раздел.

Обратим внимание, что решения нет и в том случае, если в гистограмме присутствует несколько пиков близкой величины. Это может произойти из-за того, что распределение случайных голосов неравномерно, имеет свой пик. Другая ситуация: у пары функций может оказаться несколько областей сходства с разными параметрами преобразования. В этом случае будет найдена область, которая существенно больше остальных. Голоса от меньших областей либо потеряются в фоне, либо не дадут принять решение.

Представляется вполне реальным обобщить предложенный подход на более широкий класс преобразований и пространств. Возможность работы с иными преобразованиями, Y , обусловлена тем, что в операциях алгоритма никак не использовано то, что это преобразование является аффинным. Что касается перехода к неевклидовым пространствам X , то при этом важно сохранить возможность построения набора фрагментов, которые покрывают область определения $D(F_i)$ равномерно (аналогично решётке гиперкубов), чтобы в распределении случайных голосов не образовывались ложные максимумы. Также, возможно, не требуется и связность фрагментов.

В следующем разделе в общем виде рассмотрим вопросы, связанные с реализацией алгоритма, отметим ряд условий, которые принципиально важны для его эффективной работы, приведём несколько полезных технологических приёмов. А затем рассмотрим результаты реализации этих общих соображений при решении практической задачи.

Технология построения и анализа гистограммы

Размерность и размер «гистограммы голосования» определяется возможными вариантами голосования, т. е. размерностью и числом векторов параметров, N . Если значения каждого параметра, p_i , получены квантованием диапазона возможных значений, то увеличение диапазона и уменьшение шага квантования резко увеличивает размер гистограммы. Возможно, в каких-то ситуациях окажется допустимым сначала решать задачу при более грубом квантовании, а значит с меньшим числом вариантов, и затем перейти к детальному анализу в меньшем диапазоне. Однако если квантование слишком грубо, то можно не получить хорошего совпадения функций F и надёжного экстремума меры сходства, который обеспечивает «согласованное голосование».

Число фрагментов. Для того чтобы надёжно найти пик согласованных голосов в гистограмме голосования, случайные голоса должны создавать достаточно ровный фон, тогда пик, превышающий этот фон в несколько раз, окажется достоверным указателем на нужную позицию. Фон выравнивается, если гистограмма «населена», т. е. в её ячейках не мало голосов (скажем, около 10). Это можно обеспечить соответствующим соотношением между числом отсчётов гистограммы N и числом голосов. Если голосуют все M фрагментов и случайные голоса распределены равномерно (обсудим это ниже), а достаточное среднее число голосов

в каждой ячейке обозначим h , то M должно быть не меньше Nh . Точнее было бы потребовать, чтобы на столько большим было $M - V$, где V — число согласованных голосов. Однако при организации поиска число V ещё неизвестно, так что будем исходить из того, что данный метод поиска нужен, когда V относительно мало, скажем $V/M < 0,2$. Если же в конкретной ситуации окажется, что V существенно больше, чем $0,2M$, то населённость фона гистограммы будет небольшой, но зато пик, скорее всего, окажется в разы больше, чем флуктуации неровного фона.

Необходимо упомянуть ситуацию, которая на практике не встречалась. Если N мало (мало параметров и известен узкий диапазон их возможных значений), то среднее число случайных голосов, h , может оказаться большим и небольшое число согласованных голосов, V , может не сформировать относительно большого пика гистограммы. В этой ситуации стоит посмотреть, нельзя ли увеличить число возможных значений параметров, сделав меньше шаг квантования и увеличив диапазон значений параметров, даже зная, что это избыточно, что нужных значений там нет. При этом случайные голоса распределятся среди большего числа возможных вариантов голосования, h уменьшится, а V сохранится.

За счёт согласованного голосования мы хотим получить достаточно большой пик, т.е. $V/h > T$, где T — порог, или ориентировочно $V > T \cdot N/M$. Таким образом, если требуется обеспечить выбор из большого числа возможных параметров, N , то необходимо организовать голосование большого числа фрагментов, M . Тут мы подходим к следующему принципиальному выбору — размер фрагментов.

Размер фрагментов и их организация. С одной стороны, для того, чтобы голосовало большое число фрагментов, нужно покрыть $D(F_i)$ фрагментами небольшого размера. Причём фрагменты должны быть небольшими и по сравнению с возможными размерами области A (условно — с её «шириной»).

С другой стороны, важно учитывать, что внутри слишком маленького фрагмента у сравниваемых функций может не оказаться достаточных изменений, деталей, «рисунка». Другими словами, в пределах фрагмента у функций может оказаться «ничего» сравнивать, и оценка сходства будет не информативна. Что именно считать слишком маленьким фрагментом, зависит от свойств функций и меры S , как мы отметим в примере ниже.

Есть возможность увеличить число голосующих фрагментов, не уменьшая их размер, а добавив ещё одно покрытие $D(F_i)$ фрагментами того же размера. Допустимо, чтобы фрагменты из первого и второго набора пересекались, но важно, чтобы фрагменты покрывали $D(F_i)$ равномерно, не создавая участков, «более насыщенных фрагментами», чем остальные. В частности, это может быть решётка гиперкубов, существенно смещённая относительно первой решётки. Можно и дальше добавлять фрагменты покрытия, учитывая указанные требования.

Распределение «случайных голосов». Обнаружить ничтожное число верных решений возможно, если распределение остальных не имеет собственных ярких экстремумов. Поэтому необходимо отследить и отфильтровать те экстремумы гистограммы, которые являются артефактами конкретной реализации предложенного метода. Один из возможных источников ложных экстремумов — организация процедуры сравнения при поиске вектора параметров, дающего максимальное сходство. Перебор параметров может происходить по фиксированной последовательности $\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2, \dots, \mathbf{P}_k$. Сначала в качестве максимального фиксируется сходство фрагмента W_m с функцией F_v при параметрах \mathbf{P}_1 , а затем этот выбор меняется на \mathbf{P}_k , если при этих параметрах оценка сходства будет строго больше. Предположим, что сходство при всех параметрах одинаково, тогда максимальное сходство окажется у первого в последовательности вектора. Таким образом, в силу детерминированности процесса выбора у первого (или у последнего) в последовательности перебора вектора параметров искусственно увеличивается вероятность быть выбранным.

Организуя процесс построения гистограммы, необходимо внимательно анализировать все его шаги, чтобы не возникали такие «искусственные» пики.

Поиск пиков в гистограмме. Необходимо обнаружить позицию гистограммы, в которой число голосов в разы превышает среднее число голосов. Причём и по абсолютной величине

это число голосов должно быть достаточно велико, чтобы не оказаться случайным. Кроме того, величина пика отражает размер «области сходства», а очень маленькие области (и пики) могут и не интересовать.

Чтобы избавиться от описанных выше пиков, которые связаны с порядком перебора параметров, можно поступить следующим образом. Увеличим диапазон значений каждого признака на две позиции: одно значение — на шаг квантования меньше нижней границы и одно значение — на шаг больше верхней границы. Крайние позиции будут аккумулировать пики, порождённые порядком перебора, а мы не будем учитывать эти позиции при анализе гистограммы.

В некоторых случаях, например, если шаг квантования параметров слишком велик, может образоваться не один оптимальный вектор параметров, а несколько векторов с «соседними» значениями параметров. В результате голоса фрагментов распределятся между соседними ячейками гистограммы, создавая «широкий» пик. Абсолютное значение гистограммы в широком пике окажется существенно меньше, и вместо одного будет несколько высоких значений в соседних ячейках гистограммы. Предполагая такую возможность, имеет смысл анализировать не только отдельные ячейки, но и группы соседних ячеек с тем, чтобы обнаруживать и такой широкий пик.

Надёжность результата. Если в гистограмме голосов обнаружен яркий пик, то необходимо провести проверку — единственный ли это пик. Если существуют и другие пики, близкие по величине, то нет уверенности в правильном выборе. Поэтому найдём следующий по величине пик и отбракуем полученный результат, если величина второго пика несущественно меньше первого.

Если пик не найден, то результат можно проверить, поменяв порядок в паре сравниваемых функций и повторив процедуру. Это имеет смысл в силу того, что процедура сравнения несимметрична. Кроме того, возможно, слишком узок диапазон параметров и его стоит увеличить. Можно также изменить набор фрагментов. Если пик найден ненадёжно, то можно произвести преобразование с найденными параметрами $F_j = Y(F_i, \mathbf{P}_i)$ и повторить поиск уже для пары F_j, F_v .

Итак, мы рассмотрели, на что необходимо обратить внимание, чтобы создать условия для согласованного голосования. В первую очередь это число векторов параметров, количество и размер фрагментов и устранение «привилегированных» векторов.

Практическая реализация

Практическую реализацию предложенного подхода продемонстрируем на той задаче, для которой он разрабатывался и впервые применялся, так как и задача очень наглядна, и ситуация в ней непростая (данные низкого качества), и тестирование было основательным.

Изображения участка поверхности Земли, полученные в разное время и трансформированные в единую систему координат, могут оказаться немного смещёнными друг относительно друга. В использованных выше терминах изображения — это функции F_i, F_v на дискретной плоскости X , процедура сдвига изображения — это преобразование Y с двумя параметрами, а сходство S оценивается коэффициентом корреляции. Небольшие квадратные фрагменты одного изображения сравниваются с соответствующими участками другого изображения и голосуют за сдвиг, дающий максимальное сходство. Голоса накапливаются в двумерной гистограмме, которая анализируется так, как это было описано выше.

Использовались изображения Подмосковья, полученные с метеорологического спутника серии NOAA (National Oceanic and Atmospheric Administration — Национальное управление океанических и атмосферных исследований, США) в период с апреля по сентябрь и привязанные по орбитальным данным (прогностический расчёт, модель SGP4 с телеграммой TLE NORAD, *англ.* North American Aerospace Defense Command Two-Line Element Sets). Размер снимков — около 0,45 мегапикселей. На многих изображениях — облака, но они занимают меньше 80 % снимка. Предполагалось, что сдвиг не превышает 19 пикселей в каждую

сторону. С учётом дополнительных отсчётов по краям диапазона число ячеек в гистограмме $N = 41 \times 41 = 1681$. Как отмечалось, предпочтительны фрагменты небольшого размера. Был выбран размер 9×9 пикселей. Использовать существенно меньшие фрагменты не позволяет качество изображений, так как их реальное «эффективное» (Златопольский, 2014) разрешение невелико, нет мелких деталей. Центры фрагментов устанавливались по сетке с шагом 4 пикселя, т.е. соседние фрагменты перекрываются примерно наполовину. Число фрагментов M — около 24 500, и отношение $M/N = 9,37$ достаточно велико. Однако число голосующих фрагментов оказывается несколько меньше. Поясним это.

Те фрагменты, в которых практически отсутствует изменение яркости (например, водная поверхность, облако, нет данных), могут порождать ложные пики гистограммы, и такие фрагменты не участвуют в голосовании. В результате распределение голосов в гистограмме было близко к равномерному, и в достаточно заселённой гистограмме случайные экстремумы не превышали среднего значения фона более чем в 2 раза.

Искался пик гистограммы, который не только в разы превышает среднее значение фона, но и существенно превосходит следующий по величине пик. Низкое качество изображения и перекрытие фрагментов порождают «широкий пик» в гистограмме, который сосредоточен не в одной ячейке, а в нескольких соседних. Анализируя гистограмму, необходимо было это учитывать, относя к пику соседние высокие значения. При подсчёте среднего фонового значения не учитывались как значения из широкого пика, так и голоса с краёв гистограммы.

В итоге принималось решение, что обнаружен эффект «согласованного голосования» и сдвиг найден, если:

- обнаружен пик, который достаточно велик и относительно других пиков, и относительно фона, и по абсолютной величине;
- в голосовании участвует достаточно фрагментов;
- населённость гистограммы высока.

Эти условия включают в себя оценку устойчивости полученного решения и его статистической обеспеченности. Исходя из того, насколько строго эти условия выполнены, формируется интегральная качественная оценка, названная «уверенность». Каждое решение оценивается как «уверенное», «неуверенное» и «не найдено». Если по всем условиям превышены верхние пороги, то сообщается, что решение найдено уверенно. Если таким образом выполнена только часть этих условий, то либо сдвиг не найден, либо найден неуверенно. Например, если отношение максимального пика к следующему было меньше 10, то считалось, что сдвиг найден неуверенно, а если меньше 1,5, то не найден совсем. Если уверенность для найденного решения невелика, то можно проделать дополнительные проверки, например так, как это описано в конце предыдущего раздела.

Отметим, что, если в гистограмме среднее значение фона — 10, а пик превышает его в 20 раз, т.е. собрал 200 из примерно 15 000 голосов, то значит 1,3 % правильно голосовавших фрагментов дали возможность найти решение.

На *рис. 1* (см. с. 70) приведён пример описанного поиска. Изображение на *рис. 1a* (30 сентября, 08:06 GMT) сравнивается с другим (*рис. 1б*, 18 апреля, 12:53 GMT). Их размер — 674×669 пикселей. Из 24 492 фрагментов в голосовании участвовало около 19 500. На *рис. 1г* показана часть гистограммы вокруг найденного широкого пика с максимальным значением 238 для вектора сдвига +6 в горизонтальном и +9 в вертикальном направлении. Величина второго пика была 26, а среднее значение фона — 12,1. Таким образом, сдвиг найден, но неуверенно, так как второй экстремум превышен только в 9,15 раз при пороге 10.

На *рис. 1в* показано положение тех 238 фрагментов, которые голосовали за правильный сдвиг (чёрный цвет), 995 фрагментов, которые голосовали за 8 «соседних» вариантов сдвига в широком пике (серый цвет), и тех фрагментов, которые не участвовали в голосовании (светло-серый цвет). Обратим внимание, что у некоторых «правильно» голосовавших фрагментов голосование было случайным. У них и найденное максимальное сходство относительно мало, поэтому, если нужно найти область сходства, то можно рассчитывать на следующее: построить гистограмму значений сходства для фрагментов, голосовавших за верный сдвиг.

Скорее всего, десяток-другой «случайных» голосов образуют кластер в области малых значений, и соответствующие им фрагменты можно не включать в область сходства.

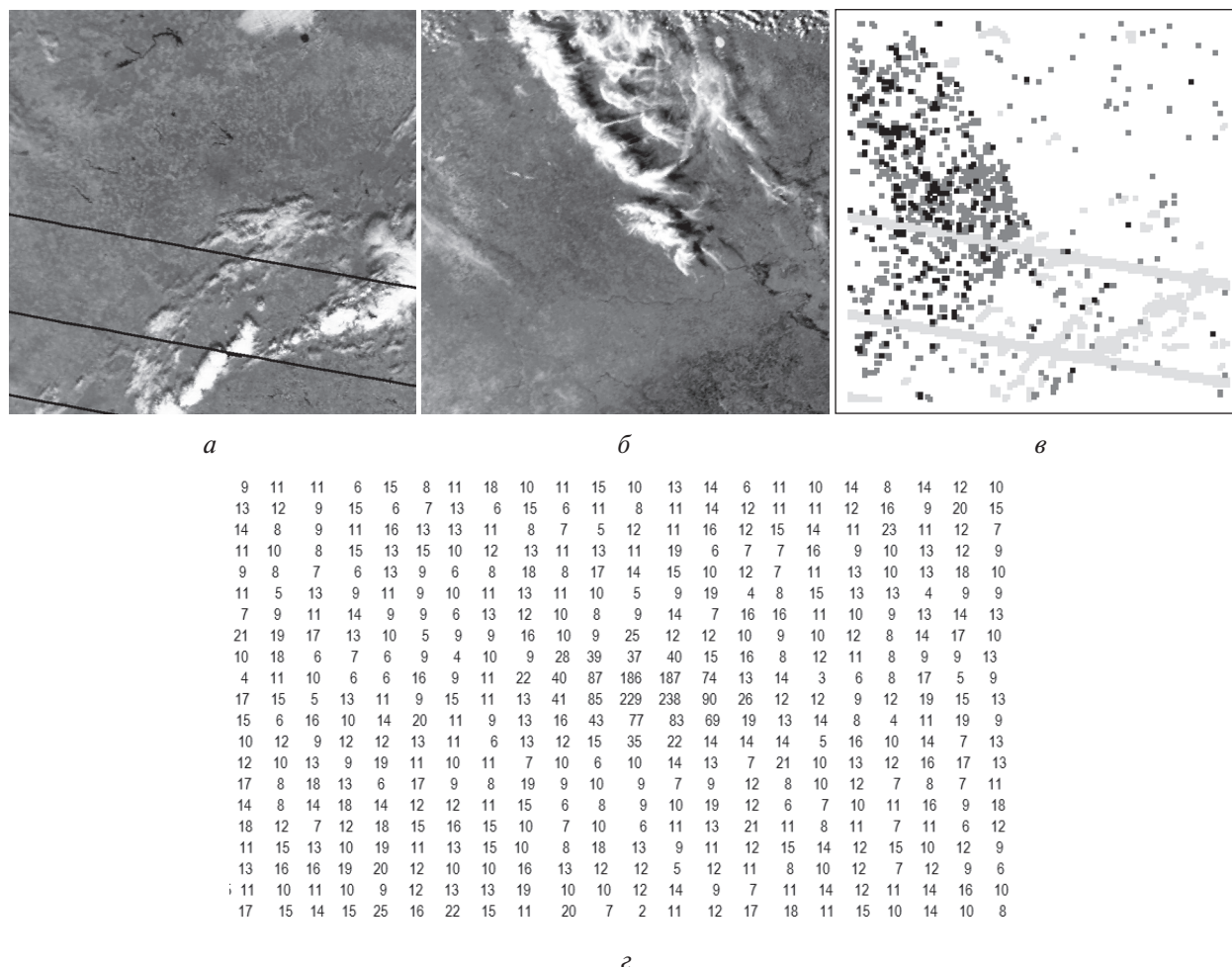


Рис. 1. Сравнимые изображения Подмосковья (а, б); участки пары изображений с высоким сходством (тёмные) и не участвовавшие в сравнении (светлые) (в); фрагмент «гистограммы голосования» около позиции пикового значения (г)

Для тестирования было использовано 25 изображений. В качестве опорного взят июньский безоблачный снимок, и к нему привязывались остальные. Результат привязки проверял оператор. Сдвиг был найден верно во всех случаях. При этом в 10 случаях найден неуверенно, а в двух случаях решение было отклонено, так как величина пика была меньше нижнего порога.

Во втором тесте среди 115 снимков были как ночные, так и дневные (инфракрасный диапазон). Непосредственно сравнивать такие изображения нет смысла, но можно сравнивать их градиентный препарат (в котором яркость отражает величину градиента в окрестности данной точки изображения). Для всех 86 изображений с облачностью до 50 % сдвиг был найден правильно и уверенно. Для 16 из 29 изображений с облачностью 50–70 % сдвиг был также найден правильно и уверенно, а для остальных 13 — правильно, но уверенность решения была низкой.

Ещё в одной практической задаче оказалось возможным определять сдвиг между береговой линией на снимке и береговой линией на карте (при одинаковых проекции и масштабе). При этом также был использован переход к граничным препаратам.

Испробовано следующее усовершенствование имеющейся программы: сделать голоса фрагментов разными, зависящими от полученной для них оценки сходства. Пока эта идея

осуществлена в пороговой форме: не учитывать голос фрагмента, если при лучшем найденном для фрагмента сдвиге показатель сходства не превышает определённый порог. В результате получено несущественное улучшение качества.

Заключение

В заключение рассмотрим возможности развития предложенного подхода. Исходя из приведённого формального описания можно легко обобщить метод на другие ситуации. Во-первых, сопоставляя изображения, можно допускать их различие не только по расположению (сдвиг), но и по повороту, масштабу. Практически допустимый диапазон поиска этих параметров зависит от размера и качества изображений, так как требуется соответствующее увеличение размера гистограммы и экспоненциальный рост числа голосующих фрагментов.

Во-вторых, можно работать не с двумерными функциями, как изображение, а с функциями иных размерностей. При этом изменяется только способ сравнения функций, задания фрагментов и получения голосов, а работа с гистограммой остаётся прежней.

Представляется возможным получать эффект «согласованного голосования» и при неравномерном распределении случайных голосов, если в этом распределении нет большого пика, конкурирующего с согласованными голосами.

Наконец, не исследована упомянутая выше возможность обобщения метода на более широкий класс преобразований и пространств, с которыми пока не экспериментировали.

Работа выполнена при поддержке Минобрнауки (тема «Мониторинг», госрегистрация № 01.20.0.2.00164).

Литература

1. Златопольский А.А. Определение сдвига разновременных изображений поверхности Земли методом «согласованного голосования» // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2006. Т. 1. Вып. 3. С. 99–101.
2. Златопольский А.А. Эффективное пространственное разрешение данных и инструмента. На примере мультимасштабного анализа ЦМР // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2014. Т. 11. № 2. С. 18–25.

The “united voting” effect

A. A. Zlatopolsky

*Space Research Institute RAS, Moscow 117997, Russia
E-mail: aazlat@gmail.com*

The article describes in detail the effect named “united voting”. This effect allows making the right choice when the correct solutions comprise a very small part of the solution set. This choice is possible if the erroneous solutions are randomly distributed evenly across the solution set. In the proposed method the obtained solutions are reflected in the histogram, and it is necessary to organize its accumulation and analysis in such a way that a remarkable extremum is formed in the position of the correct solution. A formal description of the situations in which this effect can be utilized is given. For two real functions in Euclidean space, it is necessary to find such parameters of the affine transformation of one of the functions that will make it similar to the second function at least locally. A formal description of both the problem and the proposed solution method allows for the application of this approach in a variety of situations. The main technological features that need to be taken into account in order to find the right solution and evaluate its reliability are considered. As an example of the implementation

of the proposed approach, a program is described, which searches shift between images of the Earth's surface taken at a different time. The results of its testing are presented. Possible ways of further generalization of this method of data analysis are noted.

Keywords: transformation of functions, measure of similarity of functions, histogram analysis, multi-time images of the Earth's surface, shift

Accepted: 09.03.2021

DOI: 10.21046/2070-7401-2021-18-2-64-72

References

1. Zlatopolsky A.A., Detection of the shift of multi-time images of the Earth's surface by the "coordinated voting" method, *Sovremennye problemy distantsionnogo zondirovaniya Zemli iz kosmosa*, 2006, Vol. 1, No. 3, pp. 99–101 (in Russian).
2. Zlatopolsky A.A., Effective data and instrument spatial resolution. By the example of the multiscale DTM analysis, *Sovremennye problemy distantsionnogo zondirovaniya Zemli iz kosmosa*, 2014, Vol. 11, No. 2, pp. 18–25 (in Russian).