# Приложение задачи о вихревом слое для района течения Гольфстрим

Н.В. Сандалюк<sup>1</sup>, В.Г. Гневышев<sup>2</sup>, Т.В. Белоненко<sup>1</sup>, А.В. Кочнев<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Санкт-Петербургский государственный университет Санкт-Петербург, 199034, Россия E-mail: t.v.belonenko@spbu.ru

<sup>2</sup> Институт океанологии им. П. П. Ширшова РАН, Москва, 117997, Россия

<sup>3</sup> Северный (Арктический) федеральный университет имени М. В. Ломоносова Архангельск, 163002, Россия

В работе применяются основные положения задачи о незональном вихревом слое на β-плоскости в постановке Майлса – Рибнера к наблюдениям в реальном океане. Ранее мы показали, что при взаимодействии волн с незональным течением появляется новый класс решений, который отсутствует в случае зонального течения. Этот новый класс решений можно интерпретировать как чистое излучение волн Россби незональным течением. Анализ пространственно-временных диаграмм в рассматриваемом районе подтверждает полученные ранее теоретические выводы задачи о взаимодействии планетарных волн с незональным течением на β-плоскости в постановке Майлса – Рибнера. Выделяются падающие, отражённые и преломлённые волны. Показано, что волны Россби, распространяющиеся с востока на запад со скоростью 7,6 см/с, при взаимодействии с течением трансформируются в преломлённые и отражённые волны. Преломлённые волны распространяются потив течения, на юго-запад, со скоростью 4,6 см/с. Отражённые — на юго-восток, перпендикулярно течению, со скоростью 7,8 см/с. Скорость отражённых волн превышает скорость падающих, что подтверждает выводы о существовании механизмов усиления планетарных волн при взаимодействии их с незональным течением.

Ключевые слова: волны Россби, течение, ВКБ-приближение, Гольфстрим, вихревой слой, альтиметрия, падающая, отражённая волна, преломлённая волна

Одобрена к печати: 14.10.2021 DOI: 10.21046/2070-7401-2021-18-5-242-251

#### Введение

Среди всего многообразия волновых процессов, наблюдаемых в средах различной физической природы, особое место занимает взаимодействие волн с течениями, в том числе в сдвиговых потоках. В аналитических подходах к исследованию этих явлений часто приходится прибегать к различным аппроксимациям профиля скорости течения, что значительно упрощает аналитический или численный расчёт. Наиболее эффективным становится использование модельных течений с кусочно-линейными профилями скорости, когда реальный плавный профиль скорости заменяется в упрощённой модели ломаной линией. Простейшее из таких течений — когда два слоя жидкости движутся с проскальзыванием друг относительно друга, так что тангенциальная компонента скорости течения изменяется скачком. При наличии сдвига между слоями среды, когда две контактирующие среды имеют достаточную разность скоростей, возникает неустойчивость Кельвина-Гельмгольца. Нарастающие возмущения на тангенциальном разрыве, в том числе и неустойчивость Кельвина – Гельмгольца в двухслойной жидкости различной плотности, изучались достаточно подробно (см., например, работы (Бэтчелор, 1973; Дразин, 2005)). При такой постановке завихренность в каждом слое равна нулю, а на границе раздела она бесконечна, т.е. её можно представить в виде δ-функции. Мы рассматриваем частный случай: вихревой слой, когда один из слоёв неподвижен. В этом случае образуется тангенциальный разрыв скорости.

При интерпретации результатов теории волн в потоках существует неоднозначность разделения полей физических переменных на поле волны и движение среды (Степанянц,

Фабрикант, 1989). При анализе эмпирических данных так называемое фоновое течение выделяется осреднением за значительный промежуток времени наблюдений за скоростями, а разницу между наблюдениями и осреднёнными значениями рассматривают как флуктуации, которые могут быть представлены в виде волновых функций. Если течение и волна разнесены в пространстве, то рассматривают падающую на течение волну и отдельно анализируют её взаимодействие с течением. В частности, в работах (Степанянц, Фабрикант, 1996; Фабрикант, 1987) рассматривается задача об отражении плоской монохроматической волны от течения, представленного в виде вихревого слоя. Дальнейшее развитие данного подхода сделано в работе (Гневышев, Белоненко, 2021).

В работах (LeBlond, Mysak, 1978; Pedlosky, 1979) подробно исследуется отражение планетарных волн от вертикальной стенки. Авторы указывают, что нельзя получить эмпирическую информацию для волн, падающих на стенку, ориентированную строго с севера на юг, учитывая сильную анизотропию этих волн. В исследовании (LeBlond, Mysak, 1978) также показано, что длинная падающая волна, энергия которой быстро распространяется в западном направлении, преобразуется при отражении от границы в относительно короткую и медленно распространяющуюся волну. При этом отражённая волна оказывается более энергоёмкой, т.е. несущей большую энергию в единице объёма жидкости. Таким образом, западная граница оказывается подобной источнику мелкомасштабных движений с высокой концентрацией энергии, и это проявляется в интенсификации энергии коротких волн на западных границах океанов.

Западная интенсификация в моделях океанской циркуляции хорошо известна в модели пограничного слоя (Pedlosky, 1979). Считается, что из-за пространственной анизотропии волн Россби западная граница выступает источником мелкомасштабных возмущений и обеспечивает западную интенсификацию. В основе этих рассуждений лежит закон отражения волн Россби от западной границы — вертикальной стенки. Однако, на наш взгляд, в таких рассуждениях есть один аспект, который обычно не принимается во внимание. Прежде чем достигнуть западной границы, длинные волны Россби сначала сталкиваются с континентальным склоном. При аппроксимации склона ступенькой в силу специфики граничных условий взаимодействие волн Россби с течением тождественно их взаимодействию с вихревым слоем (LeBlond, Mysak, 1978). Понять это можно из простых соотношений геострофики, когда продольный перепад глубины создаёт продольный градиент давления, который, в свою очередь, порождает геострофическое меридиональное течение. Следовательно, прежде чем достичь западной границы, волны Россби сталкиваются с вихревым слоем, и уже потом преломлённая (иногда называют «прошедшая») волна сталкивается с твёрдой стенкой.

На *рис. 1* (см. с. 244) представлены геострофические течения, рассчитанные по осреднённым за период 1993–2020 гг. данным абсолютной динамической топографии (*англ.* Absolute Dynamic Topography — ADT). Струя Гольфстрима пересекает рассматриваемый район в северо-восточном направлении. Скорости течения превышают 1 м/с, максимальные значения в струе достигают 1,3 м/с. Данный участок течения Гольфстрим мы будем аппроксимировать вихревым слоем и в дальнейшем рассмотрим его взаимодействие с падающей волной Россби.

Для анализа вихревого слоя применяется так называемый подход Майлса – Рибнера (см. работы (Степанянц, Фабрикант, 1989, 1996)). Математическая постановка задачи о вихревом слое и выводы изложены в статье (Гневышев, Белоненко, 2021). Ниже для целостности изложения кратко приводятся некоторые соотношения, которые разъясняют суть данного подхода.

Линейное уравнение волн Россби на сдвиговом течение имеет вид:

$$\Phi_{yy} + \left(\frac{i\beta_1}{k(\overline{U} - c)}\right) \Phi_y + \left(\frac{\beta_2 - \overline{U}_{yy}}{\overline{U} - c} - k^2 - F^2\right) \Phi = 0,$$

где  $\beta_1 = \beta \cdot \sin \theta$ ,  $\beta_2 = \beta \cdot \cos \theta$ ,  $\theta$  — угол наклона баротропного плоско-параллельного течения к параллели;  $\overline{U}$  — скорость потока;  $F^2$  — собственные значения вертикальной задачи

(Kamenkovich, Pedlosky, 1996). Тогда для случая постоянной стратификации в отсутствие топографии имеем стандартное выражение:

$$F^2 \equiv \frac{f^2(\pi n)^2}{N^2 H^2}; n = 0, 1, 2, \dots,$$

где *N* — частота Вяйсяля — Брента; *f* — частота вращения Земли; *H* — глубина.



*Рис. 1.* Карта скоростей течений, рассчитанных по альтиметрическим данным. Точками показаны три разреза для построения диаграмм Ховмёллера

Условия сшивки имеют вид:

$$\Delta \left[ \frac{\Phi}{\overline{U} - c} \right] = 0,$$
  
$$\Delta \left[ \Phi_{y} (\overline{U} - c) - \Phi \overline{U}_{y} + \frac{i\beta_{1}}{k} \Phi \right] = 0,$$

где  $\Delta$  — классический скачок значений через вихревой слой (Kamenkovich, Pedlosky, 1996). В подходе Майлса — Рибнера мы сшиваем три функции: падающую волну единичной амплитуды и две других волны — отражённую с коэффициентом отражения R и прошедшую с коэффициентом прохождения T. Условия сшивки решения можно вывести строго математически, следуя формальной процедуре (LeBlond, Mysak, 1978). Групповая скорость падающей волны направлена в сторону ступеньки, а отражённая и преломлённая волны имеют групповую скорость, направленную от ступеньки (*puc. 2*, см. с. 245). Так как фоновое течение считается продольно однородным и стационарным во времени, у нас есть две циклические переменные, которые порождают два инварианта (интеграла движения) — продольное волновое число и частоту волны.

Решение ищем в виде:

1. 
$$\Phi = \exp(il_1y) + R \cdot \exp(il_0y),$$
  
2.  $\Phi = T \cdot \exp(il_2y),$ 

где  $l_1$ ,  $l_0$ ,  $l_2$  — поперечные компоненты волнового числа падающей, отражённой и преломлённой волн соответственно. Для самосопряжённого оператора в случае чисто зонального вихревого слоя компоненты волнового числа  $l_0$ ,  $l_1$  были связаны соотношением  $l_0 = -l_1$ . В нашем

случае свойства самосопряжённости оператора нет и свойства симметрии для эрмитовых операторов пропадают. При этом мы имеем следующее дисперсионное соотношение:

$$\omega = -\frac{(\beta_2 k - \beta_1 l)}{k^2 + l^2 + F^2} + k\overline{U},$$

где  $\omega$  — частота волн,  $\omega = kc$ .



*Puc. 2.* Отражение падающей волны от твёрдой стенки (*a*); взаимодействие падающей волны с вихревым слоем на незональном потоке (*δ*): область I (расположена в нижней части ступеньки) и область II (верхняя часть ступеньки). Цветными стрелками показаны волны: падающая (синий цвет), преломлённая (зелёный) и отражённая (красный)

Далее дисперсионное соотношение (3) перепишем в следующем виде:

$$l = \frac{\beta_1}{2(\omega - k\overline{U})} \pm \sqrt{\left(\frac{\beta_1}{2(\omega - k\overline{U})}\right)^2 - k^2 - F^2 - \frac{\beta_2 k}{(\omega - k\overline{U})}}$$

Выбор знака корня определяется направлением групповой скорости в поперечном направлении. Тогда выражения для компонент групповой скорости имеют вид:

— в поперечном направлении:

$$C_{gr.y} = \frac{\partial \omega}{\partial l} = \frac{2\beta_2 k l - \beta_1 (l^2 - k^2 - F^2)}{(k^2 + l^2 + F^2)^2};$$

— в продольном направлении:

$$C_{gr.x} = \frac{\partial \omega}{\partial k} = \frac{\beta_2 (k^2 - l^2 - F^2) - 2\beta_1 k l}{(k^2 + l^2 + F^2)^2} + \overline{U}.$$

Подставляя выражение (4) в формулу (3), находим следующие выражения для коэффициентов преломления *T* и отражения *R*:

$$T = A/C; \quad R = -B/C; A = (l_0 - l_1) \cdot (\overline{U}_1 - c) \cdot (\overline{U}_2 - c); B = (\overline{U}_1 - c)^2 l_1 - (\overline{U}_2 - c)^2 l_2 + \frac{\beta_1}{k} (\overline{U}_1 - \overline{U}_2); C = (\overline{U}_1 - c)^2 l_0 - (\overline{U}_2 - c)^2 l_2 + \frac{\beta_1}{k} (\overline{U}_1 - \overline{U}_2);$$

Качественный анализ полученных соотношений показывает, что если скачок поля скорости фонового потока  $(\overline{U}_1 - \overline{U}_2) \rightarrow 0$ , то  $R \rightarrow 0$ ,  $T \rightarrow 1$ . Отметим, что наличие в решении

отражённой волны не умаляет общности подхода, даже когда величина ступеньки равна нулю. Дело в том, что в этом случае коэффициент отражения равен нулю, и тогда отражённая волна исключается автоматически. В. Г. Гневышев и Т. В. Белоненко (2021) численно рассмотрели различные ситуации взаимодействия падающей волны с вихревым слоем. Основной вывод, который они получили, заключается в следующем: даже в самой простой постановке задача о незональном вихревом слое катастрофически меняет характер взаимодействия планетарных волн с сильным сдвиговым течением по сравнению с чисто зональным случаем, при котором закон сохранения завихренности тождественен закону сохранения энергии. Для зонального вихревого слоя имеется интеграл движения в виде закона сохранения энстрофии, что фактически приводит к внутреннему перераспределению завихренности между триадой: падающей, отражённой и прошедшей волной. Здесь течение выступает в роли пассивного катализатора, не отбирая и не отдавая завихренность волновым возмущениям (Гневышев и др., 2021). Однако в случае незонального вихревого слоя возникают новые особенности, в частности появляется эффект чистого излучения (Talley, 1983), которое иногда трактуется как резонансное взаимодействие волн и течения. В незональном вихревом слое эффект волн отрицательной энергии не является необходимым для усиления волн, хотя, на наш взгляд, появление волн отрицательной энергии и наличие в задаче критического слоя если и не тождественны, то, во всяком случае, сильно коррелированы. Причина такого необычного и неисследованного поведения лежит в неэрмитовости линейного оператора для незонального случая.

Ю. А. Степанянц и А. Л. Фабрикант (1996), рассматривая различные аспекты взаимодействия волн с вихревым слоем (тангенциальным разрывом), указывают, что такое взаимодействие может сопровождаться эффективными механизмами не только поглощения, но и усиления волн в гидродинамическом потоке, появлением волн отрицательной энергии и изменением знака диссипации. Отражение волн может приводить к неустойчивости струйных течений относительно возмущений свободной поверхности. Анализируя волны Россби на тангенциальном разрыве, Степанянц и Фабрикант (1996), делают вывод, что наличие гидродинамического потока, с достаточно большой скоростью способного обгонять падающие на него волны, ещё не гарантирует возможность отражения, для которого необходимо излучение в движущуюся среду преломлённой волны с отрицательной энергией.

Возникает вопрос: если рассмотреть взаимодействие волн Россби не с твёрдой стенкой, а с незональным струйным течением, будут ли эти взаимодействия происходить схожим образом? Ответ на этот вопрос, скорее, отрицательный, несмотря на существующие аналогии. Гневышев и Белоненко (2021) доказали в рамках теории вихревого слоя для волн Россби существование нового класса линейных стационарных волновых решений, который можно интерпретировать как чистое излучение волн Россби незональным течением. При этом важно отметить: незональное течение может быть направлено в одну сторону, а стационарные волновые возмущения иметь противоположное, встречное направление. Сосуществование полученных новых решений для сдвигового незонального потока и стационарных волновых возмущений обязано влиянию внешней силы и математически происходит из несамосопряжённости линейного оператора для незонального фонового потока. Таким образом, незональный вихревой слой обладает качественно иными свойствами по сравнению с зональным, в частности он не сохраняет энстрофию. Следствие этого — появление нового класса решений: волн, излучаемых незональным течением (Гневышев, Белоненко, 2021).

В данной работе концепция вихревого слоя применяется для района течения Гольфстрим на участке от  $30-40^{\circ}$  с.ш., где течение распространяется в непосредственной близости от берегов американского континента. Для аппроксимации потока применяется модель вихревого слоя. На *рис. 1* точками показаны три горизонтальных разреза, вдоль которых мы будем рассматривать распространение волн. Для простоты изложения линии, по которым проходят разрезы, соответствуют трём основным направлениям распространения волн: падающая волна (зональный разрез), преломлённая (вдоль течения) и отражённая (поперёк течения). На основе альтиметрических данных мы рассмотрим распространение волн вдоль этих разрезов. Это и составляет цель настоящего исследования.

### Данные

Для интерпретации использовались данные альтиметрии: аномалии уровня моря (*англ*. Sea Level Anomalies — SLA) и геострофические составляющие скоростей, рассчитанные на основе данных динамической топографии (ADT), доступные на портале системы Европейских центров морских прогнозов (Copernicus Marine Environment Monitoring Service – CMEMS, http://marine.copernicus.eu/). Данные являются результатом объединения измерений всех альтиметрических миссий: Jason-3, Sentinel-3A, HY-2A, Saral/AltiKa, Cryosat-2, Jason-2, Jason-1, TOPEX/Poseidon (*aHea*. Topography Experiment/Poseidon), Envisat, GFO (*aHea*. Geodetic Satellite Follow-On), ERS1/2 (англ. European Remote-Sensing Satellite) — за период с 1993 г. по настоящее время. Для объединения данных применялся метод оптимальной интерполяции. Пространственное разрешение интерполированного массива составляет 0,25° широты и долготы, временная дискретность — 1 сут. Последнее обновление массива включает в себя новые сенсорные и атмосферные поправки, новую калибровку различных высотомеров, новую модель приливов и учитывает более длительный базовый период в 20 лет для оценки среднего уровня моря (Pujol et al., 2016). Аномалии уровня рассчитывались относительно данных среднего уровня моря (англ. Mean Sea Surface — MSS), доступных на портале Aviso+ (Archiving, Validation and Interpretation of Satellite Oceanographic Data, Архив альтиметрической информации, http://www.aviso.altimetry.fr/en/data/products/auxiliary-products/mss.html).

#### Результаты

На *рис. 1* точками показаны разрезы, по которым в дальнейшем строились диаграммы Ховмёллера: по зональному (жёлтый цвет точек), вытянутому вдоль струи течения (зелёный) и вытянутому поперёк (красный). Диаграммы Ховмёллера представляют собой пространственно-временные графики, которые по наклону изоплет позволяют увидеть волновое поле. На диаграмме Ховмёллера скалярная величина (аномалии уровня моря) наносится на пространственно-временную шкалу. Пространственное измерение обычно наносится по оси абсцисс, а время — по оси ординат. Пространственный компонент представлен номерами точек в сторону увеличения долгот, точки разрезов соответствуют координатам сетки альтиметрических измерений.

На *рис. 2* видно, что взаимодействие потока с твёрдой стенкой принципиально отличается от взаимодействия с вихревым слоем. В случае твёрдой стенки волна от неё отражается, выполняется закон Снеллиуса, когда угол падения равен углу отражения (см. *рис. 2a*). В вихревом слое помимо отражённой волны существует ещё и преломлённая. Поток в рассматриваемом районе Гольфстрима аппроксимируется вихревым слоем (см. *рис. 2б*), при котором скорость потока считается постоянной как по величине, так и по направлению. Разумеется, в реальности Гольфстрим является бароклинным меандрирующим нестационарным течением и данная аппроксимация является существенным упрощением. Однако эта простая схема, во-первых, позволяет получить строгое аналитическое решение для рассматриваемого взаимодействия (Гневышев, Белоненко, 2021), а во-вторых, даёт возможность выделить и идентифицировать основные эффекты, возникающие в процессе такого взаимодействия. Незональное течение взаимодействует с планетарными волнами, распространяющимися в западном направлении. Падая на вихревой слой, они взаимодействуют с потоком, при этом возникают эффекты отражения и преломления этих волн. На *рис. 2* данные процессы схематично показаны стрелками.

Развитие методов дистанционного зондирования океана и появление спутниковой альтиметрии даёт возможность обнаруживать эффекты взаимодействия планетарных волн с вихревым слоем на альтиметрических картах. В отличие от предшествующих исследований в данной работе мы впервые рассматриваем это явление как взаимодействие волн Россби с вихревым слоем.

Предлагаемый подход заключается в следующем. По наклону изоплет на диаграммах Ховмёллера можно обнаружить пространственно-временное перемещение неоднородностей

в поле уровня океана, ассоциируемое с распространением волн. Для идентификации волн мы рассматриваем три разреза: зональный, вдоль течения и поперёк него, по которым строятся пространственно-временные диаграммы Ховмёллера. Для периода альтиметрических измерений 2010—2011 гг. такие диаграммы представлены на *рис. 3*. Оценки скоростей волн мы рассчитываем при помощи метода Радона (Challenor et al., 2001), который был ранее нами успешно апробирован для северо-западной части Тихого океана (Белоненко, Кубряков, 2014; Кубряков и др., 2016; Belonenko et al., 2016, 2018).



*Рис. 3.* Диаграммы Ховмёллера для волн различных направлений: *a* — падающих, *б* — преломлённых и *в* — отражённых. Нумерация точек соответствует увеличению долготы

На *рис. За* видно, что волны Россби (падающие) распространяются в западном направлении со средней скоростью 7,6 см/с, рассчитанной с помощью преобразования Радона. На *рис. Зб* и с показаны изоплеты уровня вдоль двух других разрезов, а соответствующие перемещения неоднородностей можно интерпретировать как преломлённые и отражённые волны (см. *рис. Зб* и с соответственно). Преломлённые волны (разрез показан зелёными точками) направлены на юго-запад, а отражённые (разрез показан красными точками) — на юго-восток.

По преобразованию Радона рассчитаны скорости: 4,6 см/с для преломлённых волн. Видно, что скорость распространения преломлённых волн меньше скорости падающих (волн Россби), а направление противоположно направлению течения. Преломлённые волны попрежнему имеют западную составляющую, но уже направлены на юго-запад.

Отражённые волны направлены на юго-восток, их скорость составляет 7,8 см/с, что несколько превышает скорость падающих волн. В этом, в частности, проявляется эффект усиления при отражении падающих волн, который может возникать за счёт энергии резонансных частиц в критическом слое (см. работу (Степанянц, Фабрикант, 1996)). Это усиление может проявляться не только в увеличении фазовой скорости отражённых волн относительно скорости падающих, но и в увеличении амплитуды. Сравнение соответствующих графиков на *рис. 3* даёт основания полагать, что увеличение амплитуды также имеет место.

## Заключение

В настоящей работе подход Майлса – Рибнера применяется для района течения Гольфстрим. Струя течения аппроксимируется кусочно-постоянным профилем скорости с тангенциальным разрывом — вихревым слоем, который на *рис. 1* показан сплошной чёрной линией, а падающая, преломлённая и отражённая волны показаны стрелками. При взаимодействии с вихревым слоем падающая волна может трансформироваться в две другие: отражённую и преломлённую, которые в синоптическом диапазоне частот участвуют в процессах западной интенсификации.

Для рассмотренного района Гольфстрим показано, что волны, распространяющиеся с востока на запад со скоростью 7,6 см/с, при взаимодействии с течением трансформируются в проявляющиеся на разрезах преломлённые волны, распространяющиеся со скоростью 4,6 см/с против течения, и отражённые волны — перпендикулярно течению. Отражённые волны распространяются на юго-восток со скоростью 7,8 см/с, которая превышает скорость падающих волн. Таким образом, эффекты усиления отражённых волн, возникающие при взаимодействии с вихревым слоем и проявляющиеся при западной интенсификации, документально зафиксированы.

Полученные результаты следует учитывать при анализе альтиметрических и модельных данных в областях взаимодействия с незональными течениями.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Санкт-Петербургского государственного университета № 75295423 и гранта Российского фонда фундаментальных исследований № 20-05-00066. В. Г. Гневышев также поддержан средствами государственного бюджета по госзаданию № 0128-2021-0003.

## Литература

- 1. *Белоненко Т.В., Кубряков А.А.* Временная изменчивость фазовой скорости волн Россби в Северной части Тихого океана // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2014. Т. 11. № 3. С. 9–18.
- 2. *Бэтчелор Дж.* Введение в динамику жидкости: пер. с англ. / под ред. Г. Ю. Степанова. М.: Мир, 1973. 760 с.
- 3. *Гневышев В. Г., Белоненко Т. В.* Вихревой слой на β-плоскости в формулировке Майлса Рибнера. Полюс на действительной оси // Морской гидрофиз. журн. 2021. Т. 37. № 5. С. 525–537. DOI: 10.22449/0233-7584-2021-5-525-537.
- 4. *Гневышев В. Г., Фролова А. В., Колдунов А. В., Белоненко Т. В.* Топографический эффект для волн Россби на зональном сдвиговом потоке // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2021. Т. 14. № 1. С. 4–19. DOI: 10.7868/S2073667321010019.
- 5. *Дразин* Ф. Введение в теорию гидродинамической устойчивости: пер. с англ. / пер. Г. Г. Цыпкин; под ред. А. Т. Ильичева. М.: Физматлит, 2005. 288 с.
- 6. *Кубряков А.А., Белоненко Т.В., Станичный С.В.* Влияние синоптических вихрей на температуру морской поверхности в северной части Тихого океана // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2016. Т. 13. № 2. С. 34–43. DOI: 10.21046/2070-7401-2016-13-2-34-43.
- 7. *Степанянц Ю.А.*, *Фабрикант А.Л.* Распространение волн в сдвиговых потоках. М.: Наука, Физматлит, 1996. 240 с.
- 8. *Степанянц Ю.А.*, *Фабрикант А.Л.* Распространение волн в сдвиговых гидродинамических течениях // Успехи физ. наук. 1989. Т. 159. С. 83–123. DOI: 10.3367/UFNr.0159.198909c.0083
- 9. *Фабрикант А. Л.* Отражение волн Россби от поверхности тангенциального разрыва скорости // Изв. АН СССР. Сер. Физика атмосферы и океана. 1987. Т. 23. С. 106–109.
- Belonenko T. V., Kubrjakov A. A., Stanichny S. V. Spectral characteristics of Rossby waves in the Northwestern Pacific based on satellite altimetry // Izvestiya, Atmospheric and Oceanic Physics. 2016. Iss. 52. No. 9. P. 920–928. DOI: 10.1134/S0001433816090073.
- Belonenko T. V., Bashmachnikov I. L., Kubryakov A. A. Horizontal advection of temperature and salinity by Rossby waves in the North Pacific // Intern. J. Remote Sensing. 2018. V. 39. No. 8. P. 2177–2188. URL: https://DOI.org/10.1080/01431161.2017.1420932.

- 12. *Challenor P. G., Cipollini P., Cromwell D.* Use of the 3D Radon transform to examine the properties of oceanic Rossby waves // J. Atmospheric and Oceanic Technology. 2001. Iss. 18. P. 1558–1566.
- Kamenkovich I. V., Pedlosky J. Radiating Instability of Nonzonal Ocean Currents // J. Physical Oceanography. 1996. V. 26. Iss. 4. P. 622–643. https://DOI.org/10.1175/1520-0485(1996)026<0622:RION OC>2.0.CO;2.
- 14. *LeBlond P.H.*, *Mysak L.A.* Waves in the ocean. Elsevier oceanography series. Amsterdam; Oxford; N.Y.: Elsevier Scientific Publishing Company, 1978. 602 p.
- 15. Pedlosky J. Geophysical Fluid Dynamics. N.Y.: Springer-Vergal, 1979. 624 p.
- 16. Pujol M.-I., Faugère Y., Taburet G., Dupuy S., Pelloquin C., Ablain M., Picot N. DUACS DT2014: The new multi-mission altimeter dataset reprocessed over 20 years // Ocean Science. 2016. V. 12. P. 1067–1090.
- 17. *Talley L. D.* Radiating Barotropic Instability // J. Physical Oceanography. 1983. V. 13. Iss. 6. P. 972–987. https://doi.org/10.1175/1520-0485(1983)013<0972:RBI>2.0.CO;2.

# Application of the vortex layer problem to the Gulf Stream area

N. V. Sandalyuk<sup>1</sup>, V. G. Gnevyshev<sup>2</sup>, T. V. Belonenko<sup>1</sup>, A. V. Kochnev<sup>3</sup>

 <sup>1</sup> Saint Petersburg University, Saint Petersburg 199034, Russia E-mail: t.v.belonenko@spbu.ru
<sup>2</sup> Shirshov Institute of Oceanology RAS, Moscow 117997, Russia
<sup>3</sup> Northern (Arctic) Federal University named after M. V. Lomonosov Arkhangelsk 163002, Russia

In this paper, the main statements of the problem of a non-zonal vortex layer on the  $\beta$ -plane in the Miles – Ribner formulation are applied to observations in the real ocean. Earlier, we showed that when waves interact with a non-zonal flow, a new class of solutions appears, which is absent in the case of a zonal flow. This new class of solutions can be interpreted as pure radiation of Rossby waves by a non-zonal flow. The analysis of the space-time diagrams in the region under consideration confirms the previously obtained theoretical conclusions of the problem of the interaction of planetary waves with a non-zonal flow on the  $\beta$ -plane in the Miles – Ribner formulation. Incident, reflected and refracted waves are distinguished. It is shown that Rossby waves propagating from east to west at a speed of 7.6 cm/s are transformed into refracted and reflected waves when interacting with the current. The refracted waves propagate against the current, to the southwest, at a speed of 4.6 cm/s. The reflected waves propagate to the southeast, perpendicular to the current, at a speed of 7.8 cm/s. The speed of reflected waves exceeds the speed of incident waves, which confirms the conclusions about the existence of mechanisms for amplifying planetary waves when they interact with a non-zonal flow.

Keywords: Rossby waves, flow, WKB approximation, Gulf Stream, vortex layer, altimetry, incident, reflected, refracted wave

Accepted: 14.10.2021 DOI: 10.21046/2070-7401-2021-18-5-242-251

## References

- 1. Belonenko T.V., Kubrjakov A.A., Temporal variability of the phase velocity of Rossby waves in the North Pacific, *Sovremennye problemy distantsionnogo zondirovaniya Zemli iz kosmosa*, 2014, Vol. 11, No. 3, pp. 9–18 (in Russian).
- 2. Batchelor G. K., An Introduction to Fluid Dynamics, Cambridge: Cambridge University Press, 1967, 535 p.
- 3. Gnevyshev V.G., Belonenko T.V., Vortex Layer on the β-Plane in the Miles-Ribner Formulation. Pole on the Real Axis, *Physical Oceanography*, 2021, Vol. 28, No. 5, pp. 486–498, DOI: 10.22449/1573-160X-2021-5-486-498.
- 4. Gnevyshev V.G., Frolova A.V., Koldunov A.V., Belonenko T.V., Topographic effect for Rossby Waves on a zonal shear flow, *Fundamentalnaya i prikladnaya gidrofizika*, 2021, Vol. 14, No 1, pp. 4–19 (in Russian), DOI: 10.7868/S2073667321010019.

- 5. Drazin P.G., *Introduction to Hydrodynamic Stability*, Cambridge: Cambridge University Press, 2002, https://doi.org/10.1017/CBO9780511809064.
- 6. Kubryakov A.A., Belonenko T.V., Stanichny S.V., Impact of mesoscale eddies on sea surface temperature in the North Pacific Ocean, *Sovremennye problemy distantsionnogo zondirovaniya Zemli iz kosmosa*, 2016, Vol. 13, No. 2, pp. 34–43 (in Russian), DOI: 10.21046/2070-7401-2016-13-2-34-43.
- 7. Stepanyants Y.A., Fabrikant A.L., Propagation of waves in hydrodynamic shear flows, *Uspekhi Fizicheskih Nauk*, 1989, Vol. 32, pp. 783–805, https://doi.org/10.1070/PU1989v032n09ABEH002757.
- 8. Stepanyants Yu. A., Fabrikant A. L., *Rasprostranenie voln v sdvigovykh potokakh* (Wave propagation in shear flows), Moscow: Nauka, Fizmatlit, 1996, 240 p. (in Russian).
- 9. Fabrikant A. L., Reflection of Rossby waves from the surface of a tangential velocity gap, *Akademiia Nauk SSSR*, *Izvestiia*, *Fizika Atmosfery i Okeana*, 1987, Vol. 23, pp. 106–109 (in Russian).
- Belonenko T. V., Kubrjakov A. A., Stanichny S. V., Spectral characteristics of Rossby waves in the Northwestern Pacific based on satellite altimetry, *Izvestiya*, *Atmospheric and Oceanic Physics*, 2016, Issue 52, No. 9, pp. 920–928, DOI:10.1134/S0001433816090073.
- 11. Belonenko T.V., Bashmachnikov I.L., Kubryakov A.A., Horizontal advection of temperature and salinity by Rossby waves in the North Pacific, *Intern. J. Remote Sensing*, 2018, Vol. 39, No. 8, pp. 2177–2188, https://doi.org/10.1080/01431161.2017.1420932.
- 12. Challenor P.G., Cipollini P., Cromwell D., Use of the 3D Radon transform to examine the properties of oceanic Rossby waves, *J. Atmospheric and Oceanic Technology*, 2001, Issue 18, pp. 1558–1566.
- Kamenkovich I. V., Pedlosky J., Radiating Instability of Nonzonal Ocean Currents, J. Physical Oceanography, 1996, Vol. 26, Issue 4, pp. 622–643, https://doi.org/10.1175/1520-0485(1996)026<0622:RIONOC>2. 0.CO;2.
- 14. LeBlond P. H., Mysak L. A., *Waves in the ocean*, Amsterdam; Oxford; New York: Elsevier Scientific Publishing Company, 1978, 602 p.
- 15. Pedlosky J., Geophysical Fluid Dynamics, New York: Springer-Vergal, 1979, 624 p.
- Pujol M.-I., Faugère Y., Taburet G., Dupuy S., Pelloquin C., Ablain M., Picot N., DUACS DT2014: The new multi-mission altimeter dataset reprocessed over 20 years, *Ocean Science*, 2016, Vol. 12, pp. 1067–1090.
- 17. Talley L. D., Radiating Barotropic Instability, *J. Physical Oceanography*, 1983, Vol. 13, Issue 6, pp. 972–987, https://doi.org/10.1175/1520-0485(1983)013<0972:RBI>2.0.CO;2.