Масштабная статистика долин, найденных по цифровой модели рельефа. Модифицированные законы Хортона

А. А. Златопольский

Институт космических исследований РАН, Москва, 117997, Россия
E-mail: aazlat@gmail.com

Продолжаем публиковать результаты статистических исследований сетей тальвегов (линий водотоков), построенных по цифровым моделям рельефа. Называем эти сети М-сетями. Исследовался участок Дальнего Востока размером около 0,5 млн км^2. Учитывались водотоки с площадью водосбора от 1 до 3000 км^2. М-сеть разбивали на участки с площадью водосбора в определённых интервалах. Эти интервалы были меньше (иногда в десятки раз), чем разброс площади водосбора у водотоков одного порядка в системе Хортона–Стралера. Статистические характеристики участков одного диапазона измерялись непосредственно на растре стока без его деления на порядки. Оказалось, что средние величины характеристик участков одного диапазона, таких как их число, плотность, длина, подчиняются закономерностям, близким к предложенным ранее законам Хортона. Для интервалов произвольного размера получены обобщённые законы Хортона, которые переходят в закономерности для порядков, если задать величину интервалов, аналогичную порядковым. Отношения Хортона оказываются частным случаем этих закономерностей. Таким образом, законы Хортона работают вне связи с порядковой структурой водотоков. Графики закономерностей, полученные в результате измерений, — гладкие, нет следов порядковой дискретности. Похоже, что система порядков — это «палетка», которая накладывается на закономерности, существующие помимо неё, но система порядков помогла их обнаружить. Система диапазонов гибче, чем система порядков, так как позволяет выбрать для анализа водотоки нужного масштаба (по площади водосбора).

Ключевые слова: ЦМР, расчёт сети водотоков, порядок водотоков, статистические характеристики водотоков, площадь водосбора, соотношения Хортона, масштабный фактор

Одобрена к печати: 30.03.2023
DOI: 10.21046/2070-7401-2023-20-3-87-95

Введение

Продолжаем публикацию результатов статистического исследования сетей тальвегов (линий водотоков), построенных по цифровым моделям рельефа (ЦМР). Чтобы помнить, что речь идёт не о реальных гидросетях, называем такие сети М-сетями. Для их построения использован распространённый алгоритм ГИС-моделирования (ГИС — геоинформационные системы) стока (в 8 направлениях), описанный, например, в работе (Гарцман и др., 2015). Для исследований выбирались территории, на которых ГИС-моделирование работает адекватно (рельеф сформирован флювиальными процессами), причём большие территории — около 0,5 млн км^2. Если работать с территорией на порядки меньшей площади, то средние значения характеристик М-сети будут существенно зависеть от локальных особенностей, а кроме того, не будет обеспечена выборка данных, достаточная для статистического анализа. Большие территории включают фрагменты нескольких бассейнов, так что какие-то водотоки «вытекают» за край территории, а какие-то — «втекают» из-за края, что важно учитывать при анализе малочисленных крупных водотоков.

Исследования мы начинали с анализа М-сетей, разделённых на порядки по системе Хортона–Стралера, когда первый порядок присваивается истокам, а водотоки порядка k+1 образуются при слиянии водотоков порядка k. Анализ площади водосбора, плотности, числа и длины участков М-сетей одного порядка на совершенно различных территориях показал, что если порядки определять по единому правилу (и с едиными параметрами), то средние характеристики участков одного порядка очень близки на разных территориях (Златопольский, 2022 ; Златопольский, Зайцев, 2021). На следующем шаге (Златопольский, Шекман, 2022) удалось найти математическое представление взаимозависимости указанных средних характеристик. Поскольку эти соотношения включают в себя известные отношения Хортона (Хортон, 1948), мы назвали их законами Хортона, приведём их ниже. Отметим, что даже на таких больших территориях мы могли статистически исследовать только порядки до шестого включительно, так как и участков шестого порядка оказывалось маловато — около сотни.

У водотоков М-сети каждого порядка свой масштаб, т. е. близкий размер соответствующих элементов рельефа. Мы проверили возможность прямого разделения М-сети на участки одного масштаба, когда масштаб участка задаётся диапазоном значений площади его водосбора (Златопольский, Шекман, 2023). Оказалось, что если выбранный диапазон соответствует значениям площади водосбора определённого порядка, то средние характеристики участков этого диапазона такие же, как и у участков данного порядка. Это не случайно, так как большая часть участков, отобранных по диапазону, совпадает с участками этого порядка. Отметим, что при таком отборе структура притоков не учитывается и участки М-сети могут начинаться и оканчиваться не в местах слияния водотоков (хотя чаще — в этих местах). Эксперименты показали, что для средних характеристик участков одного диапазона законы Хортона работают так же, как и для участков одного порядка. Но поскольку есть возможность задавать диапазон значений площади водосбора и иного размера, чем у порядков, необходимо это учесть в законах Хортона. Такое обобщение для плотности было предложено в указанной статье и было проверено для диапазонов вдвое меньше (логарифмически), чем у порядков.

Продолжая это направление исследования, в настоящей работе рассмотрим статистику характеристик М-сетей в диапазонах существенно иного размера, чем порядки. Так как последовательность диапазонов равных порядковым коротка, будем рассматривать диапазоны, которые значительно меньше порядковых. Постараемся найти для них обобщение законов Хортона. А кроме того, проверим, нет ли в статистике малых диапазонов, которая более детальна, каких-то особенностей, связанных с порядковой структурой, не проявляются ли каким-то образом границы порядков.

Аппарат и область исследования

Измерения будем проводить на участке Дальнего Востока — от горной системы Сихотэ-Алинь до р. Буреи (47,15–53,5° с. ш., 130,66–140,11° в. д., 717,5×719,4 км, площадь суши 502 663 км^2 — около 120 000 000 пикселей). Порядковые характеристики водотоков этой территории подробно исследованы нами в указанных выше публикациях. Для исследований использована достаточно надёжная и доступная для многих территорий модель рельефа SRTM (*англ.* Shuttle radar topographic mission) в проекции UTM (*англ.* Universal Transverse Mercator, универсальная поперечная проекция Меркатора).

По данным ЦМР в ГИС определяется направление стока из каждого пикселя и строится растр стока, в котором для каждого пикселя указана площадь водосбора. На эту характеристику (в км^2) мы будем опираться, как на показатель масштаба участка М-сети. Рассматриваем только пиксели с площадью водосбора больше чем S, используя заведомо маленькую величину $S = 0{,}42$ км^2. Значения площади водосбора разбиваем на степенные интервалы шириной F, т. е. в интервал с номером $k \geqslant 1$ попадают значения от $AF^{(k-1,5)}$ до $AF^{(k-0,5)}$, где A — центральное значение интервала (км^2). Фактически номер диапазона однозначно соответствует логарифму значения площади водосбора в центре диапазона. Средняя площадь водосбора у последовательных порядков отличается в $R = 4{,}6$ раз (коэффициент Хортона (Pelletier, 1999)). С этой величиной, привычной при анализе по системе порядков, мы и будем соотноситься, выбирая ширину интервалов F.

Таким образом, каждому пикселю М-сети присваивается номер диапазона аналогично тому, как пикселям М-сети присваивается номер определённого порядка. Характеристики М-сети для участков диапазона рассчитываются аналогично порядковым. Подчеркнём, что все приведённые далее эмпирические соотношения этих характеристик справедливы для значений в указанных размерностях.

D — плотность (в км/км^2), это суммарная длина участков одного диапазона, отнесённая к площади территории.

N — среднее число участков на квадратном километре. Число участков считаем по числу их конечных точек. Это аналогично расчётам для порядков, только там конечная точка — та, из которой сток идёт в другой порядок, а здесь конечная точка — та, из которой сток идёт в другой диапазон. Отличие в том, что у порядков конечные точки находятся только в местах слияния русел, а здесь они могут быть также и на отрезке одного русла при переходе площади водосбора через заданную границу интервала.

L — средняя длина участков (в км), $L = D/N$.

Показатели плотности и числа участков на квадратном километре используем для того, чтобы можно было сопоставлять результаты по территориям разного размера.

Полученные ранее законы Хортона связывают между собой средние значения статистических характеристик набора участков М-сети одного порядка или, как в данном случае, участков с площадью водосбора из одного диапазона с интервалом $F = 4{,}6$:

$$N = 0{,}5775/A^{0{,}97},\ \ D = 0{,}5245/A^{0{,}45},\ \ L = 0{,}91A^{0{,}52}.$$

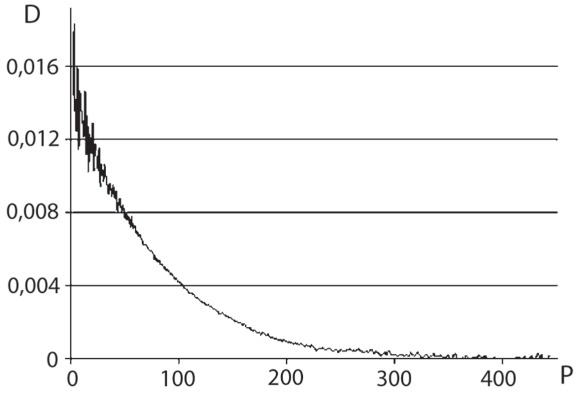
Именно из-за степенного характера этих закономерностей мы используем степенные, логарифмически равные интервалы значений площади водосбора.

Несколько слов об ограничениях. Накопление площади водосбора у водотока (а особенно в дискретной модели) происходит не плавно. Поэтому слишком узкие интервалы значений этой площади (в начальных диапазонах) будут заполняться скачкообразно: то участками линий из одних водотоков, то из других. Непростая ситуация и с участками большого водосбора. Несмотря на степенной рост интервалов, в них попадает всё меньше линий водотоков. Так, в интервал, равный 6-му порядку, попадает около сотни линий. А если интервалы на тех масштабах в 10 раз меньше, то в один из них может попасть 8 линий, а в следующий —12: вот и скачок значений в 1,5 раза. Так что для надёжных измерений можно использовать только среднюю часть интервалов — рабочую область. Понятно, что положение этой области зависит от ширины интервалов: чем уже интервалы, тем уже и область надёжных расчётов. Далее определим эту область экспериментально.

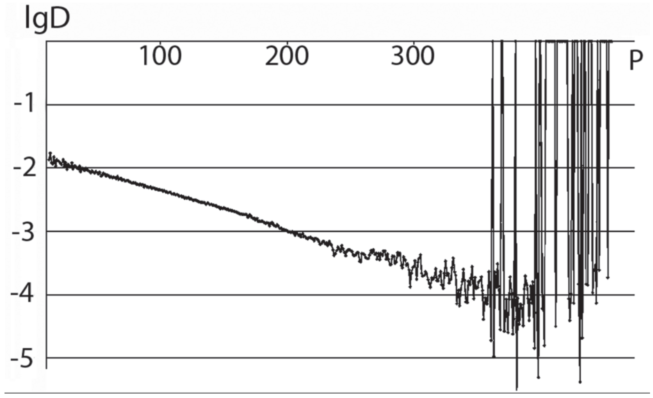
Плотность участков

Рассмотрим, как от диапазона к диапазону меняется плотность участков М-сети. Начнём анализ с очень небольших интервалов, которые в 50 раз меньше привычных порядковых, меньше в степенном смысле, т.е. $F = 4{,}6^{1/50} = 1{,}031$, $\lg F = 0{,}013255$. При разбросе значений площади водосбора от 0,42 до почти 300 000 км^2 получается 442 диапазона. Для каждого диапазона подсчитывается плотность участков М-сети с соответствующей площадью водосбора (*рис. 1а*, см. с. 90). По оси абсцисс отложен номер диапазона, P, но фактически, как мы отмечали, он соответствует логарифму площади водосбора. Если же и плотность рассчитывать в логарифмической форме, то получим очень характерный график (*рис. 1б*).

Зоны пилообразной кривой в начале и конце графика — результат тех особенностей распределения водотоков по диапазонам, которые обсуждали выше. Начальные интервалы очень узкие по абсолютной величине, содержат 2–3 дискретных значения площади. А при большой площади водосбора оказывается так мало водотоков, что после диапазона номер 350 появляются пустые диапазоны (вертикальные линии на графике *рис. 1б*). Поэтому сосредоточимся на водотоках площадью от 1 до 3000 км^2, что соответствует первым пяти порядкам. График для этого рабочего участка в логарифмической форме представлен на *рис. 2а* (см. с. 90). На *рис. 2б* для сравнения приведён график для тех же значений площади водосбора, но у диапазонов с интервалами, которые шире в 5 раз ($F = 4{,}6^{1/10} = 1{,}1649$, $\lg F = 0{,}06627$), — естественно, линия гораздо более гладкая.

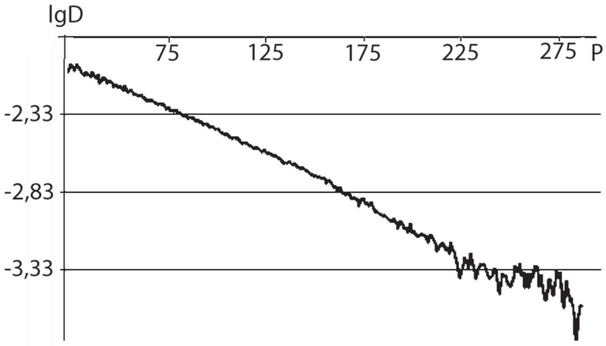


а

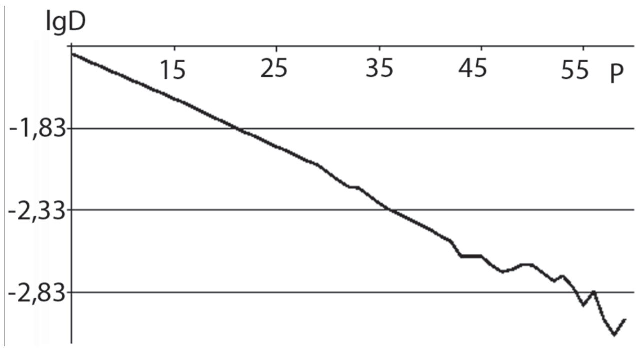


б

Рис. 1. Плотность участков М-сети, D, в диапазонах с номером P при малых интервалах значений площади водосбора (*а*); логарифм этой плотности (*б*)



а



б

Рис. 2. Измерения в рабочей области: *а* — логарифм плотности участков М-сети в диапазонах с малым интервалом площади водосбора; *б* — логарифм плотности участков при интервалах значений площади водосбора больше в 5 раз (диапазонов меньше в 5 раз)

Таблица 1. Результаты аппроксимации данных по плотности, D, для интервалов разной величины

$\lg F/\lg R$	b	c	r^2	$b/\lg F$
1/50	0,010083	0,460184	0,9893	0,760685
1/25	0,020404	0,463956	0,9903	0,769663
1/10	0,050998	0,463202	0,9939	0,769482
1/5	0,101996	0,462447	0,9948	0,769482
1/2	0,25233	0,456865	0,9963	0,761453
1	0,52672	0,467275	0,9984	0,79474

Аппроксимируем полученные зависимости внутри выбранного рабочего участка. В логарифмическом виде приведённый ранее закон Хортона для плотности — это линейная зависимость $\lg D = 0{,}5245 - 0{,}45 \lg A$. Вот и для графика на *рис. 2а* будем искать аппроксимирующую прямую в виде $\lg D = \lg(b) - c \cdot \lg A$, т.е. $D = b/A^c$. Результат такой аппроксимации представлен в первой строке *табл. 1*, где r^2 — это оценка качества аппроксимации (квадрат коэффициента корреляции). В предыдущей работе на небольшом материале для диапазонов не порядкового размера было предложено следующее обобщение закона Хортона: $D = 0{,}5245(\lg F/\lg R)/A^{0{,}45}$. Полученное здесь выражение для b очень близко к $0{,}5245(\lg F/\lg R)$, при котором $b/\lg F = 0{,}7914$.

Аналогичным образом рассчитаем зависимости и построим аппроксимирующие прямые для той же области значений площади водосбора, но при более широких интервалах. Результаты приведены в остальных строках *табл. 1.* Опираясь на них, перейдём к обобщённой формуле закона Хортона. Множитель c меняется мало, поэтому примем его значение 0,462, отклонения от которого не превышают 1,5 %. Зависимость b от $\lg F$ очень близка к прямой, и формула $b = 0{,}7775\lg F$ хорошо описывает найденные значения, отличие меньше 2 % на краях участка.

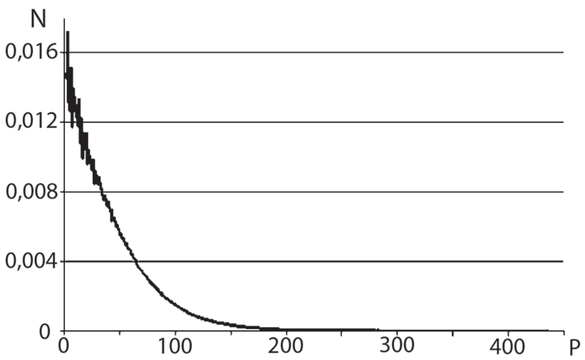
Таким образом, мы получаем модифицированную формулу для закона Хортона $D = 0{,}7775\lg F/A^{0{,}462}$, которая для диапазонов порядкового размера принимает вид $D = 0{,}515/A^{0{,}462}$, т. е. фактически совпадает с не модифицированной $D = 0{,}5245/A^{0{,}45}$. Представляется довольно неожиданным то, что закономерность сохраняется даже при столь малых диапазонах с очень короткими участками М-сети.

Обратим внимание, что, хотя рабочая область перекрывает первые 5 порядков, полученный график остаётся прямым, без каких-то признаков зон смены порядков.

Число и длина участков

Далее рассмотрим взаимозависимость значения площади водосбора в центре диапазона и среднего числа участков М-сети этого диапазона. Кривая на *рис. 3а* отражает зависимость числа участков N (на 1 км^2) от номера диапазона, а фактически — от логарифма центрального значения площади водосбора для интервалов размером $F = 4{,}6^{1/50}$. На *рис. 3б* для тех же интервалов приведена зависимость $\lg N$ в выбранной ранее рабочей области расчётов.

Поскольку и здесь зависимость практически линейная, будем искать аппроксимацию графика в виде $\lg N = \lg(b) - c \cdot \lg A$, $N = b/A^c$. Результаты для интервалов разного размера представлены в *табл. 2.*



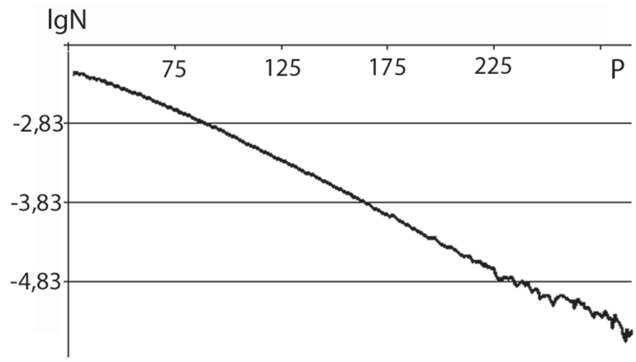


Рис. 3. Число участков М-сети, N, в диапазонах с номером P при малых интервалах площади водосбора (*а*); логарифм числа участков в рабочей области (*б*)

Таблица 2. Результаты аппроксимации данных по числу участков, N, для интервалов разной величины

$\lg F/\lg R$	b	c	r^2
1/50	0,110087	0,98072	0,9976
1/25	0,153147	0,992036	0,9989
1/10	0,221622	0,994299	0,9994
1/5	0,286238	0,99279	0,9996
1/2	0,397157	0,995506	0,99897
1	0,503872	1,002447	0,9996

Множитель c растёт, но очень слабо, поэтому для обобщённого закона Хортона возьмём его среднее значение 0,993, от которого остальные отличаются не больше чем на 1 %. А вот зависимость b от F для числа участков ожидается более сложной, чем для плотности. Дело в том, что, если увеличить диапазон в 2 раза, объединив два последовательных, то суммарную длину участков увеличенного диапазона получим, сложив суммарные длины каждого диапазона. Что же касается числа концов участков, то при таком объединении диапазонов концевые точки на границе этих диапазонов пропадут, а число остальных концевых точек обоих диапазонов сложится. Так что заранее вид зависимости b от F предположить сложно, определяем его по экспериментальным данным.

Оказалось, что зависимость $\lg(b)$ от $\lg(\lg F)$ очень близка к линейной ($r^2 = 0{,}9969$), и в результате обобщённая формула для числа участков получается $N = 0{,}6087 \cdot (\lg F)^{0{,}3851}/A^{0{,}993}$. Для диапазона порядкового размера получаем $N = 0{,}5195/A^{0{,}993}$, что близко к аналогичной формуле для порядков $N = 0{,}5775/A^{0{,}97}$. Характер зависимости N от A точно такой же, но число участков несколько меньше. Поэтому отметим, что полученные здесь множители формул нужно будет уточнять.

Обратим внимание, что и на этих графиках нет никаких неоднородностей, которые отражали бы центр или границы порядковых диапазонов.

Теперь можно найти формулу и для средней длины $L = D/N$: $L = 1{,}277(\lg F)^{0{,}6149} \cdot A^{0{,}531}$. Для диапазона порядкового размера $L = 0{,}9916A^{0{,}531}$, что очень близко к формуле для порядков $L = 0{,}91A^{0{,}52}$.

Разные формы обобщённых уравнений Хортона

Рассмотрим несколько вариантов математического представления найденных закономерностей. Из уже приведённого варианта:

$$D = 0{,}7775(\lg F)/A^{0{,}462},\ \ N = 0{,}6087(\lg F)^{0{,}3851}/A^{0{,}993},\ \ L = 1{,}277(\lg F)^{0{,}6149} \cdot A^{0{,}531},$$

можно получить формулы для отношения характеристик двух диапазонов, i и k, одного размера, например $D_i/D_k = (A_i/A_k)^{-0{,}462}$. Если сравнивать последовательные диапазоны, в которых A изменяется в F раз, то получим следующие соотношения:

$$D_{k+1}/D_k = F^{-0{,}462},\ \ N_{k+1}/N_k = F^{-0{,}993},\ \ L_{k+1}/L_k = F^{0{,}531}.$$

Можно непосредственно связать между собой рассмотренные средние характеристики участков М-сети. Так, представив F как $(D_{k+1}/D_k)^{-2{,}1645}$, получим $L_{k+1}/L_k = (D_{k+1}/D_k)^{-1{,}49}$ и $N_{k+1}/N_k = (D_{k+1}/D_k)^{2{,}154}$. А значит, если D падает в 2 раза, то L растёт в 2,22 раза, N падает в 4,43 раза, и для этого нужно $F = 4{,}48$, а ведь это коэффициенты Хортона, которые мы получили как частный случай взаимозависимостей, найденных из прямых измерений по малым диапазонам и без учёта структуры притоков.

Отметим, что в формулах для отношений отсутствует параметр F. Однако, естественно, при статистических измерениях величина интервала значений площади водосбора, по которому идёт расчёт характеристик, влияет на точность результата.

И ещё одна форма представления этих закономерностей. Если зафиксирован размер интервала, то следующие произведения оказываются константами: NA, $D^{2{,}165}A$, $L^{1{,}88}A$. Обратим внимание на первое произведение, которое мы планируем внимательно изучить в дальнейшем, — это суммарная площадь водосбора всех участков одного диапазона, отнесённая к общей площади.

Нужный интервал значений площади водосбора можно задать и напрямую через его минимальную и максимальную площадь: A_s и $A_f = A_sF$. Для плотности в этом случае получаем формулу:

$$D = 0{,}7775\lg(A_f/A_s)/(A_sA_f)^{0{,}231} \text{ или } D = 0{,}7775(\lg(F)/F^{0{,}231})/A_s^{\,0{,}462}.$$

В заключение найдём оценку плотности всех участков М-сети с площадью водосбора A_s и больше. Воспользуемся последовательностью диапазонов с интервалом $F = 4{,}6$ (коэффициент Хортона). Оценка плотности для первого диапазона при таком F: $D = 0{,}3622/A_s^{0{,}462}$. Плотность каждого последующего диапазона будет вдвое меньше (так как $1/F^{0{,}462} = 0{,}5$), т. е. значения плотности составят геометрическую прогрессию. Нам нужна сумма этой прогрессии, которая вдвое больше, чем значение для первого диапазона, а значит, плотность всех участков М-сети с площадью водосбора A_s и больше равна $0{,}7244/A_s^{0{,}462}$.

Выводы

Представленные в статье результаты получены на большой территории Дальнего Востока с частично неполными бассейнами и для водотоков с площадью водосбора от 1 до 3000 км^2. Эти результаты показывают, что законы Хортона работают не только при измерении характеристик М-сетей в диапазонах, близких по размеру к порядковым, но и в диапазонах, которые меньше, чем порядковые, в десятки раз.

Из статистических измерений получен обобщённый вариант законов Хортона для характеристик участков М-сети одного диапазона: их плотности, среднего числа и средней длины. Этот вариант по степенному характеру и параметрам близок к ранее установленным порядковым закономерностям и переходит в них, если используются диапазоны измерения, аналогичные порядковым.

Известные отношения Хортона оказываются частным случаем этих закономерностей.

Закономерности представлены в нескольких вариантах, которые подсказывают направления дальнейшего обстоятельного изучения.

Таким образом, законы Хортона работают вне связи с порядковой структурой водотоков. Статистические характеристики измерялись непосредственно на растре М-сети, на матрице стока без её деления на порядки.

Если предположить, что в гидросети существует «истинный первый порядок», а не тот, который из технологических соображений задаёт исследователь, то от средней площади водосбора этого первого порядка должна идти последовательность значений «истинной» средней площади водосбора последующих порядков с шагом между ними, равным коэффициенту Хортона. Но в наших результатах зависимости гладкие, не видно неоднородностей, которые бы указывали на такие особенные масштабы.

Похоже, что система порядков — это «палетка», которая «накладывается» на закономерности, существующие помимо неё. Однако эта «палетка» даёт ценную возможность — без измерений, вручную, делить гидросети на участки определённого масштаба. Благодаря именно системе порядков удалось обнаружить закономерности, которые мы обсуждаем. Ну и, конечно, существенно то, что система порядков отражает не только масштабные уровни, но и структуру притоков.

Интересно и важно понять, в силу чего в рельефе формируются описанные закономерности, что порождает именно такие, полученные в измерениях, показатели степени в соотношениях (наклоны прямых в логарифмических графиках).

В отличие от системы порядков, система диапазонов требует обращения к компьютерным операциям, пусть и несложным, зато она гораздо более гибкая. Так, можно задать нужный размер последовательных диапазонов, а можно получить статистические характеристики и для отдельного диапазона. На небольших территориях, скажем 50×50 км, где достоверная статистика есть только по первым 2–3-м порядкам, возможно исследовать большое число диапазонов с меньшими интервалами.

Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (тема «Мониторинг», госрегистрация № 122042500031-8).

Литература

1. *Гарцман Б. И.*, *Бугаец А. Н.*, *Тегай Н. Д.*, *Краснопеев С. М.* Анализ структуры речных систем и перспективы моделирования гидрологических процессов // Речные системы Дальнего Востока России: четверть века исследований. Владивосток: Дальнаука, 2015. С. 273–285.
2. *Златопольский А. А.* Порядковая статистика долин, найденных по цифровой модели рельефа. Базовый расчет и приведенный порядок // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2022. Т. 19. № 3. С. 133–142. DOI: 10.21046/2070-7401-2022-19-3-133-142.
3. *Златопольский А. А.*, *Зайцев В. А.* Соотношение порядка и ширины долин, автоматически найденных по цифровой модели рельефа // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2021. Т. 18. № 6. С. 141–151. DOI: 10.21046/2070-7401-2021-18-6-141-151.
4. *Златопольский А. А.*, *Шекман Е. А.* Порядковая статистика долин, найденных по цифровой модели рельефа. Масштабный фактор и уравнения Хортона // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2022. Т. 19. № 5. С. 113–122. DOI: 10.21046/2070-7401-2022-19-5-113-122.
5. *Златопольский А. А.*, *Шекман Е. А.* Порядковая и масштабная статистика долин, найденных по цифровой модели рельефа // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2023. Т. 20. № 2. С. 125–134. DOI: 10.21046/2070-7401-2023-20-2-125-134.
6. *Хортон Р. Е.* Эрозионное развитие рек и водосборных бассейнов. Гидрофизический подход к количественной морфологии: пер. с англ. М.: Гос. изд-во иностр. лит-ры, 1948. 158 с.
7. *Pelletier J. D.* Self-organization and scaling relationships of evolving river networks // J. Geophysical Research. 1999. V. 104. Iss. B4. P. 7359–7375.

Scale statistics of the valleys found by the digital terrain model: Modified Horton’s laws

A. A. Zlatopolsky

Space Research Institute RAS, Moscow 117997, Russia
E-mail: aazlat@gmail.com

We continue to publish the results of statistical studies of thalweg networks (watercourse lines) built using digital terrain models. We call these networks M-networks. A section of the Far East measuring about 0.5 million km^2 was studied. Watercourses with a catchment area from 1 to 3000 km^2 were taken into account. The network was divided into sections with a catchment area in certain intervals. These intervals were smaller (sometimes by tens of times) than the spread of the catchment area of watercourses of the same order in the Horton–Strahler system. Statistical characteristics of sections of the same range were measured directly on the flow raster without dividing it into orders. It turned out that the average values of the characteristics of sections of the same range, such as their number, density and length, obeyed regularity close to the previously proposed by Horton’s laws. For intervals of arbitrary size, generalized Horton’s laws are obtained, which turn into regularities for orders if the value of the intervals is set to be similar to the ordinal ones. Horton’s relations turn out to be a special case of these regularities. Thus, Horton’s laws work independently of the ordinal structure of watercourses. The graphs of regularities obtained as a result of measurements are smooth, there are no signs of ordinal discreteness. It seems that the system of orders is a “palette” that overlays with regularities that exist in addition to it, but this system helped to detect them. The range system is more flexible than the order system, because you can select watercourses of the desired scale (catchment area) for analysis.

Keywords: DTM, watercourse network calculation, watercourse order, statistical characteristics of watercourses, catchment area, Horton ratios, scale factor

Accepted: 30.03.2023
DOI: 10.21046/2070-7401-2023-20-3-87-95

References

1. Gartsman B. I., Bugaets A. N., Tegai N. D., Krasnopeev S. M., Analysis of the structure of river systems and prospects for modeling hydrological processes, In: *River system of Pacific Russia: A quarter century of research*, Vladivostok: Dalnauka, 2015, pp. 273–285 (in Russian).
2. Zlatopolsky A. A., Ordinal statistics of the valleys found by the digital terrain model. Basic calculation and converted order, *Sovremennye problemy distantsionnogo zondirovaniya Zemli iz kosmosa*, 2022, Vol. 19, No. 3, pp. 133–142 (in Russian), DOI: 10.21046/2070-7401-2022-19-3-133-142.
3. Zlatopolsky A. A., Zaitsev V. A., Relation of the order and width of the valleys automatically found by the digital terrain model, *Sovremennye problemy distantsionnogo zondirovaniya Zemli iz kosmosa*, 2021, Vol. 18, No. 6, pp. 141–151 (in Russian), DOI: 10.21046/2070-7401-2021-18-6-141-151.
4. Zlatopolsky A. A., Shekman E. A., Ordinal statistics of the valleys found by the digital terrain model. Scale factor and Horton's equations, *Sovremennye problemy distantsionnogo zondirovaniya Zemli iz kosmosa*, 2022, Vol. 19, No. 5, pp. 113–122 (in Russian), DOI: 10.21046/2070-7401-2022-19-5-113-122.
5. Zlatopolsky A. A., Shekman E. A., Ordinal and scale statistics of the valleys found by the digital terrain model, *Sovremennye problemy distantsionnogo zondirovaniya Zemli iz kosmosa*, 2023, Vol. 20, No. 2, pp. 125–134, DOI: 10.21046/2070-7401-2023-20-2-125-134.
6. Horton R. E., Erosional development of streams and their drainage basins. Hydrophysical approach to quantitative morphology, *Bull. Geological Society of America*, 1945, Vol. 56, pp. 275–370.
7. Pelletier J. D., Self-organization and scaling relationships of evolving river networks, *J. Geophysical Research*, 1999, Vol. 104, Issue B4, pp. 7359–7375.