# Ассимиляция спутниковых данных поверхностной концентрации хлорофилла *а* в Азовском море

## В.С. Кочергин, С.В. Кочергин

### Морской гидрофизический институт РАН, Севастополь, 299011, Россия E-mail: vskocher@gmail.com

Одной из основных проблем при использовании спутниковых данных о пространственных примесях в верхнем слое моря выступают помехи, создаваемые, например, облачностью или различными аэрозолями, продуктами горения и т.д. Часто эти помехи могут прерывать поступление данных о состоянии поверхности моря. Поэтому задача определения значений концентрации для областей с отсутствующей информацией (анел. gap filling) считается важной и актуальной. Для решения такой задачи может быть применён вариационный алгоритм ассимиляции данных измерений на некотором промежутке времени в модели переноса исследуемой примеси. С помощью информации для различных моментов времени на данном промежутке времени и используемой модели в качестве пространственно-временного интерполянта можно получить решение, согласованное с данными измерений и с самой моделью. В настоящей работе за счёт идентификации начального поля концентрации при минимизации квадратичного функционала качества прогноза мы получаем решение для всего промежутка времени. Для построения градиента функционала в пространстве параметров используется решение соответствующей сопряжённой задачи, а для нахождения итерационного параметра решается задача в вариациях. При проведении численных экспериментов использовались реальные данные о концентрации хлорофилла а, информация о ветровом воздействии над Азовским морем (http://dvs.net.ru/mp/data/201507vw.shtml) и облачности (worldview.earthdata.nasa.gov). При помощи модели циркуляции Азовского моря в сигма-координатах были получены поля течений, коэффициенты турбулентной диффузии при северном и северо-западном ветровом воздействии, которое преобладало в наблюдаемый период времени. Полученные модельные поля использовались в качестве входной информации для модели переноса пассивной примеси. В результате работы вариационной процедуры ассимиляции данных измерений найденные поля концентрации для используемого промежутка времени (пять суток) согласованны с данными измерений и с моделью переноса. Такое согласование обусловлено минимизацией функционала при используемых ограничениях.

**Ключевые слова:** спутниковые данные, концентрация хлорофилла *a*, модель переноса, Азовское море, сопряжённые уравнения

Одобрена к печати: 15.02.2023 DOI: 10.21046/2070-7401-2023-20-1-76-83

## Введение

Методы дистанционного зондирования поверхности моря позволяют получать достаточно оперативную и достоверную информацию о концентрации взвешенного вещества или о концентрации хлорофилла в верхнем слое моря. Наличие такой информации даёт представление об экологической обстановке в исследуемом районе. Часто в пространственно-временной структуре таких данных имеются пропуски, что обусловлено, например, наличием облачности. Современные математические модели распространения тех или иных примесей в море существенным образом зависят от используемой информации при их реализации (Иванов, Фомин, 2008; Фомин, 2002; Blumberg, Mellor, 1987). Использование методов усвоения данных измерений (Марчук, 1982; Marchuk, Penenko, 1978) позволяет за счёт ассимиляции всей доступной информации на некотором промежутке времени получать оценки полей концентрации, согласованные с самой моделью и с данными измерений. Подробный обзор вариационных методов ассимиляции данных измерений представлен в работе (Shutyaev, 2019). Идентификация входных параметров модели повышает достоверность прогнозируемых величин. Вариационные алгоритмы ассимиляции данных измерений основаны на итерацион-

ной минимизации квадратичного функционала качества прогноза и построении градиента функционала за счёт решения сопряжённых задач. Решение задачи в вариациях используется при определении итерационного параметра при осуществлении спуска в пространстве параметров. Следует отметить, что модель переноса линейна и такие ограничения не меняют выпуклости общего функционала, что гарантирует единственность его минимума.

### Модель переноса

Модель переноса пассивной примеси в Азовском море в σ-координатах имеет вид:

$$\frac{\partial DC}{\partial t} + \frac{\partial DUC}{\partial x} + \frac{\partial DVC}{\partial y} + \frac{\partial WC}{\partial \sigma} = \frac{\partial}{\partial x} A_H \frac{\partial DC}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} A_H \frac{\partial DC}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial \sigma} \cdot \frac{K_H}{D} \cdot \frac{\partial C}{\partial \sigma}$$
(1)

с краевыми условиями:

$$\Gamma : \frac{\partial C}{\partial n} = 0, \quad \sigma = 0 : \frac{\partial C}{\partial \sigma} = 0, \quad \sigma = -1 : \frac{\partial C}{\partial \sigma} = 0$$
(2)

и начальными данными:

$$C(x, y, \sigma, 0) = C_0(x, y, \sigma), \tag{3}$$

где *С* — концентрация примеси;  $A_H$  и  $K_H$  — соответствующие коэффициенты турбулентной диффузии в горизонтальном и вертикальном направлениях; *U*, *V*, *W* — компоненты поля скорости; D(x, y) — динамическая глубина;  $\sigma$  — вертикальная координата ( $\sigma = 0$  на поверхности,  $\sigma = 1$  на дне);  $\Gamma$  — граница области *M*; *M* — область интегрирования модели;  $M_I = M \times [0, T]$ .

#### Вариационный алгоритм усвоения данных измерений

Задача ассимиляции данных измерений  $C_{_{\rm ИЗM}}$  сводится к минимизации квадратичного функционала:

$$I_{0} = \frac{1}{2} \Big( P \Big( R C_{t_{k}} - C_{t_{k}}^{\text{M3M}} \Big), P \Big( R C_{t_{k}} - C_{t_{k}}^{\text{M3M}} \Big) \Big|_{M_{t}},$$
(4)

где P — оператор восполнения нулями поля невязок прогноза при отсутствии данных измерений; R — оператор проектирования решения модели в точки, в которых были проведены измерения, концентрация служит решением модели (1)—(3),  $t_k \in [0,T]$ , а скалярное произведение определяется стандартным способом. В силу метода множителей Лагранжа минимизация (4) эквивалентна поиску экстремума следующего функционала:

$$I = I_{0} + \left[\frac{\partial DC}{\partial t} + \frac{\partial DUC}{\partial x} + \frac{\partial DVC}{\partial y} + \frac{\partial WC}{\partial \sigma} - \frac{\partial}{\partial x}A_{H}\frac{\partial DC}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial y}A_{H}\frac{\partial DC}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial \sigma}\cdot\frac{K}{D}\cdot\frac{\partial C}{\partial \sigma}, C^{*}\right]_{M_{t}} + \left[\frac{\partial C}{\partial n}, C^{*}\right]_{\Gamma} + \left[C\Big|_{t=0} - C_{0}, C^{*}\Big|_{t=0}\right]_{M}.$$
(5)

Записывая вариацию функционала (5) и интегрируя по частям с учётом краевых условий и аналога уравнения неразрывности в о-координатах, получим в случае инициализации начального поля:

$$\delta I = (\delta C_0, C^*)_M,$$

где  $C^*$  — множители Лагранжа, которые выбираются из решения следующей сопряжённой задачи:

$$-\frac{\partial DC^{*}}{\partial t} - \frac{\partial DUC^{*}}{\partial x} - \frac{\partial DVC^{*}}{\partial y} - \frac{\partial WC^{*}}{\partial \sigma} - D\frac{\partial}{\partial x}A_{H}\frac{\partial C^{*}}{\partial x} - D\frac{\partial}{\partial y}A_{H}\frac{\partial C^{*}}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial \sigma}\cdot\frac{K}{D}\cdot\frac{\partial C^{*}}{\partial \sigma} = -P\left(RC_{t_{k}} - C_{t_{k}}^{\text{M3M}}\right),$$
$$\Gamma:\frac{\partial C^{*}}{\partial n} = 0, \quad \sigma = 0:\frac{\partial C}{\partial \sigma} = 0, \quad \sigma = -1:\frac{\partial C}{\partial \sigma} = 0, \quad t = T:C^{*} = 0.$$

Из условия стационарности функционала  $\delta I = 0$  и определения градиента функционала имеем:

$$\nabla_{C_0} I = C^*(x, y, \sigma, 0).$$

В направлении этого градиента осуществляется итерационный спуск. Следующее приближение начального распределения ищется итерационно по формуле:

$$C_0^{n+1} = C_0^n + \tau \nabla_{C_0} I, \tag{6}$$

где т — итерационный параметр, который определяется с учётом решения соответствующей задачи в вариациях.

#### Результаты численных экспериментов

Численные расчёты проводились на основе баротропного варианта модели (Фомин, 2002) для акватории Азовского моря с реальным рельефом дна и ветровым воздействием, которое характеризуется в основном ветрами северных румбов со значениями порядка 5 м/с (http://dvs. net.ru/mp/data/201507vw.shtml — оперативная система комплексного мониторинга морских акваторий, океанологический сайт Морского гидрофизического института РАН (морской портал), обеспечивающий потенциальным потребителям непосредственный доступ к диагностическим, прогностическим и архивным данным). Полученные поля течений и коэффициенты турбулентной использовались в качестве входной информации при интегрировании модели переноса пассивной примеси на срок 5 сут. В модели использовались следующие значения шагов: по времени —  $\Delta t = 240$  с и по пространству —  $\Delta x = 0.78$  км,  $\Delta y = 1.125$  км. В модели применяется расчётная сетка в о-координатах с 15 горизонтами по вертикали. Динамические поля, полученные по данной модели, использовались в работах для реализации тестовых расчётов по идентификации входных параметров модели переноса Азовского моря. Алгоритм вариационной идентификации мощности источника подробно описан в работе (Кочергин, Кочергин, 2015). В исследовании (Кочергин и др., 2017) на тестовом примере произведена апробация алгоритма и проведено сравнение полученных результатов со спутниковыми данными.

Часто отдельные области моря могут быть закрыты облачностью частично или полностью. Например, на *puc. 1* (см. с. 79) (03.08.2021) вся западная часть Азовского моря практически полностью закрыта облаками, а 06.08.2021 отдельные облака находятся над акваторией моря в момент съёмки, что приводит к соответствующим пропускам в данных о концентрации хлорофилла *a* (http://dvs.net.ru/mp/data/201507vw.shtml), которые мы и будем ассимилировать в модели переноса. Используемая информация относится к одному и тому же моменту времени, поэтому суточный ход не рассматривается. *Рисунки 1, 2* (см. с. 79) характеризуют концентрацию взвешенного вещества в верхнем слое моря. По этим снимкам удобно судить о наличии облачности и максимумов в поле концентрации взвешенного вещества, что позволяет идентифицировать зоны, закрытые облачностью, и не отфильтровывать информацию в области максимальных значений. Используемые в расчётах данные представлены на *рис. 3–5* (см. с. 80). Из рисунков видна корреляция между пропусками в данных (отмечены на рисунках белым цветом) и областями, закрытыми облачностью. Данные, представленные на *рис. 3–5*, получены преобразованием файлов формата tiff из базы данных (http://dvs.net.ru/ mp/data/201507vw.shtml) в удобную форму для использования в программном коде ассимиляции. Следует отметить, что отсутствие плотной облачности не гарантирует получение устойчивого сигнала для расшифровки, что приводит к пропускам в данных.

Например, информация о концентрации хлорофилла 4 и 5 августа на сайте вообще отсутствует, а облачность над акваторией моря практически не развита (worldview.earthdata.nasa. gov — инструмент для интерактивного просмотра и взаимодействия с глобальными ежедневными спутниковыми снимками в режиме реального времени). При ассимиляции информации за 3 и 6 августа получаем поле концентрации практически для всей поверхности моря, кроме небольшой области мористее Керченского п-ова. В случае ассимиляции дополнительно достаточно полных данных за 2 августа мы получаем поле концентрации, изображённое на *рис. 6* (см. с. 81).



Рис. 1. Концентрация взвешенного вещества; 3 августа 2021 г.



Рис. 2. Концентрация взвешенного вещества; 6 августа 2021 г.



*Рис. 3.* Концентрация хлорофилла *а*, мг·м<sup>-3</sup>; 3 августа 2021 г.



*Рис. 4*. Концентрация хлорофилла *а*, мг·м<sup>-3</sup>; 6 августа 2021 г.





*Рис. 6.* Начальное поле концентрации хлорофилла *а*, мг·м<sup>-3</sup>; 1 августа 2021 г.

Практически вся акватория Азовского моря освещена информацией, в том числе и в Таганрогском зал. Поле в целом характеризуется наличием повышенной концентрации вдоль Арабатской стрелки, в районе косы Долгой и особенно в Таганрогском зал., что, в общем, согласуется с имеющимися данными на 1 августа по данным MODIS (*анел*. Moderate Resolution Imaging Spectroradiometer). На *рис.* 7 представлено поле концентрации хлорофилла *а* на эту дату.



*Рис.* 7. Концентрация хлорофилла a, мг·м<sup>-3</sup>; 1 августа 2021 г.

Поле, изображённое на *рис.* 6, более гладкое, чем данные измерений, в силу того, что оно получено как композит решений сопряжённых задач, обладающих определённой вязкостью.

Поле, представленное на *рис. 6*, найдено в результате итераций (6) при минимизации функционала (4) при ограничениях, накладываемых самой моделью. Падение функционала качества прогноза, нормированного на своё первоначальное значение, изображено на *рис. 8* (см. с. 82).

Из рисунка видно, что процесс поиска решения характеризуется достаточно быстрым падением нормированного функционала на первых итерациях. На скорость сходимости влияют различные факторы: это и коэффициенты турбулентной диффузии, и интервал времени, на котором решается задача.



Рис. 8. Падение нормированного функционала

Оставшиеся невязки прогноза обусловлены, по всей видимости, неадекватностью модели по отношению к данным измерений и динамическим процессам, происходящим в реальности. Последнее зависит как от самой численной модели, так и от используемой в ней информации. Далее, имея начальное поле, согласованное с усваиваемой информацией и моделью, можно получать поля для всего интервала времени, на котором решается задача. Отметим, что использованный подход позволяет

идентифицировать не только начальные поля, но и другие параметры модели. При помощи этих параметров можно повысить адекватность модели процессам, происходящим в море. Проведённые численные эксперименты показали надёжную работу вариационного алгоритма идентификации входных параметров численного моделирования.

Работа выполнена в рамках государственного задания по теме FNNN-2021-0005 «Комплексные междисциплинарные исследования океанологических процессов, определяющих функционирование и эволюцию экосистем прибрежных зон Чёрного и Азовского морей» (шифр «Прибрежные исследования»).

## Литература

- 1. *Иванов В.А., Фомин В.В.* Математическое моделирование динамических процессов в зоне моресуша. Севастополь: ЭКОСИ-гидрофизика, 2008. 363 с.
- 2. *Кочергин В. С., Кочергин С. В.* Идентификация мощности источника загрязнения в Казантипском заливе на основе применения вариационного алгоритма // Морской гидрофиз. журн. 2015. № 2. Р. 79–88. DOI: 10.22449/0233-7584-2015-2-79-88.
- 3. *Кочергин В. С., Кочергин С. В., Станичный В. С.* Использование метода сопряженных уравнений при идентификации источников загрязнений в Азовском море // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2017. Т. 14. № 1. С. 50–57. DOI: 10.21046/2070-7401-2017-14-1-50-57.
- 4. Марчук Г.И. Математическое моделирование в проблеме окружающей среды. М.: Наука, 1982. 320 с.
- 5. *Фомин В. В.* Численная модель циркуляции вод Азовского моря // Науч. тр. УкрНИГМИ. 2002. Вып. 249. С. 246–255.
- 6. *Blumberg A. F., Mellor G. L.* A description of the three-dimensional coastal ocean circulation model // Three-dimensional coastal ocean models / ed. Heaps N. American Geophysical Union. Washington, DC, 1987. V. 4. P. 1–16. https://doi.org/10.1029/CO004p0001.
- 7. *Marchuk G. I., Penenko V. V.* Application of optimization methods to the problem of mathematical simulation of atmospheric processes and environment // Modelling and Optimization of Complex Systems: Proc. IFIP-TC7 Working Conf. N. Y.: Springer, 1978. P. 240–252.
- Shutyaev V. P. Methods for Observation Data Assimilation in Problems of Physics of Atmosphere and Ocean // Izvestiya, Atmospheric and Oceanic Physics. 2019. V. 55. P. 17–31. DOI: 10.1134/ S0001433819010080.

# Assimilation of satellite data on surface chlorophyll *a* concentration in the Azov Sea

# V.S. Kochergin, S.V. Kochergin

## Marine Hydrophysical Institute RAS, Sevastopol 299011, Russia E-mail: vskocher@gmail.com

One of the main problems in using satellite data on the spatial structure of impurities in the upper layer of the sea is interference caused by various reasons, for example, by clouds or various aerosols, combustion products, etc. Often such interference can interrupt the receipt of data on the sea surface state. Therefore, the task of determining concentration values for areas with missing information (gap filling) is important and relevant. To solve such a problem, a variational algorithm for assimilation of measurement data over a certain period of time in the transport model of the impurity under study can be applied. On the basis of information for various time points at a given time interval and the model used as a space-time interpolant, it is possible to obtain a solution consistent both with the measurement data and with the model. In this paper, by identifying the initial concentration field while minimizing the quadratic prediction quality functional, we obtain a solution for the entire time interval. To construct the gradient of the functional in the parameter space, the solution of the corresponding conjugate problem is used, and to find the iterative parameter, the problem is solved in variations. When conducting numerical experiments, real data on concentration of chlorophyll a, the information on wind effects over the Sea of Azov (http://dvs.net.ru/mp/data/201507vw.shtml) and clouds (worldview. earthdata.nasa.gov) was used. Using the circulation model of the Sea of Azov in sigma coordinates, the fields of currents, the coefficients of turbulent diffusion under the north and north-west wind, which prevailed in the observed time period, were obtained. The obtained model fields were used as input information for the passive impurity transfer model. As a result of the variational procedure of assimilation of measurement data, the concentration fields found for the time interval used (five days) are consistent with the measurement data and with the transfer model. Such agreement is due to the minimization of the functional under the restrictions used.

Keywords: satellite data, chlorophyll *a* concentration, transport model, Azov Sea, the adjoint equation

Accepted: 15.02.2023 DOI: 10.21046/2070-7401-2023-20-1-76-83

## References

- 1. Ivanov V.A., Fomin V.V., *Matematicheskoe modelirovanie dinamicheskikh protsessov v zone more-susha* (Mathematical modeling of dynamic processes in the area of the Sea-Earth), Sevastopol: EKOSI-gidro-fizika, 2008, 363 p. (in Russian).
- 2. Kochergin V.S., Kochergin S.V., Identification of a pollution source power in the Kazantip Bay using the variational algorithm, *Physical Oceanography*, 2015, Issue 2, pp. 69–76, DOI: 10.22449/1573-160X-2015-2-69-76.
- 3. Kochergin V.S., Kochergin S.V., Stanichny S.V., Identification of pollution sources in the Sea of Azov using the adjoint equation method, *Sovremennye problemy distantsionnogo zondirovaniya Zemli iz kosmosa*, 2017, Vol. 14, No. 1, pp. 50–57 (in Russian), DOI: 10.21046/2070-7401-2017-14-1-50-57.
- 4. Marchuk G.I., *Matematicheskoe modelirovanie v probleme okruzhayushchei sredy* (Mathematical modeling in environmental problem), Moscow: Nauka, 1982, 320 p. (in Russian).
- 5. Fomin V.V., Numerical circulation model of the Azov Sea water, *Nauchnyie trudyi UkrNIGMI*, 2002, Issue 249, pp. 246–255 (in Russian).
- Blumberg A. F., Mellor G. L., A description of the three-dimensional coastal ocean circulation model, In: *Three-dimensional coastal ocean models*, Heaps N. (ed.), American Geophysical Union, Washington, DC, 1987, Vol. 4, pp. 1–16. https://doi.org/10.1029/CO004p0001.
- Marchuk G. I., Penenko V. V., Application of optimization methods to the problem of mathematical simulation of atmospheric processes and environment, *Modelling and Optimization of Complex Systems: Proc. IFIP-TC7 Working Conf.*, New York: Springer, 1978, pp. 240–252.
- 8. Shutyaev V. P., Methods for Observation Data Assimilation in Problems of Physics of Atmosphere and Ocean, *Izvestiya, Atmospheric and Oceanic Physics*, 2019, Vol. 55, pp. 17–31, DOI: 10.1134/S0001433819010080.