

## Структура раstra стока, построенного по цифровой модели рельефа

А. А. Златопольский

*Институт космических исследований РАН, Москва, 117997, Россия  
E-mail: aazlat@gmail.com*

Предлагается исследование структуры раstra стока, построенного в геоинформационной системе по цифровой модели рельефа (ЦМР). Проанализирована гистограмма этого раstra — число пикселей с определённой площадью водосбора. Данная гистограмма отражает как область водотоков, так и участки начального стока. Оказалось, что на половине территории сток приходит только от одного «соседа» или стока нет совсем, а 3/4 территории получает сток меньше, чем из семи ближних точек. К линиям водотока можно отнести области с водосбором не меньше 10 точек, более уверенно — с водосбором больше 20 точек, а возможно, и 46 точек, так как дальнейшая часть гистограммы хорошо аппроксимируется степенной зависимостью с почти постоянным показателем степени. Для хорошо «населённой» части гистограммы получена формула для нормированной плотности участков сети с определённой площадью водосбора. Для большей части гистограммы установлена формула, аппроксимирующая функцию, обратную к функции распределения. Из обеих функций аналитически выводятся уравнения для расчёта плотности водотоков с площадью водосбора в заданном интервале значений. В обоих случаях получаются результаты, очень близкие между собой и близкие к полученному ранее закону Хортона для плотности. Все указанные результаты сохраняются при исследовании четырёх разных территорий, с разным разрешением ЦМР. Полагаем, это связано с тем, что гистограмма раstra стока отражает общие свойства рельефа, возможно именно флювиального рельефа. Сходство гистограмм при разном разрешении ЦМР может определяться тем, что структура степенной закономерности, действующей в основной части гистограммы, не зависит от площади водосбора, а на форме начальных отсчётов гистограммы единообразно скажется дискретность представления ЦМР.

**Ключевые слова:** ЦМР, растр стока, гистограмма, аппроксимация, плотность линий водотока, площадь водосбора, соотношения Хортона

Одобрена к печати: 04.07.2023

DOI: 10.21046/2070-7401-2023-20-4-123-132

### Введение

Продолжаем публиковать результаты статистического исследования сетей тальвегов (линий водотоков), построенных по цифровой модели рельефа (ЦМР). Эти сети строятся с помощью распространённого алгоритма ГИС-моделирования стока (ГИС — геоинформационные системы), который описан, например, в публикации (Нугманов и др., 2016). Для исследований выбирали территории, на которых ГИС-моделирование работает адекватно (рельеф сформирован флювиальными процессами), причём использовали большие территории — около 0,5 млн км<sup>2</sup>. Если работать с территорией на порядки меньшей площади, то средние значения характеристик сети будут существенно зависеть от локальных особенностей, а кроме того, не будет обеспечена выборка данных, достаточная для статистического анализа. Измерения проводились не по отдельным бассейнам, а по всей территории.

Если в предыдущих работах (Златопольский, 2023; Златопольский, Шекман, 2023) мы исследовали закономерности в структуре водотоков (законы Хортона), то здесь подробно рассмотрим целиком весь растр стока, который включает и линии водотоков, и не входящие в эту сеть области начального стока. Проанализируем структуру раstra стока, которая, с одной стороны, порождает закономерности водотоков, а с другой — тесно связана со структурой рельефа.

Будем изучать плотность водотоков с определённой площадью водосбора, задавая эту площадь максимально узкими интервалами, чтобы получить наиболее детальный результат.

Другие характеристики сети водотоков, которые мы исследовали в предыдущих статьях — число и средняя длина долин, в данном случае не рассматриваем, так как при такой детально-сти исследования (при таких интервалах) эти характеристики вырождаются.

Изучая растр стока, мы не касаемся структуры притоков, порядков. Им будет посвящена дальнейшая публикация. Порядки водотоков (по системе Хортона — Стралера) здесь упоминаем для того, чтобы читателю было легче соотносить представленные результаты с привычными ориентирами.

Подробно рассмотрим структуру раstra стока по одной территории, а далее сопоставим основные результаты с тем, что получается на трёх других территориях.

## Аппарат и область исследования

Измерения будем проводить в первую очередь на территории Дальнего Востока («Амур») — от горной системы Сихотэ-Алинь до р. Буреи, 47,15–53,5° с.ш., 130,66–140,11° в.д., 717,5×719,4 км, площадь суши 502 663 км<sup>2</sup>, около 120 000 000 пикселей, разрешение 0,0651 км/пиксель. Порядковые и диапазонные характеристики водотоков этой территории подробно исследованы в наших предыдущих публикациях (Златопольский, Шекман, 2023). Используем достаточно надёжную и доступную для многих территорий модель рельефа SRTM (*англ.* Shuttle Radar Topographic Mission) в универсальной поперечной проекции Меркатора UTM (*англ.* Universal Transverse Mercator).

Построение водотоков в геоинформационной системе начинается с того, что в ЦМР заполняются локальные бессточные понижения, которые приводят к разрывам в модели дренажной сети. В нашем случае в результате этой операции скорректированными оказались 4,4 % значений ЦМР. Из них 68,2 % значений были повышены только на 1 м, а ещё 27,3 % — на 2 или 3 м, только в 0,5 % коррекция превышает 6 м. Больше всего — на 25–40 м — были повышены значения в 32 точках. Таким образом, эта необходимая процедура в целом изменила только очень небольшую часть значений и в основном на малую величину.

Далее для каждого пикселя определяется одно из восьми возможных направлений стока и по этим направлениям строится растр стока, в котором для каждого пикселя указан суммарный сток в него (*англ.* Flow Accumulation). На площадь водосбора мы будем опираться как на показатель масштаба. При этом площадь водосбора больше суммарного стока на «текущий» пиксель, т. е. на единицу.

Для каждого возможного значения площади водосбора (в пикселях),  $P$ , подсчитаем число пикселей раstra стока с таким водосбором,  $B(P)$ . Не учитываем пиксели, относящиеся к водной поверхности. Для того чтобы можно было сопоставить результаты по территориям разного размера, полученную гистограмму нормируем на площадь суши этой территории (в пикселях),  $Q$ , и получаем эмпирическую функцию  $H(P) = 100B(P)/Q$  (в %). По  $H(P)$  рассчитываем интегральную функцию,  $H_{\text{sum}}(P)$  (в %) как сумму всех значений  $H(x)$  от  $x = 1$  до  $x = P$  включительно. Исследованию этих и полученных из них зависимостей и будет посвящена статья.

Площадь водосбора в пикселях и функции  $H(P)$ ,  $H_{\text{sum}}(P)$  мы используем на начальных шагах анализа, когда речь идёт об участках с минимальным водосбором. Далее пересчитаем площадь водосбора в квадратные километры и будем обозначать её  $A$ . В расчёте функций мы также перейдём к метрической системе, что позволит сопоставлять получаемые результаты с предыдущими, а также с результатами для ЦМР иного разрешения. При немаленьких показателях водосбора мы фактически имеем дело с участками сети водотоков, поэтому число пикселей,  $B$ , пересчитываем в суммарную длину этих участков в километрах. Площадь  $Q$  пересчитываем в квадратные километры. Их отношение обозначим  $d(A)$ , оно получается (в км/км<sup>2</sup>), как у привычной плотности водотоков. Чтобы можно было сопоставлять результаты, рассчитанные по ЦМР с разным разрешением,  $d(A)$  нормирована на значение площади пикселя на местности (в этом расчёте — 0,065<sup>2</sup>). Также нам понадобится функция, которая показывает плотность всех участков с водосбором  $A$  и выше,  $D_{\text{all}}(A)$  (в км/км<sup>2</sup>) (это функция обеспеченности, обратная к функции распределения).

Будем анализировать гистограмму по последовательным участкам, которые отличаются друг от друга не только принципиально разными абсолютными значениями плотности, но и тем, что происходит в соответствующих им областях растра стока.

### Начальный участок стока

Начнём с тех пикселей, в которые стока нет совсем, т.е.  $P=1$ . Оказалось, что их очень много: в данном случае это треть территории,  $H(1) = 34\%$ . Причём эти области находятся не только на хребтах, водоразделах — в равнинных местах их больше, чем в горных (рис. 1).

Данные о начальных отсчётах гистограммы приведены в табл. 1, из которой видно, что большая часть территории находится в зоне очень небольшого водосбора, в районе первых шагов стока — начального стока, если можно так сказать. Так, в половине территории сток приходит только из одного «соседа» или стока нет совсем, а  $3/4$  территории получает сток меньше, чем из семи ближних точек. То есть сток в большей части территории образуется за несколько шагов из небольшой окрестности, а дальше он продолжается по очень малой области дренажной сети.



Рис. 1. Растр стока фрагмента территории,  $187 \times 194$  пикселя,  $12,2 \times 12,6$  км. В тёмные точки нет стока

Таблица 1. Начальные отсчёты гистограммы  $H$  и функции  $H_{\text{sum}}$

$P$	1	2	3	4	5	6	10	21	46	100	215	461
$H(P)$	33,9	15,64	9,446	6,206	4,326	3,26	1,337	0,36	0,091	0,026	0,009	0,003
$H_{\text{sum}}(P)$	33,9	49,56	59,010	65,210	69,540	72,80	80,160	87,26	91,580	94,100	95,770	96,960

### Переходный участок

Области растра стока, начиная с какого-то порогового значения площади водосбора (обычно назначают 100–200 пикселей), рассматривают как сеть водотоков. Посмотрим, можно ли «уловить» это пороговое значение, анализируя растр стока и его гистограмму. Эта гистограмма хорошо аппроксимируется степенной зависимостью  $H = c/P^q$ , где  $c$  — константа, а  $q$  — показатель степени, который немного изменяется на разных участках гистограммы. Такую зависимость удобнее представлять и анализировать в логарифмическом виде, так как при этом она становится линейной:  $\lg(H) = c - q \cdot \lg(P)$ .

На рис. 2а (см. с. 126) приведён график первых значений исходной гистограммы  $B(P)$ , а на рис. 2б дан график зависимости  $\lg(H)$  от  $\lg(P)$  на участке  $P$  от 1 до 215. В начале наклон кривой меньше среднего, но примерно с  $P = 4$  ( $\lg 4 = 0,6$ ) он постепенно увеличивается, а около  $P = 13$  ( $\lg 13 = 1,1$ ) график функции подходит к аппроксимирующей прямой и дальше идёт вдоль неё. Уточним эти наблюдения численно с помощью аппроксимации отрезками прямой небольших частей данного участка гистограммы. Результаты представлены в табл. 2, где в первой строке даны границы интервалов аппроксимации (диапазон значений  $P$ ), во второй строке — показатель наклона кривой (показатель степени,  $q$ ), в третьей (если в интервале больше двух отсчётов гистограммы) — показатель качества аппроксимации, квадрат

коэффициента корреляции между эмпирической зависимостью и аппроксимирующей функцией,  $r^2$ .

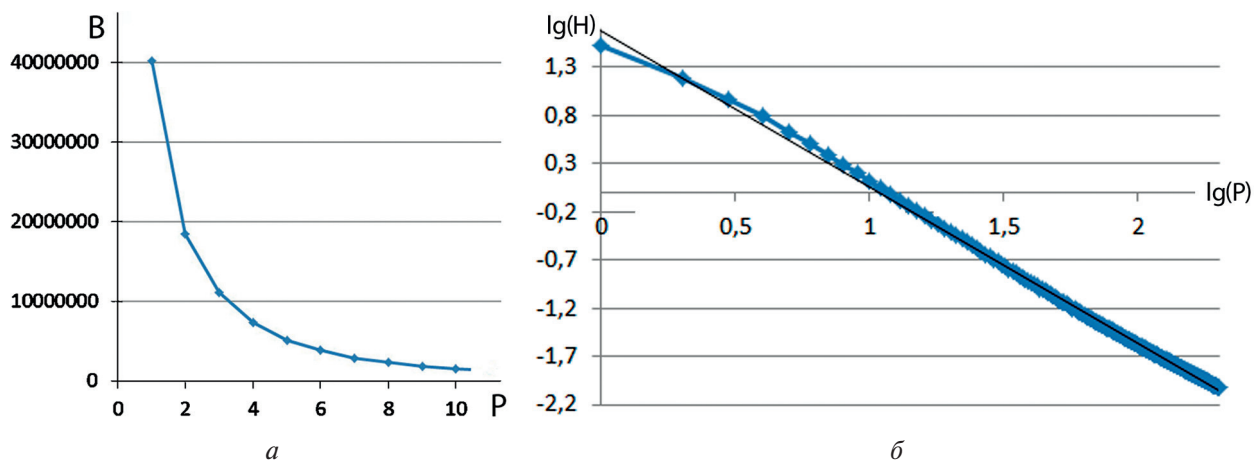


Рис. 2. Гистограммы: *a* — в исходном виде (*B* и *P* в пикселях); *б* — логарифм от нормированной (логарифмические величины безразмерны). График представлен голубой линией, а точки на ней отмечают положение отсчётов гистограммы. Чёрная линия — аппроксимирующая прямая

Таблица 2. Результаты аппроксимации участков гистограммы  $H(P)$

<i>P</i>	1–2	2–3	3–4	4–5	5–10	10–21	21–46	46–100	100–215	215–461
<i>q</i>	1,1173	1,2431	1,4601	1,6179	1,7027	1,7653	1,7638	1,5998	1,4588	1,3972
$r^2$					0,9995	0,9999	0,9999	0,9996	0,9996	0,9984

В начале показатель степени растёт на каждом отсчёте, увеличивается на 50 % к  $P = 5$ , а после  $P = 46$  он падает на 15 % и мало меняется в дальнейшем. Заметим, что до  $P = 215$  протяжённые участки графика почти прямые (оценка качества аппроксимации больше 0,9995). Возможно, дело в том, что здесь гистограмма очень населена: от  $H(10) = 158\,6000$  до  $H(215) = 10\,000$ .

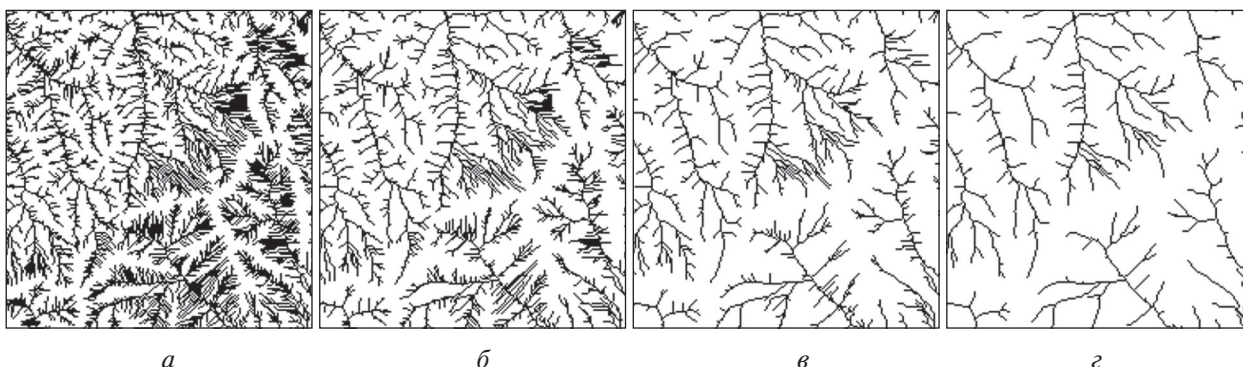


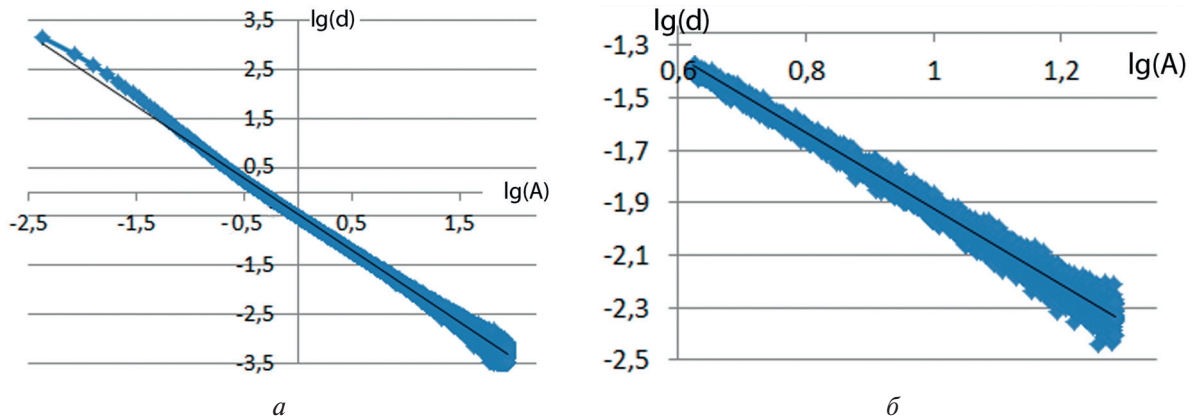
Рис. 3. Растр стока; тот же фрагмент, что и на рис. 1. Чёрным отмечены области с площадью водосбора больше порога (в пикселях): *a* —  $P > 4$ ; *б* —  $P > 9$ ; *в* —  $P > 20$ ; *г* —  $P > 45$

Картина на растре стока (рис. 3), если отметить чёрным пиксели с  $P > 9$ , уже похожа на рисунок дренажной сети, но с «огрехами» (например, «склеенные параллельные»), при  $P > 20$  картина существенно лучше, а при  $P > 45$  «на глаз» получаем привычные линии водотоков.

Судя по этим наблюдениям, основная часть гистограммы с почти одинаковым законом изменения связана с сетью водотоков и может начинаться в промежутке от  $P = 21$  до  $P = 46$ , при использованном разрешении это  $A$  от  $0,09$  до  $0,195 \text{ км}^2$ . В настоящей статье за нижнюю границу основного участка гистограммы мы приняли  $P = 46$ , так как после этого отсчёта показатель степени в функции, аппроксимирующей гистограмму, меняется мало.

### Основной участок

Рассмотрим следующую часть гистограммы, где площадь водосбора достаточно велика и можно перейти от пикселей к метрическим характеристикам, т. е. к площади  $A$  в квадратных километрах, и к нормированной плотности  $d(A)$ . На *рис. 4а* представлен график зависимости  $\lg(d)$  от  $\lg(A)$  для  $A < 90 \text{ км}^2$ . В начальной части графика, до  $A = 0,1 \text{ км}^2$ , есть изгиб, который мы аккуратно рассмотрели в предыдущем разделе, затем идёт почти прямая линия, а примерно от  $A = 30 \text{ км}^2$  ( $\lg 30 = 1,5$ ) график всё больше колеблется вокруг аппроксимирующей прямой (расширение голубой области).



*Рис. 4.* Зависимости  $\lg(d)$  от  $\lg(A)$ : *а* — для  $A < 90 \text{ км}^2$ ; *б* — для  $4,2 < A < 19,2 \text{ км}^2$ . График представлен голубой линией, а точки на ней отмечают положение отсчётов гистограммы. Чёрная линия — аппроксимирующая прямая

Начиная с  $A = 0,2 \text{ км}^2$  ( $\lg 0,2 = -0,7$ ) наклон аппроксимирующей прямой меняется мало. В среднем на интервале от  $A = 0,2$  до  $90 \text{ км}^2$  он составляет  $1,4673$ , а если разбить этот интервал на четыре логарифмически равных участка (размером в постоянную Хортона  $4,6$ ), то на них получим наклоны  $1,5107$ ;  $1,4095$ ;  $1,4449$ ;  $1,5449$ . Наклон третьего интервала близок к среднему, и остальные отличаются от него меньше чем на  $7\%$ .

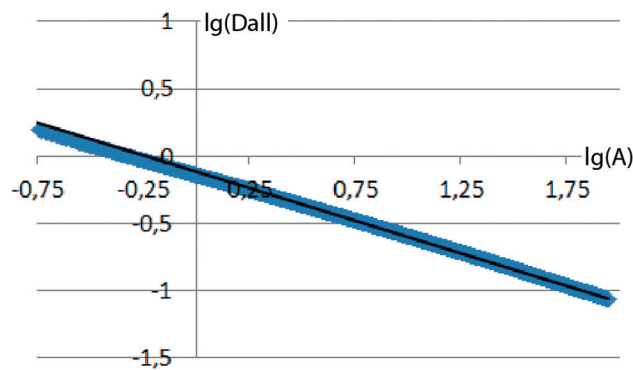
Колебания графика возникают из-за того, что населённость гистограммы быстро уменьшается, на каждом из четырёх участков она падает в  $10$  раз — от  $104\,000$  пикселей в начале первого участка до  $12$  в конце последнего. При значениях  $H$  около  $10$  изменение даже на несколько единиц становится существенным.

Найдём аппроксимацию гистограммы на том участке, где наклон графика уже «устоялся», а колебание значений ещё относительно небольшое, — это 3-й из рассмотренных интервалов,  $A$  от  $4,2$  до  $19,2 \text{ км}^2$  (*рис. 4б*). Аппроксимация даёт зависимость  $d = 0,3314/A^{1,4449}$ . Формулы, которые мы получаем, не абсолютно точные (невозможно при аппроксимации), но характер зависимости и конкретные цифры нужны, чтобы, во-первых, понимать, как в принципе складывается ситуация, а во-вторых, иметь возможность сопоставлять разные территории.

Поскольку на последующих участках гистограмма заселена совсем слабо, надёжнее перейти к расчётам плотности в заданных интервалах значений  $A$ , как мы поступали прежде (Златопольский, 2023).

### Плотность водотоков с площадью водосбора в заданном интервале значений

Рассчитаем функцию обеспеченности,  $D_{all}(A)$ , обратную к функции распределения. На *рис. 5* представлен график зависимости  $\lg(D_{all})$  от  $\lg(A)$  для  $0,18 < A < 90 \text{ км}^2$ . Линия графика практически прямая, без колебаний. Аппроксимация графика по всем четырём выбранным ранее участкам вместе даёт зависимость  $D_{all} = 0,7584/A^{0,4819}$ , по отдельным участкам изменения наклона (степени) небольшие: 0,4461; 0,4472; 0,4721; 0,5021.



*Рис. 5.* Зависимости  $\lg(D_{all})$  от  $\lg(A)$  (голубая линия). Чёрная линия — аппроксимирующая прямая

Из зависимости для  $D_{all}$  найдём плотность водотоков с площадью водосбора в заданном интервале значений от  $A_s$  до  $A_f$ :  $D = D_{all}(A_s) - D_{all}(A_f) = 0,7584(1/A_s^{0,4819} - 1/A_f^{0,4819})$ . Практически к тому же результату можно прийти другим путём, проинтегрировав в этих границах найденную выше аппроксимацию гистограммы  $d = 0,3314/A^{1,4449}$ , получится  $D = 0,744814(1/A_s^{0,4449} - 1/A_f^{0,4449})$ . Различие между формулами в показателе степени (на 8 %) связано, видимо, с тем, что  $d(A)$  мы рассчитали только по небольшому участку значений  $A$  (от 4,2 до 19,2 км<sup>2</sup>), где скорость падения гистограммы немного иная, чем в среднем.

Сравним соотношения, полученные здесь из гистограммы раstra стока, с аналогичными формулами, выведенными ранее из закона Хортонa (Златопольский, 2023). Функция обеспеченности из закона Хортонa  $0,7244/A_s^{0,462}$  очень близка к полученной здесь  $D_{all} = 0,7584/A^{0,4819}$ . А вот формула для плотности водотоков в заданном интервале из закона Хортонa  $D = 0,7775 \lg(A_f/A_s)/(A_s \cdot A_f)^{0,231}$  по структуре отличается от найденной здесь (скорее всего потому, что получена из анализа иной зависимости). Но если в «здешней» формуле немного изменить степень (как в законе Хортонa) и чуть уменьшить множитель, то значения формулы  $0,7225(1/A_s^{0,462} - 1/A_f^{0,462})$  отличаются от значений закона Хортонa меньше чем на 1 % (при интервале  $A_f/A_s$  от 1,1 до 5). Дело в том, что и закон Хортонa, и нынешние зависимости получены разными путями, но из одного источника — раstra стока, причём без его членения на порядки. Так что сходство говорит только о достаточной аккуратности наших аппроксимации и преобразований.

### Результаты по другим территориям

Сравним результаты, полученные по «Амуру», с результатами по другим территориям (краткие названия территорий условны). При этом первые отсчёты гистограммы будем сравнивать непосредственно, а для дальнейшего анализа получим аппроксимацию функции  $D_{all}(A)$  и на одинаково хорошо населённом участке гистограммы ещё и  $d(A)$ . Рассчитаем растры стока трёх совершенно иных территорий, причём с разным разрешением ЦМР:

- «Пара» (юго-восток бассейна р. Амазонки), 3–10° ю. ш. и 48–54° з. д., 10245×11907 пикселей, 0,0651 км/пиксель, 667,08×775,29 км, площадь суши 510 418 км<sup>2</sup>;

- «Нигер» (Гвинея и Сьерра-Лионе), 7–15° с. ш. и 7–16° з. д., 10019×9022 пикселя, 0,1 км/пиксель, 1001,9×902,2 км, площадь суши 770 165 км<sup>2</sup>;
- «Русская платформа» (сокр. РП), 49,5–59,5° с. ш. и 34–55° в. д., 11686×8956 пикселей, 0,13 км/пиксель, 1519,18×1164,28 км, площадь суши 1 753 437 км<sup>2</sup>.

Начнём с анализа начальных отсчётов гистограмм,  $H(P)$ , которые приведены в *табл. 3*. Первое, что можно отметить, — изменения в гистограммах происходят одинаково и «синхронно», т. е. при одной и той же площади водосбора (в пикселях). И по абсолютной величине значения гистограммы недалеко друг от друга, разброс соответствующих значений меньше 32 %. Разбросом значений четырёх гистограмм (при одном значении  $P$ ) называем отношение разницы максимального и минимального значений к среднему (в %). А отличием двух гистограмм будем называть относительную разницу их значений  $((H_1(P) - H_2(P))/H_1(P)) \times 100 \%$ . Ближе всего к общему среднему значения у «Гвинеи» и «Пары», отличие между ними и средним меньше 11 %, а дальше всего от среднего «Амур», отличие достигает 19 %.

*Таблица 3.* Значения первых отсчётов гистограммы,  $H(P)$ , для четырёх территорий

$P$	1	2	3	4	5	6	10	21	46	100	215	461
«Амур»	33,92	15,64	9,446	6,206	4,326	3,261	1,337	0,360	0,091	0,026	0,009	0,003
«Пара»	41,66	14,75	7,849	4,739	3,304	2,468	1,082	0,341	0,099	0,028	0,009	0,003
«Нигер»	37,37	16,37	9,210	5,588	3,784	2,767	1,093	0,319	0,093	0,029	0,009	0,003
РП	43,54	13,26	7,092	4,568	3,247	2,470	1,110	0,343	0,100	0,030	0,010	0,003

Если смотреть попарное сходство, то самые близкие — это «Пара» и «Русская платформа», их отличие в начале меньше 12 % и дальше падает. Между всеми, кроме «Амура», отличие после отсчёта 6 меньше 10 %. А между «Амуром» и «Парой» отличие на 6-м отсчёте достигает 32 % и дальше довольно велико.

Сходство интегрального показателя,  $H_{\text{sum}}(P)$ , на разных территориях гораздо больше (*табл. 4*). Разброс значений вначале 25 % и быстро падает, так что на отсчёте 6 составляет уже 3 %. Отличие «Пары» от «Амура» также быстро падает с 18 до 2,6 % на отсчёте 6 и дальше совсем невелико.

*Таблица 4.* Значения первых отсчётов функции  $H_{\text{sum}}(P)$  для четырёх территорий

$P$	1	2	3	4	5	6	10	21	46	100	215	461
«Амур»	33,92	49,56	59,01	65,21	69,54	72,80	80,16	87,26	91,58	94,10	95,77	96,96
«Пара»	41,66	56,41	64,26	69,00	72,31	74,77	80,57	86,80	91,21	93,99	95,71	96,94
«Нигер»	37,37	53,74	62,95	68,53	72,32	75,09	81,17	87,16	91,25	93,97	95,82	97,10
РП	43,54	56,80	63,90	68,46	71,71	74,18	80,10	86,44	90,87	93,75	95,66	96,99

Чтобы сопоставить следующие участки гистограмм, сравним функции, которые их аппроксимируют. Аппроксимация получена точно так же и по тем же участкам гистограмм, что и для «Амура», хотя из-за разного разрешения ЦМР значения площади водосбора в квадратных километрах на этих участках оказываются иными. Все аппроксимирующие зависимости имеют степенной вид и содержат множитель и показатель степени при площади водосбора. В *табл. 5* множитель и показатель степени приведены для всех четырёх территорий. Разброс их значений оказался невелик.

Таблица 5. Результаты аппроксимации характеристик раstra стока для четырёх территорий

	$d$		$D_{all}$		Интеграл $d$	
	множитель	степень	множитель	степень	множитель	степень
«Амур»	0,3314	1,4449	0,7584	0,4819	0,745	0,4449
«Пара»	0,3728	1,4869	0,76	0,4956	0,76566	0,4869
«Нигер»	0,351	1,4962	0,6814	0,4757	0,70738	0,4962
РП	0,355	1,487	0,72694	0,4859	0,72886	0,487
Среднее	0,352375	1,47875	0,731685	0,484775	0,736338	0,47875
Разброс, %	11,72047	3,469146	10,74233	4,104997	7,914849	10,7154

Удивительно, насколько сходны все приведённые результаты по разным территориям. Должно быть, это сходство порождено общими свойствами рельефа, возможно именно флювиального рельефа.

Обратим внимание, что форма гистограммы  $H(P)$  сохраняется при существенном изменении разрешения ЦМР, т. е. ситуация в пикселях одинакова, хотя площадь водосбора в метрах существенно различна. Это требует внимательного исследования, а пока наша гипотеза состоит в следующем. Форма начальной части гистограммы отражает ситуацию в малых окрестностях начального стока, состоящих из нескольких пикселей, где всё определяется дискретной структурой ЦМР и не зависит от размера этих окрестностей в метрах. А дальнейшая форма основной части гистограммы определяется степенной закономерностью, которая одна и та же при разной площади водосбора.

## Выводы

Проанализирована структура раstra стока, построенного по цифровой модели рельефа большой территории («Амур»), а точнее гистограмма этого раstra, которая отражает как область водотоков, так и участки начального стока.

1. Оказалось, что треть территории принадлежит участкам, в которые нет стока, в половине территории сток есть только от одного соседа или стока нет совсем, а 3/4 территории получает сток меньше, чем из семи ближних точек.
2. Гистограмма раstra стока хорошо аппроксимируется степенной зависимостью с несколько изменяющимся на разных её участках показателем степени. На участке гистограммы, где водосбор составляет от 5 до 45 точек, этот показатель несколько больше, а у последующей, основной части гистограммы он меняется мало, на единицы процентов.
3. Если судить на глаз, по рисунку, то к линиям водотока можно отнести области с водосбором не меньше 10 точек и более уверенно с водосбором больше 20 точек. В качестве нижней границы основного участка гистограммы (сеть водотоков) мы для данной работы приняли водосбор в 46 точек, упомянутый выше. Площадь области линий водотока (дискретного представления дренажной сети) при таком пороге составляет 0,09 часть территории, а при пороге 215 — вдвое меньше.
4. Точек с большим водосбором немного, населённость соответствующего участка гистограммы мала и относительные колебания значений там существенны. На этих участках гистограммы аккуратнее анализировать функцию  $D_{all}$ , обратную к функции распределения. Её значения на участке с площадью водосбора,  $A$ , от 4,2 до 88,7 км<sup>2</sup> аппроксимируются как  $D_{all} = 0,7584/A^{0,4819}$ .
5. На участке с  $A$  от 4,2 до 19,2 км<sup>2</sup> аппроксимация гистограммы даёт нормированную плотность  $d = 0,3314/A^{1,4449}$ .



6. Из обеих функций —  $d(A)$ ,  $D_{\text{all}}(A)$  — аналитически выводятся уравнения для расчёта плотности в заданном интервале значений  $A$ . В обоих случаях получаются результаты, очень близкие между собой и близкие к представленному ранее закону Хортона для плотности.
7. Все отмеченные выше особенности сохраняются при исследовании четырёх совершенно разных территорий. Вероятно, это связано с тем, что рассмотренные гистограммы отражают какие-то общие свойства рельефа, возможно именно флювиального рельефа.
8. Форма гистограммы сохраняется при существенном изменении разрешения ЦМР. Предполагаем, что это объясняется следующим. Основная часть гистограммы определяется степенной закономерностью, структура которой не зависит от площади водосбора. А специфическая форма начала гистограммы определяется дискретностью ЦМР, т. е. влияние дискретности в малых областях начального стока существенно и не зависит от размера пикселя в метрах.

Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (тема «Мониторинг», госрегистрация № 122042500031-8).

## Литература

1. Златопольский А. А. Масштабная статистика долин, найденных по цифровой модели рельефа. Модифицированные законы Хортона // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2023. Т. 20. № 3. С. 87–95. DOI: 10.21046/2070-7401-2023-20-3-87-95.
2. Златопольский А. А., Шекман Е. А. Порядковая и масштабная статистика долин, найденных по цифровой модели рельефа // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2023. Т. 20. № 2. С. 125–134. DOI: 10.21046/2070-7401-2023-20-2-125-134.
3. Нугманов И. И., Нугманова Е. В., Чернова И. Ю. Основы морфометрического метода поиска неотектонических структур: учебно-метод. пособие. Казань: Казанский ун-т, 2016. 53 с.

## The structure of the flow raster calculated from a digital terrain model

A. A. Zlatopolsky

*Space Research Institute, Moscow 117997, Russia  
E-mail: aazlat@gmail.com*

A study of the structure of the flow raster built in GIS using a digital elevation model (DEM) is proposed. The histogram of this raster, i.e. the number of pixels with a certain catchment area, is analyzed. This histogram reflects both the area of watercourses and areas of initial flow. It turned out that in half of the territory, the flow comes from only one neighbor or there is no flow at all, and 3/4 of the territory receives flow from less than 7 nearby points. The watercourse lines include areas with a catchment area of at least 10 points, more confidently with a catchment area of more than 20 points, and possibly 46 points, because the further part of the histogram is well approximated by a power law with an almost constant exponent. For a well-populated part of the histogram, a formula for the dependence of the normalized density of network sections with a certain catchment area is obtained. For a large part of the histogram, a formula is obtained that approximates the function inverse to the distribution function. Equations are derived analytically from both functions for calculating the density of watercourses with the catchment area in a given range of values. In both cases, the results obtained are very close to each other and close to the previously obtained Horton's law for the density. All these results are preserved during the study of 4 different territories with different resolutions of the DEM. We believe this is due to the fact that the histogram of the flow raster reflects the general properties of the relief, possibly,

the fluvial relief. The similarity of histograms at different resolutions of the DEM can be determined by the fact that the structure of the power law acting in the main part of the histogram does not depend on the catchment area, and the form of the initial counts of the histogram is uniformly affected by the discreteness of the DEM representation.

**Keywords:** DEM, flow raster, histogram, approximation, density of watercourse lines, catchment area, Horton's ratios

Accepted: 04.07.2023

DOI: 10.21046/2070-7401-2023-20-4-123-132

## References

1. Zlatopolsky A. A., Scale statistics of the valleys found by the digital terrain model. Modified Horton's laws, *Sovremennye problemy distantsionnogo zondirovaniya Zemli iz kosmosa*, 2023, Vol. 20, No. 3, pp. 87–95 (in Russian), DOI: 10.21046/2070-7401-2023-20-3-87-95.
2. Zlatopolsky A. A., Shekman E. A., Ordinal and scale statistics of the valleys found by the digital terrain model, *Sovremennye problemy distantsionnogo zondirovaniya Zemli iz kosmosa*, 2023, Vol. 20, No. 2, pp. 125–134 (in Russian), DOI: 10.21046/2070-7401-2023-20-2-125-134.
3. Nugmanov I. I., Nugmanova E. V., Chernova I. Yu., *Osnovy morfometricheskogo metoda poiska neotektonicheskikh struktur: uchebno-metodicheskoe posobie* (Fundamentals of the morphometric method of searching for neotectonic structures: Educational and methodological manual), Kazan: Kazanskii universitet, 2016, 53 p. (in Russian).