

Константность площади суммарного водосбора водотоков одного масштаба и распределение этого водосбора между водотоками большего масштаба

А. А. Златопольский

Институт космических исследований РАН, Москва 117997, Россия
E-mail: aazlat@gmail.com

Статья начинается с проверки предположения о том, что суммарная площадь водосбора водотоков одного порядка (по Хортону – Стралеру) составляет постоянную часть изучаемой территории и эта часть не зависит от номера порядка. Данное предположение следует из отношений Хортонa, а предложенный ранее закон Хортонa даёт размер этой части. Наши ГИС-измерения по цифровой модели рельефа участка Дальнего Востока подтвердили это предположение. Предложена гипотеза о равномерном распределении водотоков между водотоками старших порядков. Эта гипотеза в сочетании с установленной константностью площади водосбора позволила формально представить, как именно водотоки распределяются между водотоками старших порядков. Полученные формулы дали возможность аналитически описать: коэффициенты Токунага; распределение площади водосбора водотоков одного порядка между водосборами последующих порядков; формирование площади водосбора водотоков одного порядка из водосборов предыдущих порядков; суммарную площадь водосбора прямого стока в водотоки каждого порядка. Наши прямые измерения, а также экспериментальные данные других исследователей подтвердили результаты, полученные аналитически. Сделано предположение, что эти закономерности — и константность суммарной площади водосбора, и распределение этой площади по водосборам большего масштаба — не связаны с порядковой организацией водотоков, а диктуются масштабом водотоков. Дело в том, что очень близкие экспериментальные результаты мы получили, разделив водотоки на участки одного масштаба не с помощью системы порядков, а непосредственно по их площади водосбора: попадает ли она в заданный интервал значений. Вероятно, и гипотезу о равномерном распределении водотоков между водотоками большего масштаба можно сформулировать без упоминания порядков. Утверждения в статье имеют статистический характер, выполняются при измерениях на большом числе водотоков.

Ключевые слова: ЦМР, расчёт сети водотоков, порядок водотоков, масштаб водотоков, статистические характеристики водотоков, соотношения Хортонa, площадь водосбора, коэффициенты Токунага

Одобрена к печати: 25.08.2023

DOI: 10.21046/2070-7401-2023-20-5-120-129

Введение

Рассмотрим одну из характеристик водотоков, которая обладает неожиданным постоянством при смене масштаба изучаемых водотоков. Уже давно (Pelletier, 1999), а фактически гораздо раньше при изучении водотоков с опорой на систему порядков Хортонa – Стралера, было обнаружено, что число водотоков одного порядка практически обратно пропорционально средней площади их водосбора. А значит произведение этих характеристик — суммарная площадь водосбора водотоков одного порядка — величина для всех порядков постоянная.

Когда удалось получить формальное описание взаимозависимости средних характеристик водотоков одного порядка, «законы Хортонa» (Златопольский, Шекман, 2022), экспериментально было найдено соотношение $N_k = 0,5775/A_k^{0,97}$, где k — номер порядка; N_k — среднее число водотоков порядка k на квадратный километр; A_k — средняя площадь водосбора водотоков порядка k . По правилу Хортонa – Стралера первый порядок присваивается истокам, а водоток порядка $k+1$ образуется при слиянии водотоков порядка k . Произведение $N_k A_k$ показывает, какую часть изучаемой территории занимает водосбор водотоков порядка k , обозначим эту часть U_k . Если пренебречь отличием значения степени 0,97 (среднего по публика-

циям) от 1, то получается, что суммарная площадь водосбора потоков у каждого порядка одна и та же, $U_k = U = \text{const}$, и составляет примерно 0,58 от всей территории.

Исследовать эту ситуацию мы будем на сети линий водотоков, построенных геоинформационной системой (ГИС) по цифровой модели рельефа (ЦМР). Для построения этих сетей использован распространённый алгоритм ГИС-моделирования стока (в восьми направлениях), описанный, например, в работе (Гарцман и др., 2015). Анализируем территорию, на которой ГИС-моделирование работает адекватно (рельеф сформирован флювиальными процессами).

Подчеркнём, что закономерности, которые мы обсуждаем, имеют статистический характер, т. е. выполняются в среднем на достаточно большой выборке. Поэтому для исследований используем большую территорию, около 0,5 млн км², и анализировать будем водотоки того масштаба, порядка, которых статистически достаточно. При исследовании территории вклад вносят фрагменты нескольких бассейнов, а кроме того, какие-то водотоки «вытекают» за край территории, а какие-то «втекают» из-за края. Но это не сказывается на результате, если в выборке достаточно много объектов. На территории такого размера, как правило, формируются водотоки до 9-го порядка включительно, но уже водотоков 6-го порядка маловато, в нашем случае их около сотни. Приводим результаты по первым шести порядкам, хотя результаты по 6-му порядку в некоторых случаях заметно отличаются от остальных.

На примере дальневосточной территории рассмотрим, как сохранение суммарной площади водотоков выглядит на практике, зависит ли это от того, что измерение проводится внутри одного бассейна, или нет. Поскольку водотоки одного масштаба можно группировать не только по системе порядков, но и по средней площади водосбора, рассмотрим сохранение суммарной площади водосбора и при такой группировке водотоков. Следующий интересный аспект — как суммарный водосбор одного порядка перераспределяется между водосборами последующих порядков и как эти водосборы формируются из водосборов порядков предшествующих. Предложенная здесь гипотеза о «равномерном распределении притоков» даёт возможность решить этот вопрос аналитически.

Пример расчёта суммарной площади водосбора водотоков одного порядка

Измерения проведены на большом участке Дальнего Востока — от горной системы Сихотэ-Алинь до р. Буреи, 47,15–53,5° с. ш., 130,66–140,11° в. д., 717,5×719,4 км, площадь суши 502 663 км². Для построения сети водотоков использована достаточно надёжная и доступная для многих территорий модель рельефа SRTM (*англ.* Shuttle Radar Topographic Mission). Для сопоставимости с результатами анализа этой территории, которые представлены в предыдущих статьях (Златопольский, 2022; Златопольский, Шекман, 2022), параметры анализа ЦМР сохранены прежними: проекция UTM (*англ.* Universal Transverse Mercator), разрешение 65,1 м/пиксель, порог на площадь водосбора при расчёте порядков 200 пикселей, т. е. 0,85 км².

Для каждого порядка строился бинарный растр, который отображает суммарную область водосбора водотоков этого порядка, *рис. 1*. Области первых порядков на *рис. 1* (см. с. 122) не представлены, так как их структура при таком размере изображения плохо различима. Поэтому на *рис. 2* (см. с. 122) показан небольшой фрагмент суммарной области водосбора первых четырёх порядков. Для удобства визуального сопоставления областей водосбора на *рис. 2* приведена и сеть водотоков.

В *табл. 1* представлено, какую часть общего водосбора территории составляет суммарный водосбор каждого из первых шести порядков. Поскольку все эти значения очень близки (0,61–0,64, в среднем 0,62), наше измерение демонстрирует константность величины суммарного водосбора отдельных порядков, которую мы предполагали.

Если измерить эти площади только внутри водосбора 9-го порядка (бассейн низовьев Амура), то получим практически те же результаты, т. е. этот фактор на результат не влияет.

Полученное среднее значение, $U = 0,62$, отличается от того, которое предполагалось из закона Хортонa, но не существенно — на 7 %. Обратим внимание, что это значение очень близко к золотому сечению.

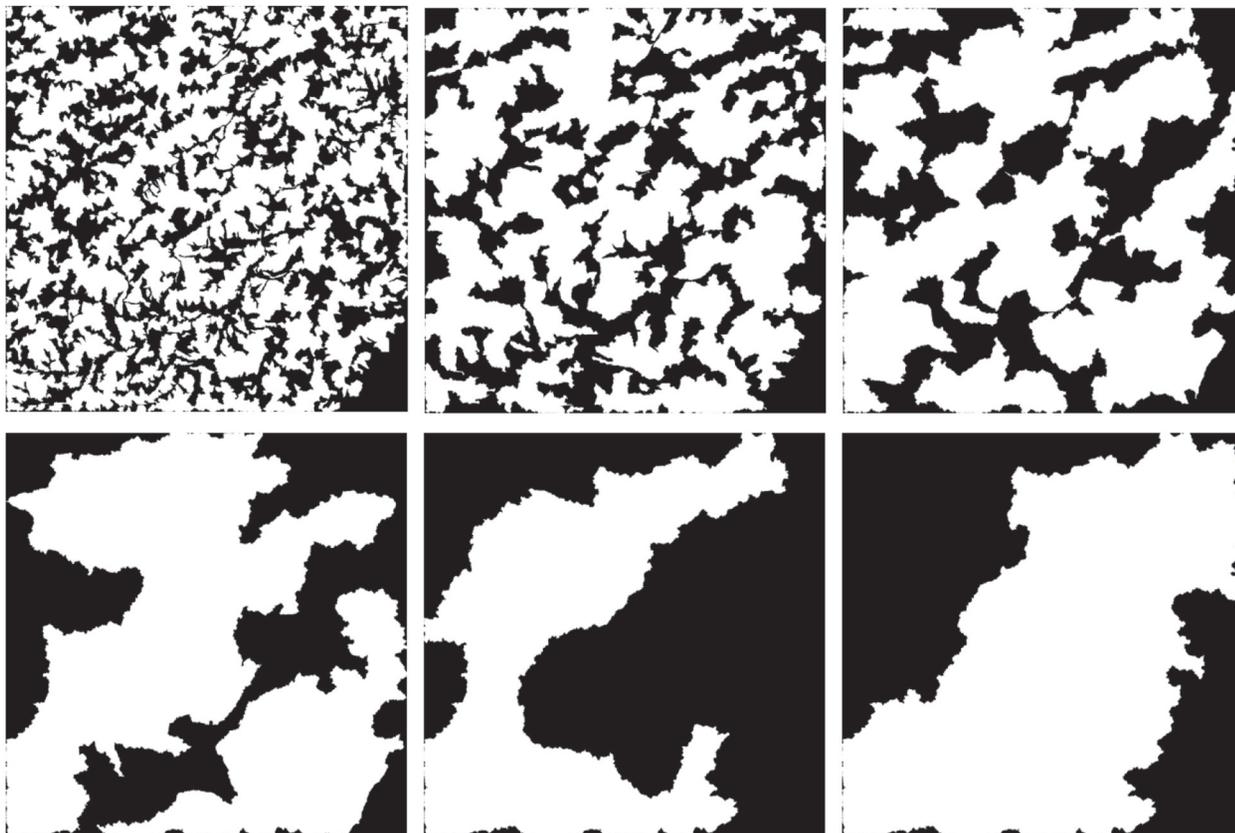


Рис. 1. Суммарная область водосбора водотоков (показана белым цветом) для порядков от 4-го до 9-го (слева направо, сверху вниз)

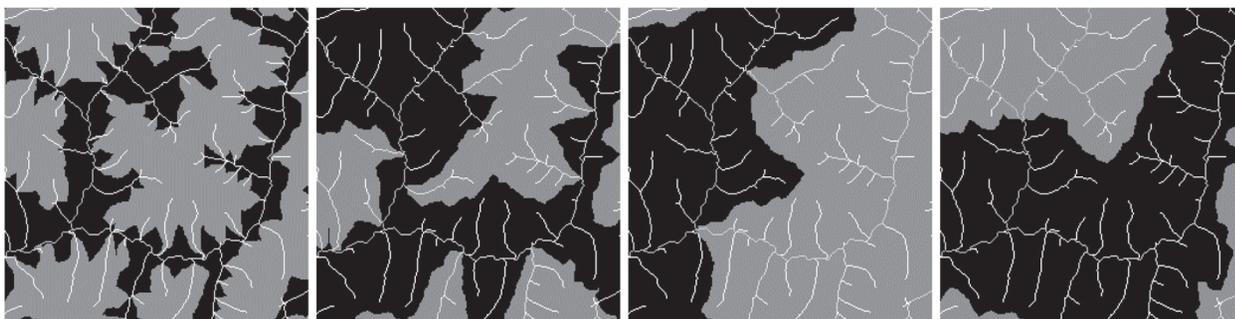


Рис. 2. Область (серый цвет) водосбора водотоков одного порядка на фоне сети водотоков для порядков от 1-го до 4-го (слева направо) для небольшого фрагмента территории (260×260 пикселей, 16,9×16,9 км)

Таблица 1. Часть площади территории, которую составляет суммарный водосбор каждого из первых шести порядков

Номер порядка	1	2	3	4	5	6
Часть всей территории	0,6105	0,6119	0,625	0,6085	0,6326	0,6351
Часть водосбора 9-го порядка	0,61427	0,61858	0,63262	0,62028	0,62197	0,655

Гипотеза о принципе распределения водотоков по водотокам большего масштаба

Перейдём к статистике впадения водотоков порядка k в водотоки более высоких порядков. Обозначим через $N_{k,j}$ среднее число водотоков порядка k , впадающих в водотоки порядка j , а через $U_{k,j}$ — часть суммарной площади водосбора водотоков порядка k , которая прямо передаётся водотокам порядка j .

Нам понадобится ввести ещё несколько обозначений. Коэффициент Хортона $R = 4,6$ отражает рост от порядка к порядку средней площади водосбора водотоков (Pelletier, 1999), а обратный к нему (в силу константности $N_k A_k$) коэффициент $R_n = 1/4,6$ показывает шаг изменения числа водотоков от порядка к порядку $N_{k+1} = N_k R_n$. Из той же работы берём и значение коэффициента Хортона, обозначим как R_d , который указывает шаг изменения суммарной длины водотоков, G_k , от порядка к порядку, $G_{k+1} = G_k R_d$, $R_d = 0,5$. Далее нам понадобится отношение G_k к суммарной длине всех водотоков порядка k и выше, которое равно $(1 - R_d)$, в силу того, что значения суммарной длины водотоков составляют геометрическую прогрессию с шагом R_d . Мы использовали формулу для суммы бесконечной геометрической прогрессии, что в нашем случае достаточно точно, так как работаем с начальными порядками и на исследуемой территории всегда есть несколько (три и больше) последующих порядков.

Часть водотоков порядка k , сливаясь, образуют водотоки порядка $k+1$, а остальные впадают в водотоки порядка $k+1$ и выше. На образование водотоков порядка $k+1$ «уходит» $2N_{k+1} = 2N_k R_n$ водотоков из N_k («образующие»). Оставшиеся («впадающие») водотоки порядка k частично могут впадать в океан или уходить за край исследуемой территории, но измерения показывают, что на столь больших территориях для многочисленных водотоков начальных порядков эти «потери» можно не учитывать.

Гипотеза. «Впадающие» водотоки одного порядка распределяются между водотоками более высокого порядка пропорционально суммарной длине водотоков этих порядков

Если принять эту гипотезу и учесть, что суммарная длина водотоков порядка $k+1$ составляет $(1 - R_d)$ часть от длины всех водотоков порядка $k+1$ и больше, то «впадающие» водотоки порядка k , их $N_k(1 - 2R_n)$ штук, распределятся следующим образом: $N_k(1 - 2R_n) \cdot (1 - R_d)$ впадают в водотоки порядка $k+1$, а в каждый следующий порядок — в R_d меньше, т.е. $N_k(1 - 2R_n) \cdot (1 - R_d) R_d$ — в водотоки порядка $k+2$ и т.д. Таким образом:

$$N_{k,k+1} = 2N_k R_n + N_k(1 - 2R_n) \cdot (1 - R_d) = N_k(1 - R_d(1 - 2R_n)), \quad (1)$$

$$N_{k,k+p} = N_k(1 - 2R_n) \cdot (1 - R_d) R_d^{(p-1)} \text{ для } p > 1. \quad (2)$$

Если подставить указанные выше значения коэффициентов Хортона, то получим:

$$N_{k,k+1} = N_k \times 0,717, N_{k,k+p} = N_k \times 0,283 \times 0,5^{(p-1)} \text{ для } p > 1. \quad (3)$$

Таким образом, получены соотношения, описывающие статистику распределения водотоков одного порядка между водотоками старших порядков. Эти соотношения не зависят от конкретных номеров порядков, а только от величины p . Специальный вид у соотношения для $p = 1$ связан с тем, что кроме «впадающих» есть ещё и «образующие» водотоки порядка k . Для впадающих притоков формула (2) едина для всех p .

Приведём четыре следствия из этих соотношений, а затем сравним эти аналитические результаты, основанные на нашей гипотезе, с прямыми статистическими измерениями.

1. Коэффициент Токунага.

Так называют отношение числа водотоков порядка k , впадающих в водотоки порядка $k+p$, к числу водотоков порядка $k+p$. Из формулы (2) получаем:

$$T(p) = N_k(1 - 2R_n) \cdot (1 - R_d) R_d^{(p-1)} / (N_k R_n^p) = (1/R_n - 2) \cdot (1 - R_d) \cdot (R_d/R_n)^{(p-1)},$$

и если подставить значения коэффициентов Хортона, то $T(p) = 1,3 \times 2,3^{(p-1)}$.

В обширном исследовании (Wang et al., 2021), в частности, рассматриваются и коэффициенты Токунага. Сообщается, что для них должно выполняться соотношение $T(p) = ac^{(p-1)}$, и приведены коэффициенты a и c , рассчитанные для бассейна Амазонки: $a = 1,26$, $c = 2,23$ — и для бассейна Жёлтой реки: $a = 1,34$, $c = 2,25$. Как видим, формула для коэффициента Токунага, формально полученная нами на основе предложенной гипотезы из коэффициентов Хортона, хорошо соответствует независимым измерениям.

2. Распределение площади водосбора водотоков порядка k по водосборам последующих порядков.

Умножив на A_k обе части равенств (1), (2) и (3), получим:

$$U_{k,k+1} = U_k(1 - R_n(1 - 2R_n)), \quad U_{k,k+p} = U_k(1 - 2R_n) \cdot (1 - R_d)R_d^{(p-1)}, \quad p > 1,$$

$$U_{k,k+1} = U_k \times 0,717, \quad U_{k,k+p} = U_k \times 0,283 \times 0,5^{(p-1)}, \quad p > 1.$$

Таким образом, почти три четверти площади водосбора каждого порядка «переходит» к водотокам на 1 большего порядка, к водотокам следующего порядка — 0,14, к следующим — 0,07 и так далее.

3. Формирование площади водосбора водотоков порядка k из водосборов предыдущих порядков.

Поскольку все U_k равны между собой, то $1 - R_d(1 - 2R_n)$, т.е. 0,7174 своей площади водосбора, водотоки порядка k получают от водотоков порядка $k-1$; $(1 - 2R_n) \cdot (1 - R_d)R_d$, или 0,14 своей площади, — от водотоков порядка $k-2$; $(1 - 2R_n) \cdot (1 - R_d)R_d$, или 0,07 своей площади, — от водотоков порядка $k-3$ и т. д.

$$U_{k-1,k} = U_k(1 - R_d(1 - 2R_n)), \quad k > 1, \quad U_{k-p,k} = U_k(1 - 2R_n) \cdot (1 - R_d)R_d^{(p-1)}, \quad k > p > 1,$$

$$U_{k-1,k} = U_k \times 0,717, \quad k > 1, \quad U_{k-p,k} = U_k \times 0,283 \times 0,5^{(p-1)}, \quad k > p > 1.$$

4. Площадь водосбора прямого стока в водотоки порядка k . Обозначим её U_k^{dir} .

Поскольку все U_k равны U , то U_k^{dir} дополняет площадь водосбора, полученного из предыдущих порядков, до U . Отсюда

$$U_1^{dir} = U,$$

$$U_2^{dir} = U - U_2(1 - R_d(1 - 2R_n)) = U(1 - 2R_n)R_d, \quad U_2^{dir} = 0,283U,$$

$$U_3^{dir} = U - U_3(1 - R_d(1 - 2R_n)) - U_3(1 - 2R_n) \cdot (1 - R_d)R_d = U(1 - 2R_n)R_d^2, \quad U_3^{dir} = 0,1415U$$

и т. д. при $k > 1$, $U_k^{dir} = UR_d(1 - 2R_n)R_d^{(k-1)}$, $U_k^{dir} = (0,283 \times 0,5^{(k-1)})U$.

Сумма всех значений U_k^{dir} для $p > 1$ — это сумма геометрической прогрессии с шагом R_d , которая равна $U^{dir}_2 / (1 - R_d) = UR_d(1 - 2R_n) / (1 - R_d)$. Если добавить к этой сумме U^{dir}_1 , то получим $U(1 + R_d(1 - 2R_n) / (1 - R_d))$. Подставив коэффициенты Хортона, получим $1,565U$. Поскольку это площадь водосбора всех порядков, т.е. всей территории, то $1,565U = 1$, откуда $U = 0,639$. Таким образом, в непосредственных измерениях мы получили $U = 0,62$, а теоретически, исходя из коэффициентов Хортона и нашей гипотезы, — близкое значение, что подтверждает предложенную гипотезу.

Напомним, что в этих соотношениях речь идёт о средних значениях по большой территории и про порядки с многочисленными водотоками.

Экспериментальная проверка выводов из предложенной гипотезы

Выше приведено два подтверждения аналитических выводов из предложенной гипотезы (независимые измерения коэффициента Токунага и получение величины U из площади прямого стока), а в этом разделе сравним полученные соотношения с прямыми измерениями. Рассмотрим растр с отмеченными участками суммарного водосбора водотоков порядка k , обозначим их Q_k . Ту часть водосбора Q_k , которая напрямую передаётся в Q_{k+p} , обозначим через $Q_{k,k+p}$ (аналог $N_{k,k+p}$). Из перекрытия растров Q_k и Q_{k+1} найдём $Q_{k,k+1} = Q_k \cap Q_{k+1}$, а из того, что остаётся в Q_k , найдём $Q_{k,k+2} = (Q_k \setminus Q_{k,k+1}) \cap Q_{k+2}$ и т. д. Площадь $Q_{k,k+p}$, отнесённая к площади Q_k , даёт экспериментальное значение для $U_{k,k+p}$. Результаты таких измерений приведены в табл. 2.

Таблица 2. Часть площади водосбора водотоков порядка k , переданная водотокам порядка j (экспериментальное измерение)

$k \setminus j$	2	3	4	5	6
1	0,6824	0,1578	0,0815	0,0422	0,0181
2		0,6962	0,1396	0,088755	0,04156
3			0,6863	0,1625	0,0808
4				0,7036	0,1455
5					0,7055

Из этой таблицы рассчитываем средние значения экспериментальных результатов, $U_{k,k+p}^{ex}$ (табл. 3), которые близки к $U_{k,k+p}$ из формулы (3). Их относительное отличие совсем невелико: для первого отношения — 3 %, а для отношений, в которых величины на порядок меньше, оно становится ощутимым — 19 %. Все измеренные значения, кроме $U_{k,k+1}^{ex}$, оказались несколько больше расчётных.

Таблица 3. Часть площади водосбора водотоков порядка k , переданная водотокам порядка $k+p$; рассчитанная $U_{k,k+p}$ и средняя по данным эксперимента $U_{k,k+p}^{ex}$

p	1	2	3	4	5
$U_{k,k+p}$	0,717	0,1415	0,07075	0,035375	0,017688
$U_{k,k+p}^{ex}$	0,6948	0,15135	0,083685	0,04188	0,0181
$U_{k,k+p}^{ex}/U_{k,k+p}$	0,969038	1,069611	1,182827	1,183887	1,023293

По тем же исходным измерениям можно оценить формирование площади водосбора водотоков порядка k из водосборов предыдущих порядков. Достаточно площадь $Q_{k,k+p}$ отнести к площади Q_{k+p} (табл. 4).

Таблица 4. Часть площади водосбора водотоков порядка j , полученная из водотоков порядка k (экспериментальное измерение)

$k \setminus j$	2	3	4	5	6
1	0,6812	0,1575	0,0796	0,0407	0,01747
2		0,6815	0,1365	0,08585	0,0401
3			0,7043	0,1605	0,0796
4				0,6772	0,1396
5					0,7034

Из табл. 4 находим прямой сток, U_j^{dir} , как дополнение суммы данных столбца до 1. Эти результаты (табл. 5) близки к расчётным. Экспериментальные несколько больше — прямое следствие того, что все экспериментальные значения $U_{k,k+1}$ немного меньше, чем получается в расчёте.

Таблица 5. Часть площади водосбора водотоков порядка j , полученная из прямого стока

j	2	3	4	5	6
U_j^{dir} измерение	0,3188	0,161	0,0796	0,03575	0,01976
U_j^{dir} расчёт	0,283	0,1415	0,07075	0,035375	0,01765
U_j^{dir} измерение / U_j^{dir} расчёт	1,127	1,138	1,125	1	1,119

Таким образом, результаты измерений подтверждают соотношения, полученные аналитически.

Диапазоны

Кроме системы порядков есть и другая возможность разделить сеть водотоков на участки одного масштаба, определяя масштаб водотока по площади его водосбора. В работе (Златопольский, Шекман, 2023) предложено относить к одной группе, «диапазону», все участки водотоков, площадь водосбора которых попадает в заданный для этого диапазона интервал значений. Если указанный интервал соответствует значениям площади водосбора какого-то порядка, то средние характеристики водотоков этого диапазона оказываются такими же, как и у водотоков этого порядка. Собственно, большая часть участков водотоков, отобранных по диапазону, совпадает с водотоками этого порядка. Эксперименты показали, что для средних характеристик водотоков, сгруппированных в диапазоны, законы Хортон работают так же, как и для водотоков, сгруппированных в порядки. Однако интервал значений площади водосбора у диапазона можно задавать и иного размера, чем у порядков. Для учёта этого обстоятельства законы Хортон были модифицированы (Златопольский, 2023).

Посмотрим, работают ли закономерности, описанные выше, если делить водотоки не на порядки, а на диапазоны. При таком делении структура притоков не учитывается и выделенные участки водотоков могут начинаться и оканчиваться не в местах слияния водотоков (хотя чаще — в этих местах). Здесь приведём небольшое число экспериментов, позволяющих оценить ситуацию в целом, оставляя подробности на дальнейшие исследования.

Размером интервала значений площади водосбора, F , называем отношение максимально возможного в этом диапазоне значения площади к минимальному. Рассмотрим шесть диапазонов с последовательными интервалами одинаковой величины $F = R = 4,6$: 0,91–4,19 км²; 4,19–19,28; 19,28–88,69; 88,69–408; 408–1876; 1876–8630 км². Эти диапазоны соответствуют первым шести порядкам, рассмотренным выше. В табл. 6 приведены результаты измерения суммарной площади водосбора водотоков, отнесённых к этим диапазонам. Главное, что показывают эти измерения, — суммарная площадь водосбора у диапазонов, как и у порядков, константна: среднее значение 0,64 при стандартном отклонении 0,03. Второе — эта площадь очень близка к площади водосбора порядков, фактически области водосбора диапазона и водосбора соответствующего порядка перекрываются почти на 90 %.

Таблица 6. Результаты измерения суммарного водосбора водотоков одного диапазона

Номер диапазона	1	2	3	4	5	6
Площадь водосбора как часть территории	0,596	0,63	0,656	0,637	0,641	0,692
Отношение площади диапазона и порядка	0,976	1,029	1,049	1,046	1,014	1,077
Перекрытие площади диапазона и порядка	0,952	0,890	0,882	0,888	0,898	0,86

Распределение площади водосбора по старшим диапазонам (табл. 7) происходит примерно по тем же соотношениям, что и у порядков: сравним их средние значения 0,722; 0,152; 0,0766; 0,0352; 0,0172 со значениями $U_{k,k+p}^{ex}$ в табл. 3.

И ещё один эксперимент. Рассмотрим шесть последовательных диапазонов с интервалом существенно меньшего размера $F = \sqrt{4,6} = 2,145$: 0,91–1,95 км²; 1,95–4,19; 4,19–9; 9–19,28; 19,28–41,35; 41,35–88,69 км². Оказалось, что и в этом случае суммарная площадь водосбора почти одинакова для всех диапазонов: среднее значение равно 0,48 от площади территории при стандартном отклонении 0,011. Перераспределение суммарной площади водосбора водотоков этих диапазонов также происходит в зависимости не от номера диапазона, а от различия масштабов, т. е. от разности $j - k$. И структура их коэффициентов распределения водосбора — 0,66; 0,11; 0,072; 0,046; 0,031 — близка к структуре коэффициентов для интервалов

порядкового размера: первый коэффициент существенно больше остальных, а от второго идёт геометрическая прогрессия с шагом примерно 0,656. Такое сходство — нетривиальный результат, так как при выводе формул (1) и (2) мы прямо опирались на структуру сети (водоток порядка $k+1$ складывается из двух водотоков порядка k), а при делении на диапазоны эта структура напрямую не учитывается.

Таблица 7. Часть площади водосбора водотоков диапазона k , переданная водотокам диапазона j (экспериментальное измерение)

$k \setminus j$	2	3	4	5	6
1	0,7076	0,1546	0,0724	0,0342	0,0172
2		0,7237	0,14	0,0734	0,0362
3			0,7021	0,1542	0,0841
4				0,7114	0,1585
5					0,7646

Приведённые измерения показывают, что и постоянство суммарной площади водосбора, и распределение этой площади по водосборам большего масштаба в соответствии с найденными соотношениями мы наблюдаем также и у диапазонов. Причём и у диапазонов, интервал значений которых существенно меньше порядковых. А значит, можно предположить, что эти закономерности не связаны с порядковой организацией водотоков, а диктуются именно масштабом водотоков.

Относительно этих свойств диапазонов необходимо дальнейшее исследование. Пока нет даже аналитического определения величины суммарной площади водосбора для диапазонов, как это было для порядков. Дело в том, что модифицированный закон Хортон для диапазонов (Златопольский, 2023), связывающий число водотоков и их площадь водосбора, выглядит следующим образом: $N_k = 0,6087(\lg F)^{0,3851} / A_c^{0,993}$, где A_c — геометрическое среднее границ интервала. Поскольку A_c — это не средняя площадь водосбора, то и произведение $N_k A_c$, примерно равное $0,6087(\lg F)^{0,3851}$, не даёт значения суммарной площади, хотя и точно отражает, как изменится эта площадь при изменении размера интервала, F .

Таким образом, приведённые эксперименты показывают, что закономерности, исходно найденные для структуры порядков, работают и при разделении водотоков на масштабные уровни по площади водосбора.

Выводы

Исходя из отношений Хортон можно предположить, что суммарная площадь водотоков каждого порядка (по Хортону—Стралеру) одинакова для всех порядков. А из предложенного ранее закона Хортон, который связывает число водотоков одного порядка и их среднюю площадь водосбора, можно определить, какую часть изучаемой территории составляет суммарная область водосбора порядка. Причём эта часть одинакова для разных территорий. Важно учитывать, что как это, так и остальные утверждения имеют здесь статистический характер и относятся к измерениям на больших территориях для начальных порядков с большим числом водотоков. Возможно, наши утверждения верны только для территорий с рельефом флювиального типа, на котором ГИС-технологии уверенно строят водотоки, благодаря чему мы можем эти утверждения проверить.

Наши ГИС-измерения на большом участке территории Дальнего Востока подтвердили предположение о константности указанной части площади (не меняется или меняется очень слабо), а её значение оказалось близким к тому, что даёт закон Хортон.

Опираясь на этот факт, на законы Хортон и на предложенную здесь гипотезу о равномерном распределении водотоков между водотоками большего масштаба, мы получили

формальное описание распределения водотоков одного порядка, k , между водотоками старших порядков, $k+p$. Эти соотношения зависят не от конкретных номеров порядков, а только от величины p . Специальный вид имеет формула для $p = 1$, так как водотоки порядка k образуют водотоки порядка $k+1$.

Полученные формулы (1) и (2) позволили аналитически описать:

- коэффициенты Токунага, $N_{k,k+p}/N_{k+p}$;
- распределение площади водосбора водотоков порядка k между водосборами последующих порядков;
- формирование площади водосбора водотоков порядка k из водосборов предыдущих порядков;
- суммарную площадь водосбора прямого стока в водотоки порядка k .

Проведённые нами прямые измерения, а также экспериментальные данные других исследователей подтвердили результаты, полученные аналитически.

Можно предположить, что эти закономерности — и постоянство суммарной площади водосбора, и распределение этой площади по водосборам большего масштаба — не связаны с порядковой организацией водотоков, а диктуются масштабом водотоков. Действительно, очень близкие экспериментальные результаты мы получили, разделив сеть водотоков на участки одного масштаба не с помощью системы порядков, а непосредственно по площади водосбора: попадает ли она в заданный интервал значений. Причём этот интервал может быть существенно меньше интервала у порядка. Приведённые здесь эксперименты подтвердили эту ситуацию в целом, а детали предполагается изучить в дальнейшем. Очень вероятно, что и гипотезу о равномерном распределении водотоков между водотоками большего масштаба можно сформулировать без упоминания порядков.

Ещё одно направление дальнейшего исследования — поиск объяснения причины константности суммарной площади водосбора, а также того, почему значение пропорции именно таково.

Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (тема «Мониторинг», госрегистрация № 122042500031-8).

Литература

1. Гарцман Б. И., Бугаец А. Н., Тегай Н. Д., Краснопеев С. М. Анализ структуры речных систем и перспективы моделирования гидрологических процессов // Речные системы Дальнего Востока России: четверть века исследований. Владивосток: Дальнаука, 2015. С. 273–285.
2. Златопольский А. А. Порядковая статистика долин, найденных по цифровой модели рельефа. Базовый расчет и приведенный порядок // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2022. Т. 19. № 3. С. 133–142. DOI: 10.21046/2070-7401-2022-19-3-133-142.
3. Златопольский А. А. Масштабная статистика долин, найденных по цифровой модели рельефа. Модифицированные законы Хортон // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2023. Т. 20. № 3. С. 87–95. DOI: 10.21046/2070-7401-2023-20-3-87-95.
4. Златопольский А. А., Шекман Е. А. Порядковая статистика долин, найденных по цифровой модели рельефа. Масштабный фактор и уравнения Хортон // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2022. Т. 19. № 5. С. 113–122. DOI: 10.21046/2070-7401-2022-19-5-113-122.
5. Златопольский А. А., Шекман Е. А. Порядковая и масштабная статистика долин, найденных по цифровой модели рельефа // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2023. Т. 20. № 2. С. 125–134. DOI: 10.21046/2070-7401-2023-20-2-125-134.
6. Pelletier J. D. Self-organization and scaling relationships of evolving river networks // J. Geophysical Research. 1999. V. 104. Iss. B4. P. 7359–7375. <https://doi.org/10.1029/1998JB900110>.
7. Wang K., Zhang L., Li T. et al. Side Tributary Distribution of Quasi-Uniform Iterative Binary Tree Networks for River Networks // Frontiers in Environmental Science. 2022. V. 9. Article 792289. DOI: 10.3389/fenvs.2021.792289.

Constancy of the area of the total catchment of watercourses of the same scale and the distribution of this catchment between watercourses of a larger scale

A. A. Zlatopolsky

Space Research Institute RAS, Moscow 117997, Russia
E-mail: aazlat@gmail.com

The article begins with a test of the assumption that the total catchment area of watercourses of the same order (according to Horton-Strahler) is a constant part of the study area. This assumption follows from Horton's ratios, and Horton's law proposed earlier gives the size of this part. Our GIS measurements in the Far East confirmed this assumption. A hypothesis is proposed about the uniform distribution of watercourses between watercourses of higher orders. This hypothesis, combined with the established constancy of the catchment area, made it possible to formally describe how watercourses are distributed among watercourses of higher orders. The obtained formulas made it possible to analytically describe: Tokunaga coefficients; distribution of the catchment area of watercourses of one order between catchment areas of subsequent orders; formation of the catchment area of watercourses of one order from catchment areas of previous orders; the total catchment area of direct runoff into watercourses of each order. Our direct measurements, as well as the experimental data of other researchers, confirmed the results obtained analytically. It has been suggested that these patterns — both the constancy of the total catchment area and the distribution of this area over larger catchment areas — are not related to the ordinal organization of watercourses, but are dictated by the scale of watercourses. The fact is that we obtained very close experimental results by distributing watercourses into sections of the same scale not with the help of a system of orders, but directly according to their catchment area: does it fall within a given range of values. It is likely that the hypothesis of a uniform distribution of watercourses between watercourses of a larger scale can be formulated without mentioning orders. The statements in the article are of a statistical nature; they are carried out in the measurements over large areas and for scales with a large number of watercourses.

Keywords: DTM, watercourse network calculation, watercourse order, watercourse scale, watercourse statistics, Horton ratios, catchment area, Tokunaga coefficients

Accepted: 25.08.2023

DOI: 10.21046/2070-7401-2023-20-5-120-129

References

1. Gartsman B. I., Bugaets A. N., Tegai N. D., Krasnopeev S. M., Analysis of the structure of river systems and prospects for modeling hydrological processes, *River system of Pacific Russia: A quarter century of research*, Vladivostok: Dalnauka, 2015, pp. 273–285 (in Russian).
2. Zlatopolsky A. A., Ordinal statistics of the valleys found by the digital terrain model. Basic calculation and converted order, *Sovremennye problemy distantsionnogo zondirovaniya Zemli iz kosmosa*, 2022, Vol. 19, No. 3, pp. 133–142 (in Russian), DOI: 10.21046/2070-7401-2022-19-3-133-142.
3. Zlatopolsky A. A., Scale statistics of the valleys found by the digital terrain model, Modified Horton's laws, *Sovremennye problemy distantsionnogo zondirovaniya Zemli iz kosmosa*, 2023, Vol. 20, No. 3, pp. 87–95 (in Russian), DOI: 10.21046/2070-7401-2023-20-3-87-95.
4. Zlatopolsky A. A., Shekman E. A., Ordinal statistics of the valleys found by the digital terrain model. Scale factor and Horton's equations, *Sovremennye problemy distantsionnogo zondirovaniya Zemli iz kosmosa*, 2022, Vol. 19, No. 5, pp. 113–122 (in Russian), DOI: 10.21046/2070-7401-2022-19-5-113-122.
5. Zlatopolsky A. A., Shekman E. A., Ordinal and scale statistics of the valleys found by the digital terrain model, *Sovremennye problemy distantsionnogo zondirovaniya Zemli iz kosmosa*, 2023, Vol. 20, No. 2, pp. 125–134 (in Russian), DOI: 10.21046/2070-7401-2023-20-2-125-134.
6. Pelletier J. D., Self-organization and scaling relationships of evolving river networks, *J. Geophysical Research*, 1999, Vol. 104, Issue B4, pp. 7359–7375, <https://doi.org/10.1029/1998JB900110>.
7. Wang K., Zhang L., Li T., Li X. et al., Side Tributary Distribution of Quasi-Uniform Iterative Binary Tree Networks for River Networks, *Frontiers in Environmental Science*, 2022, Vol. 9, Article 792289, DOI: 10.3389/fenvs.2021.792289.