

Трёхмерные отражающие объекты в задаче моделирования лидарного сигнала от рассеивающего слоя

Г. П. Арумов, А. В. Бухарин, В. С. Макаров

Институт космических исследований РАН, Москва, 117997, Россия

E-mail: tumbul@iki.rssi.ru

Рассматриваются трёхмерные отражающие объекты для моделирования коэффициентов обратного рассеяния и экстинкции. В качестве таких объектов могут быть выбраны сфера, усечённый конус и сферический сегмент. Для этих фигур соотношение между базовыми коэффициентами можно смоделировать через отношение радиуса кривизны передней поверхности указанной фигуры к радиусу сечения рассеяния. Оптимальной в задаче калибровки сигнала обратного рассеяния считается идеальная схема зондирования, в которой оптические оси приёмного и передающего каналов параллельны или совпадают, а угловые размеры полей зрения равны угловому размеру зондирующего пучка. Для идеальных схем можно использовать перфорированные экраны, увеличивающие поле зрения и угловой размер пучка на заданную величину. Такие экраны позволяют определять поле зрения, угловой размер пучка, а также моделировать зависимость геометрического форм-фактора приёмного и передающего каналов от расстояния. Однако это не позволяет измерить коэффициент обратного рассеяния. Предлагается использовать отражающие сферы для калибровки сигнала обратного рассеяния. Это связано с известной угловой диаграммой направленности излучения, отражённого сферой. Интенсивность этого излучения сравнима с интенсивностью сигнала обратного рассеяния из атмосферы, в отличие от отражённых рассеивающими экранами сигналов. Получено выражение для коэффициента связи между обратным сигналом от рассеивающего слоя и коэффициентом обратного рассеяния.

Ключевые слова: коэффициент обратного рассеяния, коэффициент экстинкции, усечённый конус, сферический сегмент, эквивалентное сечение, проводящая сфера, перфорированный экран, рассеивающий слой, геометрический форм-фактор, лидар

Одобрена к печати: 15.08.2022

DOI: 10.21046/2070-7401-2022-19-4-328-334

Введение

Основные задачи дистанционного определения микроструктуры рассеивающих сред в оптическом диапазоне можно разделить на две категории. Первая категория использует методы решения некорректной обратной задачи (Veselovskii et al., 2002) для восстановления функции распределения частиц по размерам, а также действительной и мнимой частей коэффициента преломления. Такой подход использует значительный объём априорной информации об исследуемом объекте, что практически исключает метрологическое обеспечение результатов измерений по зондированию приземного слоя атмосферы. Это связано с тем, что частицы приземного слоя часто оказываются несферическими и характеризуются большим разнообразием по оптическим и физическим свойствам. Вторая категория заключается в дистанционном определении микроструктуры некоторой эквивалентной среды, которая выдаёт такие же базовые коэффициенты, как исследуемая среда. Эквивалентная среда состоит из монодисперсных непрозрачных отражающих частиц. Эквивалентной среде можно однозначно сопоставить как измеряемые базовые коэффициенты, коэффициент обратного рассеяния (КОР) и коэффициент экстинкции (КЭ), так и микроструктуру реальной среды. Задачи второй категории представляются перспективными для метрологического обеспечения дистанционных измерений. Метод эквивалентной среды может быть применим для полидисперсных и несферических частиц. Для нахождения эквивалентной среды предложено использовать экраны, полученные по изображениям частиц (Arumov, Bukharin, 2018). В двумерном

2d(n)-экране изображениям частиц соответствуют участки с максимальным пропусканием, а фону соответствуют непрозрачные участки. Поперечные искажения пучка, прошедшего через 2d(n)-экран, определяются первым и вторым моментами для функции распределения изображений частиц по площади поперечных сечений. Отношение второго и первого моментов для площади поперечных сечений частиц даёт эквивалентное сечение. Такая особенность приводит к тому, что вместо указанных моментов можно использовать ненормализованные моменты. Ненормализованный момент k -го порядка представляет собой сумму соответствующих степеней для сечений частиц. Следует отметить более широкий смысл термина «ненормализованный» по сравнению с термином «ненормированный». Например, для рассеивающих неоднородностей в виде невыпуклых фигур определить метод нормировки может быть проблематично. Коэффициент пропускания 2d-экрана, созданного по снимкам частиц, определяет ненормализованный момент первого порядка, угловое искажение пучка на выходе экрана зависит от эквивалентного сечения. Ненормализованные моменты высших порядков можно измерить по 3d-экранам (Arumov, Bukharin, 2018). 3d-экран представляет собой непрозрачный брусок с отверстиями. Сечения отверстий выступают изображениями частиц. Пропускание 3d-экрана даёт ненормализованный момент второго порядка. Последовательность 3d-экранов позволяет определить ненормализованные моменты высших порядков. Концентрацию частиц в рассеивающем слое можно оценить по коэффициенту пропускания и сечению эквивалентных частиц. В этом случае проблема нахождения микроструктуры рассеивающей среды дистанционными методами трансформируется в проблему разработки способов перехода как от измеряемых лидаром данных (КОР и КЭ) к эквивалентной среде, так и от микроструктуры реальной среды к эквивалентной среде. Однозначность таких переходов даёт метрологическое обеспечение измерений, так как эквивалентная среда может быть выбрана в качестве эталона. Для дистанционных измерений эквивалентных сечений могут применяться однопозиционные (ОПС) и двухпозиционные (ДПС) схемы зондирования. Схемы, у которых угловые размеры поля зрения (ПЗ) приёмного канала и зондирующего пучка совпадают, представляются идеальными (ИС) для измерений и калибровок. На базе таких схем можно проводить дистанционные измерения угловых искажений пучка, полей зрения, а также геометрического форм-фактора (ГФФ) приёмного и передающего каналов. Поперечные искажения пучка и ПЗ могут быть созданы с помощью перфорированных экранов. Перфорированный экран представляет собой непрозрачный экран с круглыми монодисперсными отверстиями либо отверстиями, полученными по изображениям частиц. В зависимости от размера отверстий можно проводить заданное увеличение угловых размеров прошедшего через экран зондирующего пучка и поля зрения приёмного канала. Следовательно, угловое искажение зондирующего пучка (ПЗ) может выступать в качестве индикатора поперечных размеров для изображений частиц. Появляется возможность для измерений эквивалентных сечений по изображениям частиц. Для ДПС с помощью этих экранов можно моделировать трассовую зависимость ГФФ приёмного и передающего каналов. Обратное утверждение также справедливо: по изменению ГФФ можно проводить измерения поперечных сечений для изображений частиц. Следующим шагом для описания эквивалентной среды становится использование КОР для интерпретации микроструктуры эквивалентной среды. Однако для его измерения необходима калибровка сигнала обратного рассеяния. В настоящей работе показаны преимущества ИС в задаче калибровки обратного сигнала с помощью отражающих сфер.

Эквивалентное сечение

Для рассеивающего слоя измеряемые величины КОР и КЭ можно смоделировать с помощью трёхмерных отражающих фигур в виде:

$$\beta = \frac{R_V^2(\beta)}{4}, \quad \alpha = Q\pi R_V^2(g), \quad (1)$$

где $R_V^2(\beta) = \sum_m \Lambda_m r_m(\beta)^2$, $QR_V^2(g) = \sum_m Q_m r_m(g)^2$, $m = 1, 2, \dots, N$; α — коэффициент экстинкции; $R_V(g)$ — суммарный радиус геометрического сечения трёхмерной фигуры для единицы объёма рассеивающего слоя (Арумов, Бухарин, 2021); $r_m(g)$ — радиус сечения экстинкции для частицы с номером m ; β — коэффициент обратного рассеяния; $R_V(\beta)$ — радиус передней поверхности трёхмерной фигуры; Q_m — фактор эффективности для m -й частицы; Q — усреднённое значение фактора эффективности для эквивалентных частиц для единицы объёма рассеивающего слоя; Λ_m — альbedo m -й частицы; $r_m(\beta)$ — радиус сечения рассеяния назад m -й частицы; N — количество частиц в единице объёма.

Выражение (1) — методическая основа для использования отражающей трёхмерной фигуры в виде сферы, усечённого конуса и сферического сегмента для описания сигнала обратного рассеяния. Указанными фигурами можно смоделировать практически любые лидарные сигналы. Сечения обратного рассеяния и экстинкции определяются как $\sigma(\beta) = 2\pi\beta = \pi R_\beta^2/2$ и $\sigma(\alpha) = 2\pi R_g^2$ соответственно. Для частиц с $r > \lambda$ отношение КЭ и КОР можно выразить через отношение радиусов R_g и R_β как

$$G = \frac{\alpha}{8\pi\beta} = \frac{QR_V^2(g)}{2R_V^2(\beta)} = \frac{R_g^2}{R_\beta^2}. \quad (2)$$

Для сферических частиц $G = 1$; для изотропно рассеивающего диска $G = 0,5$; для диска с Ламбертовой диаграммой рассеяния $G = 0,25$; для молекулярного рассеяния $G = 0,33$. R_g — суммарный радиус геометрического сечения для единицы объёма рассеивающей среды; R_β — суммарный радиус передней поверхности для единицы объёма рассеивающей среды. Отметим, что практически любой сфере с альbedo меньше единицы всегда можно сопоставить трёхмерную фигуру в виде усечённого конуса.

Таким образом, в выражениях (1) и (2) альbedo однократного рассеяния включено в радиус кривизны передней поверхности рассеивающей частицы. Кроме того, при $r > \lambda$ значение $Q/2$ близко к 1. Такой подход приводит к уменьшению набора величин для описания микроструктуры рассеивающей частицы. Это даёт основание для замены частиц реальной среды монодисперсными эквивалентными частицами.

Проводящая сфера характеризуется минимальным набором параметров, так как для неё $R_g = R_\beta$, $G = Q/2 = 1$. Это становится основанием для выбора проводящей сферы для калибровки сигнала обратного рассеяния зондирующей системой с ИС.

Калибровка для измерения КОР с использованием отражающей сферы

Ранее для зондирования приземного слоя атмосферы предложен миниатюрный, безопасный для глаз лидар с идеальной коаксиальной схемой зондирования, работающий в режиме счёта фотонов (Bukharin et al., 2016). Положение оптической оси лидара можно найти по максимальной частоте срабатываний приёмника от точечного источника света. Установим отражающую сферу с радиусом R на оптической оси лидара вместо точечного источника света. Тогда максимальная частота срабатываний приёмника от отражённого сферой светового пучка будет пропорциональна дифференциальному сечению рассеяния назад:

$$n_R(z_1) = \frac{I_0 k_1 d\sigma_\pi}{d\Omega}, \quad (3)$$

где $d\sigma_\pi/d\Omega = R^2/4$; $n_R(z_1)$ — частота срабатываний для сигнала обратного рассеяния от передней поверхности проводящей сферы, находящейся на расстоянии z_1 ; k_1 — коэффициент, связывающий регистрируемую частоту срабатываний приёмника с дифференциальным сечением рассеяния назад $d\sigma_\pi/d\Omega$; I_0 — интенсивность излучения зондирующего импульса вблизи оптической оси пучка. В выражении (3) учтено, что дифференциальное сечение рассеяния для отражающей сферы в направлении назад равно $R^2/4$. Отметим, что если величина $n_R(z_1)$

измерена для одной точки трассы, то для ИС с помощью перфорированных экранов можно определить $n_R(z)$ для любой точки трассы.

Сигнал обратного рассеяния от состоящего из монодисперсных частиц уединённого слоя толщиной Δz составит:

$$\Delta n_\beta(z) = I_0 k_2(z) \beta(z) S_r \Delta z, \quad (4)$$

где $\beta(z) = n_p(z) \frac{d\sigma_\pi}{d\Omega}$; $n_\beta(z)$ — частота срабатываний приёмника для сигнала обратного рассеяния от слоя толщиной Δz , находящегося на расстоянии z от лидара; $k_2(z)$ — коэффициент, связывающий регистрируемую частоту срабатываний приёмника с мощностью рассеянного назад сигнала; S_r — ограниченная полем зрения приёмного канала площадь вблизи слоя; $\beta(z)$ — коэффициент обратного рассеяния внутри слоя; $n_p(z)$ — концентрация частиц внутри слоя; $d\sigma_\pi/d\Omega$ — дифференциальное сечение рассеяния назад на отдельной частице.

Связь между коэффициентами пропорциональности для ИС имеет простой вид $k_2 = 0,25k_1$. Качественно данный вывод можно наглядно проиллюстрировать с помощью принципа обратимости лучей. С одной стороны, если приёмный канал имеет поле зрения ϕ_0 , то установка экрана, увеличивающего поле зрения в 2 раза, приведёт к уменьшению измеряемого сигнала от точечного источника в 4 раза. С другой стороны, согласно принципу обратимости лучей, эта схема эквивалентна схеме, для которой угловой размер источника становится равным угловому размеру поля зрения.

С учётом связи между коэффициентами k_1 и k_2 определяем отношение для выражений (3) и (4):

$$\frac{\Delta n_\beta(z)}{n_R} = \frac{\beta(z) S_r \Delta z}{R^2}, \text{ или } \beta(z) = \frac{\Delta n_\beta(z)}{\Delta z} \cdot \frac{1}{n_R(z)} \cdot \frac{R^2}{S_r}. \quad (5)$$

Выражение (5) представляется наиболее простой формой для калибровки обратного сигнала, измеренного зондирующей схемой с ИС. Поле зрения S_r на некотором расстоянии может быть измерено посредством стандартных перфорированных экранов (Arumov, Bukharin, 2018). Стандартный перфорированный экран вносит заданное увеличение угловых размеров пучка (поля зрения) и представляет собой экран с монодисперсными отверстиями. Для всех остальных величин характерны прямые схемы измерений.

Выражению (5) можно дать наглядную интерпретацию. Например, КОР можно представить в виде $R_V^2(\beta)/4$ при замене всех рассеивающих частиц единицы объёма одной отражающей сферой. Значение R_V^2 представляет собой отношение квадрата радиуса калиброванной проводящей сферы R^2 к объёму $S_r \Delta z$. Тогда отношение (5) преобразуется к виду:

$$\frac{R_V^2(\beta)}{4} = 4 \frac{\Delta n_\beta(z)}{n_R(z)} \cdot \frac{R_V^2}{4}, \text{ или } \sigma_\pi(R_V(\beta)) = 4 \frac{\Delta n_\beta(z)}{n_R(z)} \sigma_\pi(R_V). \quad (6)$$

Первая зависимость в выражении (6) даёт связь между дифференциальными сечениями рассеяния назад для единицы объёма рассеивающей среды $R_V(\beta)^2/4$ (объёмный КОР) и сферы $R_V^2/4$. Вторая зависимость в выражении (6) получена умножением обеих частей первой зависимости на множитель 2π . Это даёт соотношение между сечениями обратного рассеяния для единицы объёма рассеивающей среды $\sigma_\pi(R_V)$ и сферы R_V . Соотношение между геометрическими сечениями частиц для единицы объёма рассеивающего слоя и сферы R_V можно оценить, умножив обе части первого равенства в выражении (6) на множитель 4π . Соотношение между полными сечениями рассеяния частиц для единицы объёма рассеивающего слоя и сферы R_V можно оценить, умножив обе части первого равенства в выражении (6) на множитель 8π .

Из соотношений (6) следует выражение для КОР в виде:

$$\beta = k \Delta n_\beta(z), \quad (7)$$

где $k = R_V^2/n_R(z)$.

Системы с ИС обладают преимуществами для калибровки сигнала обратного рассеяния. Для этих целей можно использовать как калиброванные плоские поверхности с известной угловой диаграммой рассеяния, так и проводящие сферы. Изготовление стандартных рассеивающих поверхностей с заданной диаграммой рассеяния — сложная техническая задача. Кроме того, сигнал обратного рассеяния от указанных поверхностей на несколько порядков больше соответствующего сигнала от рассеивающего слоя. Использование ослабляющих фильтров (аттенуаторов) может привести к искажению ГФФ приёмного канала и зондирующего пучка. Применение отражающих сфер даёт возможность регистрировать обратный сигнал, сравнимый по величине с сигналом обратного рассеяния из атмосферы. Действительно, в оптическом диапазоне длин волн коэффициент обратного рассеяния для молекулярной атмосферы составляет величину на уровне $10^{-7} \text{ м}^{-1} \cdot \text{стр}^{-1}$. Эту величину можно смоделировать находящейся в единице объёма отражающей сферой радиусом $(4 \cdot 10^{-7})^{0,5} \sim 6,3 \cdot 10^{-4} \text{ м}$. Для приземного слоя атмосферы КОР составляет величину на уровне $10^{-5} \text{ м}^{-1} \cdot \text{стр}^{-1}$, что соответствует сфере радиусом $6,3 \cdot 10^{-3}$ (6,3 мм). Сфере радиусом 1 см соответствует КОР на уровне $2,5 \cdot 10^{-5} \text{ м}^{-1} \cdot \text{стр}^{-1}$. Зондируемый объём определяется полем зрения, которое измеряется посредством перфорированных экранов, и пространственным разрешением вдоль линии зондирования Δz . Изготовление отражающих сфер не представляет значительных технических трудностей. Для ИС достаточно получить сигнал от сферы в одной точке для полной калибровки ИС. При этом для определения формы обратного сигнала из однородной атмосферы (предварительная калибровка) могут быть также использованы стандартные перфорированные экраны.

В качестве примера рассмотрим зондирование слоя на трассе с фиксированной дальностью. Пусть для указанного слоя измерен КОР, коэффициент ослабления и сечение эквивалентной частицы. В этом случае эквивалентная концентрация оценивается как отношение коэффициента ослабления к эквивалентному сечению. Появляется возможность определить дифференциальное сечение рассеяния назад на отдельной эквивалентной частице как отношение КОР к эквивалентной концентрации. В этом случае концентрацию эквивалентных частиц можно находить по КОР. Такая же ситуация характерна для коэффициента ослабления. Если известно эквивалентное сечение для одной частицы, то по коэффициенту ослабления можно определить концентрацию эквивалентных частиц в слое. Таким образом, если известен сигнал обратного рассеяния для зондируемого слоя и коэффициент пропускания, то возможны два способа измерения концентрации эквивалентных частиц внутри слоя. Первый использует дифференциальное сечение рассеяния назад на эквивалентной частице и КОР. Второй способ использует эквивалентное сечение для рассеивающих частиц в слое и КЭ.

Обсуждение результатов

Идеальная коаксиальная схема, в которой поле зрения и угловой размер пучка одинаковы, имеет ряд преимуществ в задаче калибровки обратного сигнала для измерения КОР. Для таких схем ГФФ близок к 0,25 на расстояниях, превышающих длину ближней зоны (зоны формирования поля зрения и углового размера пучка). Для отражающих сфер дифференциальное сечение рассеяния назад составляет $R^2/4$, где R — радиус сферы. Обратный сигнал от таких сфер может быть сопоставим с обратным сигналом из атмосферы. Это позволяет использовать такие сферы в задаче калибровки обратного сигнала для измерения КОР без использования аттенуаторов. Модели с отражающими сферами могут быть также использованы на стадии первичной интерпретации сигнала обратного рассеяния. Например, КОР на уровне $10^{-4} \text{ м}^{-1} \cdot \text{стр}^{-1}$ можно сопоставить сферу радиусом $\sim 2 \text{ см}$. Для калибровки лидаров обратного рассеяния используются рассеивающие поверхности с известными диаграммами направленности отражённого излучения и коэффициентом отражения (Kavaa et al., 1983). Этот метод требует использования аттенуаторов, так как обратный сигнал от таких поверхностей на несколько порядков больше обратного сигнала из атмосферы. Использование аттенуаторов может привести к искажению трассовой зависимости ГФФ приёмного и передающего каналов.

Заключение

Предложен способ калибровки сигнала обратного рассеяния для коаксиальных ИС с помощью трёхмерных отражающих сфер из проводника. Проводящей сферой может быть смоделирован сигнал обратного рассеяния из атмосферы. Динамические диапазоны обратных сигналов из атмосферы и от сферы сопоставимы друг с другом. Получено выражение для коэффициента, связывающего сигнал обратного рассеяния с КОР. Преимущество использования сфер заключается в возможности применения схем калибровок без установки attenuаторов. Обсуждаемый метод калибровки сигнала обратного рассеяния может быть перспективным для использования в лидарах с предельно малым безопасным для глаз уровнем зондирующего излучения и с приёмным каналом, работающим в режиме счёта фотонов.

Работа выполнена в рамках программы «Мониторинг» (госрегистрация № 122042500031-8).

Литература

1. Арумов Г. П., Бухарин А. В. Использование специальных экранов, моделирующих рассеянное в среде излучение, для измерения эквивалентного поперечного сечения частиц // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2021. Т. 18. № 3. С. 298–306. DOI: 10.21046/2070-7401-2021-18.
2. Arumov G. P., Bukharin A. V. Three-dimensional screens for measuring non-normalized moments // Measurement Techniques. 2018. V. 61. No. 9. P. 908–913. DOI: 10.1007/s11018-018-1523-1.
3. Bukharin A. V., Arumov G. P., Blikh Yu. M., Makarov V. S., Turin A. V. Modulation of diode laser radiation for the formation of a distance-independent backscattered signal // Quantum Electronics. 2016. V. 46. No. 10. P. 877–882. <https://doi.org/10.1070/QEL16009>.
4. Kavaya M. J., Menzies R. T., Haner D. A., Oppenheim U. P., Flamant P. H. Target reflectance measurements for calibration of lidar atmospheric backscatter data // Applied Optics. 1983. V. 22. No. 17. P. 2619–2628. <https://doi.org/10.1364/AO.22.002619>.
5. Veselovskii I., Kolgotin A., Griaznov V., Muller D., Wandinger U., Whiteman D. N. Inversion with regularization for the retrieval of tropospheric aerosol parameters from multiwavelength lidar sounding // Applied Optics. 2002. V. 41. No. 18. P. 3685–3699. <https://doi.org/10.1364/AO.41.003685>.

Three-dimensional reflecting objects in the problem of modeling a lidar signal from a scattering layer

G. P. Arumov, A. V. Bukharin, V. S. Makarov

Space Research Institute RAS, Moscow 117997, Russia
E-mail: tumbul@iki.rssi.ru

Three-dimensional reflecting objects are considered for modeling the backscatter and extinction coefficients. Sphere, truncated cone and spherical segment can be selected as such objects. For these figures, the relationship between the base coefficients can be modeled through the ratio of the radius of curvature of the front surface of the specified figure to the radius of the scattering section. The ideal probing scheme in which the optical axes of the receiving and transmitting channels are parallel or coincide, and the angular dimensions of the fields of view are equal to the angular dimensions of the probing beam is optimal in the problem of backscattering signal calibration. For ideal schemes, one can use perforated screens that increase the field of view and the angular size of the beam by a given value. Such screens make it possible to determine the field of view, the angular size of the beam, and also to simulate the dependence of the geometric form-factor of the receiving and transmitting channels on the distance. However, this does not allow measurement of the backscatter coefficient. It is

proposed to use reflective spheres to calibrate the backscatter signal. This is due to the known angular pattern of radiation reflected by the sphere. The intensity of this radiation is comparable to the intensity of the backscatter signal from the atmosphere, in contrast to the signals reflected by scattering screens. An expression is obtained for the coupling coefficient between the return signal from the scattering layer and the backscattering coefficient.

Keywords: backscattering coefficient, extinction coefficient, truncated cone, spherical segment, equivalent cross section, conducting sphere, perforated screen, scattering layer, geometric form-factor, lidar

Accepted: 15.08.2022

DOI: 10.21046/2070-7401-2022-19-4-328-334

References

1. Arumov G. P., Bukharin A. V., Use of special screens simulating scattered radiation by a medium to measure the equivalent cross-section of particles, *Sovremennye problemy distantsionnogo zondirovaniya Zemli iz kosmosa*, 2021, Vol. 18, No. 3, pp. 298–306 (in Russian), DOI: 10.21046/2070-7401-2021-18.
2. Arumov G. P., Bukharin A. V., Three-dimensional screens for measuring non-normalized moments, *Measurement Techniques*, 2018, Vol. 61, No. 9, pp. 908–913, DOI: 10.1007/s11018-018-1523-1.
3. Bukharin A. V., Arumov G. P., Blikh Yu. M., Makarov V. S., Turin A. V., Modulation of diode laser radiation for the formation of a distance-independent backscattered signal, *Quantum Electronics*, 2016, Vol. 46, No. 10, pp. 877–882, <https://doi.org/10.1070/QEL16009>.
4. Kavaya M. J., Menzies R. T., Haner D. A., Oppenheim U. P., Flamant P. H., Target reflectance measurements for calibration of lidar atmospheric backscatter data, *Applied Optics*, 1983, Vol. 22, No. 17, pp. 2619–2628, <https://doi.org/10.1364/AO.22.002619>.
5. Veselovskii I., Kolgotin A., Griaznov V., Muller D., Wandinger U., Whiteman D. N., Inversion with regularization for the retrieval of tropospheric aerosol parameters from multiwavelength lidar sounding, *Applied Optics*, 2002, Vol. 41, No. 18, pp. 3685–3699, <https://doi.org/10.1364/AO.41.003685>.