

Моделирование отражения солнечного света морской поверхностью усечённым распределением Грама – Шарлье

А. С. Запевалов

Морской гидрофизический институт РАН, Севастополь, 299011, Россия

E-mail: sevzepter@mail.ru

При моделировании отражения света от морской поверхности традиционно используется представление распределения её уклонов с помощью усечённых рядов Грама – Шарлье. Ряды Грама – Шарлье содержат полиномиальные множители, и небольшое количество членов ряда приводит к искажениям на хвостах распределения. Рассмотрены ошибки аппроксимации функции плотности вероятности уклонов морской поверхности, связанные с появлением отрицательных значений, а также локальных экстремумов. Для анализа используются коэффициенты ряда, рассчитанные по данным дистанционного зондирования установленным на космическом аппарате оптическим сканером. Эти коэффициенты отличаются от ранее полученных, которые рассчитывались по аэрофотографиям солнечного блика. Определена граница области допустимых значений уклонов, внутри которой аппроксимация плотности вероятности является положительной и не имеет дополнительных экстремумов. Установлено, что дополнительные экстремумы могут появляться только в области отрицательных значений аппроксимации функции плотности вероятности. Показано, что ориентированные поперёк направления ветра компоненты уклонов всегда лежат в области допустимых значений. Границы области допустимых значений для продольной компоненты уклона меняются с изменением скорости ветра. При скорости ветра до 7 м/с все значения продольной компоненты лежат в области допустимых значений, при более высоких скоростях ветра они могут выходить за пределы этой области. Отмечена необходимость построения модели, свободной от ограничений, присущих аппроксимациям функции плотности вероятности, построенным на основе усечённых рядов Грама – Шарлье.

Ключевые слова: морская поверхность, двулучевая функция отражательной способности, уклоны, статистические моменты, распределение Грама – Шарлье

Одобрена к печати: 04.12.2023

DOI: 10.21046/2070-7401-2024-21-1-66-75

Введение

Регистрируемое на спутнике излучение системы «океан – атмосфера» включает: отражение морской поверхностью прямого солнечного излучения, которое определяет формирование солнечного блика; солнечное излучение, рассеянное атмосферой; рассеянное вверх солнечное излучение, проникшее в водную толщу. Первая составляющая используется для расчёта характеристик уклонов морской поверхности, определения скорости приводного ветра в зоне солнечного блика (Cox, Munk, 1954b; Wald, Monget, 1983), две другие позволяют вне зоны блика восстанавливать цветность моря, содержание растворённой органики, фитопланктона и взвесей, определять оптическую толщину атмосферы и ряд других характеристик (Соболев, 1972; Федоров, Станичный, 2022; Финенко и др., 2018). Для правильной интерпретации спутниковых снимков необходимо знать границы области солнечного блика, что, в свою очередь, требует оценки распределения уклонов морской поверхности (Kay et al., 2009; Lebedev, Zapevalov, 2018).

Модель, описывающая геометрическую схему зеркального отражения прямого солнечного света от взволнованной морской поверхности и интерпретирующая статистику солнечного блика в терминах статистик распределения уклонов, была впервые описана в работе (Cox, Munk, 1954a). Модель представляет собой двунаправленную функцию отражения света и обычно обозначается акронимом BRDF (*англ.* bidirectional reflectance distribution function). Она имеет вид (Bréon, Henriot, 2006):

$$\text{BRDF} = \frac{\pi Fr(\beta) P(\xi_x, \xi_y)}{4 \cos \theta_r \cdot \cos \theta_s \cdot \cos^4 \theta_n},$$

где $Fr(\beta)$ — коэффициент отражения Френеля для яркости; $\beta = 0,5 \arccos(\cos \theta_s \cdot \cos \theta_r + \sin \theta_s \cdot \sin \theta_r \cdot \cos \varphi)$; $P(\xi_x, \xi_y)$ — функция двумерной плотности вероятности компонент уклонов морской поверхности; $\theta_n = \arctg\left(\sqrt{\xi_x^2 + \xi_y^2}\right)$; θ_r — зенитный угол света, отражённого в направлении космического аппарата; θ_s — зенитный угол солнечного света, падающего на морскую поверхность; φ — азимутальный угол между направлением падающего и отражённого луча света.

Морское волнение представляет собой слабо нелинейный процесс, статистическое распределение параметров которого (возвышение, уклон) отличается от нормального распределения. Как правило, для аппроксимации функции $P(\xi_x, \xi_y)$ используются модели, построенные на основе ряда Грама — Шарлье, коэффициенты которого рассчитываются по известным статистическим моментам (Кендалл, Стьюарт, 1966). Проблема заключается в том, что аппроксимации строятся на основе усечённых рядов, в которых заданы только коэффициенты (статистические моменты уклонов) до четвёртого порядка включительно (Bréon, Henriot, 2006; Cavalli et al., 2006; Cox, Munk, 1954b). Ряды Грама — Шарлье содержат полиномиальные множители, и низкий порядок усечения приводит к искажениям на хвостах распределения, аппроксимация $P(\xi_x, \xi_y)$ может принимать отрицательные значения или быть мультимодальной (Blinnikov, Moessner, 1998; Kwon, 2020).

Традиционно при моделировании распределения уклонов морской поверхности используется модель Кокса — Манка (Cox, Munk, 1954b), построенная на основе рядов Грама — Шарлье, коэффициенты которых были рассчитаны по аэрофотографиям морской поверхности. Эти коэффициенты позволяют определить функцию BRDF только в ограниченном диапазоне углов зондирования (Tatarskii, 2003), который уже диапазона, в котором работают оптические сканеры, установленные на низкоорбитальных космических аппаратах (Запевалов, Лебедев, 2014).

Спустя почти 50 лет расчёт коэффициентов двумерного распределения уклонов был выполнен по данным, полученным при дистанционном зондировании с космического аппарата (КА) (Bréon, Henriot, 2006). Зондирование осуществлялось с помощью оптического сканера POLDER (*англ.* POLarization and Directionality of the Earth Reflectances). Носителем был КА ADEOS (*англ.* Advanced Earth Observing Satellite). Скорость ветра определялась скатерометром NSCAT (*англ.* NASA Scatterometer (NASA — *англ.* National Aeronautics and Space Administration — Национальное управление по авиации и исследованию космического пространства)), установленным на борту этого же КА. Разброс всех коэффициентов при измерениях с борта КА в несколько раз ниже, чем при измерениях с самолёта, что, вероятно, связано с тем, что в первом случае площадь, по которой проводится осреднение коэффициентов, значительно больше, чем во втором (Пустовойтенко, Лебедев, 2015).

Области допустимых значений уклонов, т. е. области, где BRDF положительна и не имеет дополнительных локальных экстремумов для коэффициентов, определённых по данным самолётных и спутниковых измерений, различны. Цель настоящей работы заключается в определении границ этой области для анализа и интерпретации результатов зондирования с КА.

Аппроксимация распределения уклонов усечёнными рядами Грама — Шарлье

Будем обозначать индексом u уклон в направлении ветра, индексом s — уклон в поперечном направлении. Если индекс отсутствует, то данный параметр относится к обоим компонентам. Введём нормирование $\tilde{\xi} = \xi/\sigma$, где σ — среднеквадратическое значение ξ . Среднее значение уклона морской поверхности ξ в любом направлении равно нулю.

Основной моделью, описывающей двумерную функцию плотности вероятности уклонов морской поверхности в задачах отражения света, выступает модель, построенная на основе усечённых рядов Грама – Шарлье:

$$P(\xi_u, \xi_c) = \frac{1}{2\pi\sigma_u\sigma_c} \exp\left\{-\frac{\tilde{\xi}_u^2 + \tilde{\xi}_c^2}{2}\right\} \left\{ \begin{array}{l} 1 \otimes \frac{C_{21}}{2} H_2(\tilde{\xi}_u) H_1(\tilde{\xi}_c) - \frac{C_{03}}{6} H_3(\tilde{\xi}_c) \\ \otimes \frac{C_{04}}{24} H_4(\tilde{\xi}_u) - \frac{C_{40}}{24} H_4(\tilde{\xi}_c) - \frac{C_{22}}{4} H_2(\tilde{\xi}_c) H_2(\tilde{\xi}_u) \end{array} \right\}, \quad (1)$$

где σ_u и σ_c — среднеквадратические значения продольной и поперечной компоненты уклонов; коэффициенты c определяют отклонение от нормального распределения, первый индекс относится к поперечной компоненте уклона, второй — к продольной; $H_n(\xi)$ — ортогональные полиномы Чебышева – Эрмита порядка n .

Коэффициенты C_{03} и C_{30} являются асимметрией распределения соответствующих компонент уклонов, коэффициенты C_{04} и C_{40} — их эксцессом. Поскольку предполагается, что распределение уклонов симметрично в поперечном направлении, то $C_{30} = C_{12} = C_{13} = C_{31} = 0$.

Коэффициенты C_{ij} , полученные на основе обработки 24 000 оптических изображений с установленного на КА оптического сканера POLDER, описываются следующими выражениями (Bréon, Henriot, 2006):

$$\left. \begin{array}{l} C_{21} = -0,0009U \pm 0,03, \\ C_{03} = -0,45[1 + \exp(7 - U)]^{-1} \pm 0,01, \\ C_{40} = 0,3 \pm 0,05, \\ C_{22} = 0,12 \pm 0,03, \\ C_{04} = 0,4 \pm 0,1, \end{array} \right\} \quad (2)$$

где U — скорость ветра (м/с) на высоте 10 м; «±» — среднеквадратическое отклонение δC_{ij} .

Статистическое распределение продольной и поперечной компоненты уклонов

Рассмотрим два сечения двумерной функции плотности вероятности уклонов $P_u(\tilde{\xi}_u) = P(\tilde{\xi}_u, \tilde{\xi}_c = 0)$ и $P_c(\tilde{\xi}_c) = P(\tilde{\xi}_u = 0, \tilde{\xi}_c)$. Одномерную функцию плотности вероятности случайной величины $\tilde{\xi}$ представим в виде (Kwon, 2020):

$$P(\tilde{\xi}) = N(\tilde{\xi}) f_0(\tilde{\xi}), \quad (3)$$

где $N(\tilde{\xi})$ — стандартное нормальное распределение; $f_0(\tilde{\xi})$ — полином степени n . Степень полинома определяется порядком усечения ряда Грама – Шарлье. Функция $f_0(\tilde{\xi})$ описывает отклонения распределения компонент уклонов от нормального распределения. Чтобы определить область, внутри которой $P(\tilde{\xi}) > 0$, необходимо найти корни уравнений $f_{u0}(\tilde{\xi}) = 0$ и $f_{c0}(\tilde{\xi}) = 0$. Корни будем искать в области $|\tilde{\xi}| \leq 5$. При $|\tilde{\xi}| = 5$ функция плотности вероятности спадает примерно на шесть порядков; соответственно, меняется BRDF. Если значения BRDF малы, то регистрируемый на КА сигнал определяется рассеянием солнечного излучения из водной толщи и атмосферы в сторону спутника (Лебедев, 2013). Функции $f_{u0}(\tilde{\xi}_u)$ и $f_{c0}(\tilde{\xi}_c)$, представленные на рис. 1 (см. с. 69), имеют вид:

$$\begin{aligned} f_{u0}(\tilde{\xi}_u) &= 1 + \frac{C_{40}}{8} + \frac{C_{21}}{2} H_1(\tilde{\xi}_u) - \frac{C_{22}}{4} H_2(\tilde{\xi}_u) - \frac{C_{03}}{6} H_3(\tilde{\xi}_u) + \frac{C_{04}}{24} H_4(\tilde{\xi}_u), \\ f_{c0}(\tilde{\xi}_c) &= 1 + \frac{C_{04}}{8} - \frac{C_{22}}{4} H_2(\tilde{\xi}_c) + \frac{C_{40}}{24} H_4(\tilde{\xi}_c). \end{aligned}$$

При расчётах предполагалось, что значения смешанных коэффициентов (коэффициенты C_{ij} , у которых одновременно $i \neq 0$ и $j \neq 0$) равны их средним значениям.

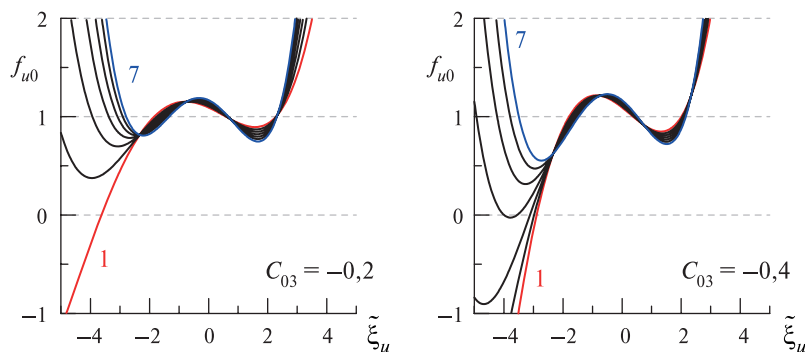


Рис. 1. Функции $f_{u0} = f_{u0}(\tilde{\xi}_u)$. Кривые 1–7 соответствуют изменению коэффициента C_{04} в пределах от $C_{04} - 3\delta C_{04}$ до $C_{04} + 3\delta C_{04}$ с шагом δC_{04} . Черта сверху означает осреднение

Границы области, в которой появляются отрицательные значения f_{u0} , в основном определяют коэффициенты C_{03} и C_{04} . При $C_{03} = -0,2$ отрицательные значения f_{u0} появляются только при $C_{04} = 0,1$, при $C_{03} = -0,4$ они появляются при больших значениях C_{04} . Функция $f_{c0} = 0$, как показано на рис. 2, при характерных значениях C_{04} корней не имеет.

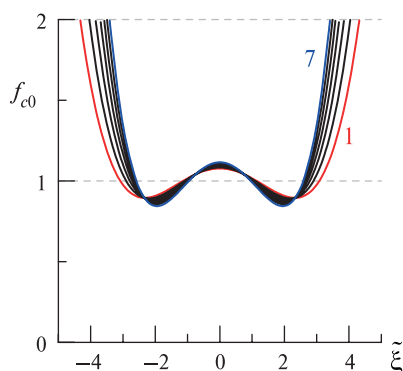


Рис. 2. Функции $f_{c0} = f_{c0}(\tilde{\xi}_u)$. Кривые 1–7 соответствуют изменению коэффициента C_{40} в пределах от $C_{40} - 3\delta C_{40}$ до $C_{40} + 3\delta C_{40}$ с шагом δC_{40}

Границы области, внутри которой аппроксимация $P(\tilde{\xi})$ является одномодальной, можно определить, используя условие $dP(\tilde{\xi})/d\tilde{\xi} = 0$. Дифференцирование функции $P(\xi)$ приводит к форме, подобной функции (3) (Kwon, 2020):

$$\frac{dP(\tilde{\xi})}{d\tilde{\xi}} = N(\tilde{\xi})f_1(\tilde{\xi}),$$

где $f_1(\tilde{\xi})$ — полином степени $n + 1$. Учитывая, что

$$\frac{d(N(\tilde{\xi})H_n(\tilde{\xi}))}{d\tilde{\xi}} = -N(\tilde{\xi})H_{n+1}(\tilde{\xi}),$$

получаем:

$$-f_{u1}(\tilde{\xi}_u) = \left(1 + \frac{C_{40}}{8}\right) H_1(\tilde{\xi}_u) + \frac{C_{21}}{2} H_2(\tilde{\xi}_u) - \frac{C_{22}}{4} H_3(\tilde{\xi}_u) - \frac{C_{03}}{6} H_4(\tilde{\xi}_u) + \frac{C_{04}}{24} H_5(\tilde{\xi}_u),$$

$$-f_{c1}(\tilde{\xi}_c) = \left(1 + \frac{C_{04}}{8}\right) H_1(\tilde{\xi}_c) - \frac{C_{22}}{4} H_3(\tilde{\xi}_c) + \frac{C_{40}}{24} H_5(\tilde{\xi}_c).$$

Рассчитанные для тех же значений коэффициентов C_{ij} , что и приведённые на *рис. 1* функции $f_{u0}(\tilde{\xi})$, функции $f_{u1}(\tilde{\xi})$ представлены на *рис. 3*. Корень уравнения $f_1(\tilde{\xi}) = 0$ при значениях $\tilde{\xi}$, близких к нулю, соответствует максимуму функции плотности вероятности $dP(\tilde{\xi})$. Нас интересуют корни (если они есть) в области $|\tilde{\xi}| \approx 3 \dots 5$.

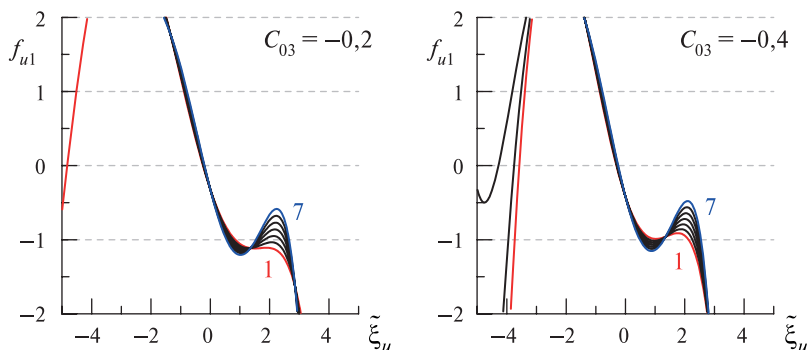


Рис. 3. Функции $f_{u1} = f_{u1}(\tilde{\xi}_u)$. Кривые 1–7 соответствуют изменению коэффициента C_{04} в пределах от $C_{04} - 3\delta C_{04}$ до $C_{04} + 3\delta C_{04}$ с шагом δC_{04}

Функция $f_{c1}(\tilde{\xi}_c)$, как показано на *рис. 4*, дополнительных корней не имеет.

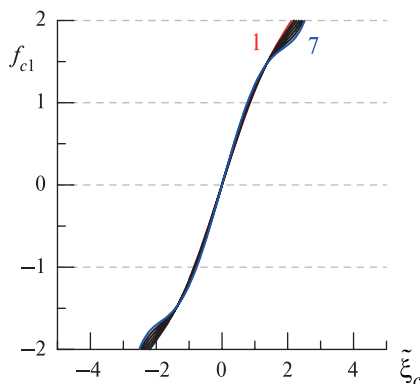


Рис. 4. Функции $f_{c1} = f_{c1}(\tilde{\xi}_c)$. Кривые 1–7 соответствуют изменению коэффициента C_{40} в пределах от $C_{40} - 3\delta C_{40}$ до $C_{40} + 3\delta C_{40}$ с шагом δC_{40}

Обозначим решения уравнений $f_0(\tilde{\xi}) = 0$ и $f_1(\tilde{\xi}) = 0$ как $\tilde{\xi}_0$ и $\tilde{\xi}_1$ соответственно. Важно отметить, что при заданном наборе выражений (2) коэффициентов C_{ij} всегда выполняется условие $|\tilde{\xi}_0| < |\tilde{\xi}_1|$; это означает, что локальные экстремумы $P(\tilde{\xi})$ могут возникать только в области, где $P(\tilde{\xi}) < 0$. Таким образом, при анализе допустимых значений уклонов необходимо и достаточно рассматривать только границы области появления отрицательных значений $P(\tilde{\xi})$.

Условия появления отрицательных значений функции плотности вероятности уклонов

Проблема появления отрицательных значений функции плотности вероятности уклонов в модели (1), коэффициенты которой рассчитаны по аэрофотографиям морской поверхности

(Cox, Munk, 1954b), ранее обсуждалась в ряде работ (Запезалов, Лебедев, 2014; Запезалов, Ратнер, 2003; Лебедев и др., 2014; Tatarskii, 2003). Для дальнейшего анализа обозначим коэффициенты модели (1) следующим образом: полученные в работе (Cox, Munk, 1954b) — C_{ij}^{CM} , полученные в работе (Bréon, Henriot, 2006) — C_{ij}^{BH} .

Как уже отмечалось, основными параметрами, ответственными за появление отрицательных значений функции $P_u(\xi_u)$, являются асимметрия и эксцесс. Важное различие между C_{ij}^{BH} и C_{ij}^{CM} заключается в том, что разброс C_{ij} значительно меньше, чем разброс C_{ij}^{CM} . Средние значения C_{04}^{BH} и C_{04}^{CM} близки, но при изменении в пределах 3δ значения C_{04}^{BH} меняются от 0,1 до 0,7, т. е. всегда положительные, в то время как C_{04}^{CM} меняется от -1 до $1,46$, т. е. значительная часть оценок лежит в области отрицательных значений. Аналогичная ситуация имеет место для поперечной компоненты уклонов: C_{40}^{BH} меняется от 0,15 до 0,45, C_{40}^{CM} меняется от $-0,29$ до $1,09$.

Если эксцесс положительный или равен нулю, то отрицательные значения не могут появиться при нулевой асимметрии. Они возникают, если асимметрия достаточно велика независимо от её знака. Ситуация, когда $P_c(\xi_c) < 0$, не возникает, если расчёты проводятся по коэффициентам C_{ij}^{BH} .

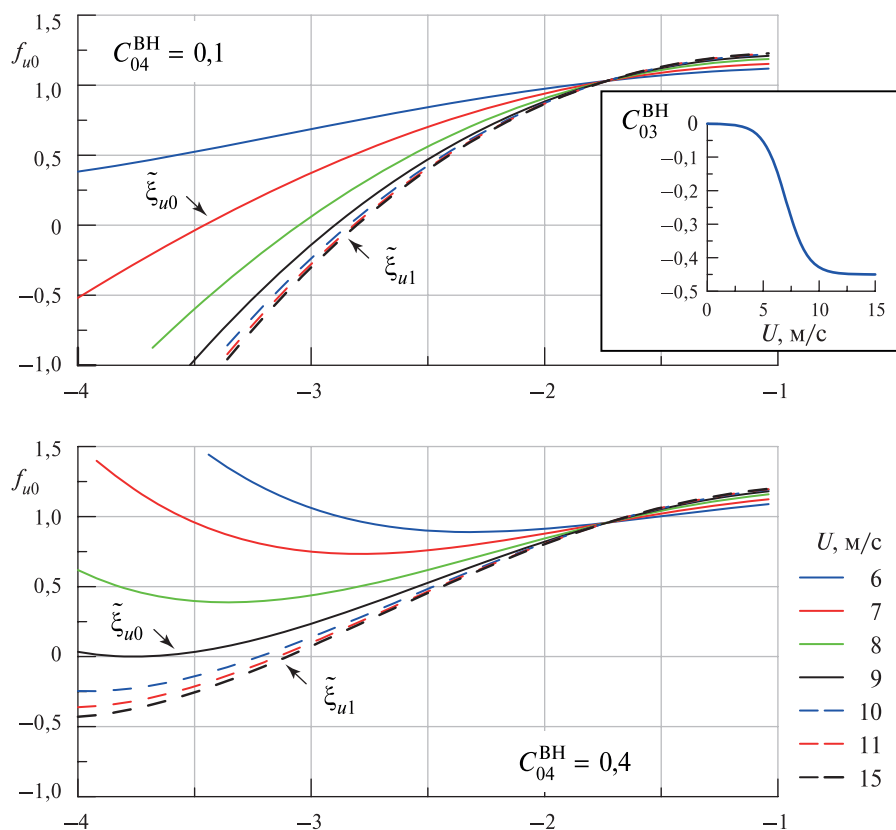


Рис. 5. Границы области допустимых значений продольной компоненты уклонов. На врезке — зависимость $C_{03}^{BH} = C_{03}^{BH}(U)$

Асимметрия C_{03}^{BH} , как показано на врезке рис. 5 (см. с. 71), зависит от скорости ветра: она близка к нулю при скорости ветра менее 5 м/с, затем при усилении ветра до 11 м/с происходит её резкий рост, дальнейшее усиление ветра практически не приводит к её изменению. Границы области допустимых значений ξ_u при фиксированных C_{40}^{BH} и разной скорости ветра показаны на рис. 5 и обобщены в таблице. Параметр U_{min} соответствует минимальной скорости ветра, при которой появляются отрицательные значения $P_u(\xi_u)$; параметры ξ_{u0} и ξ_{u1}

показывают границы области допустимых значений при скорости ветра, равной U_{\min} и 15 м/с соответственно.

Границы области допустимых значений продольной компоненты уклонов для модели (1)

C_{40}^{BH}	U_{\min} , М/с	$\tilde{\xi}_{u0}$	$\tilde{\xi}_{u1}$	α_{u0} , град	α_{u1} , град
0,1	7	-3,46	-2,81	30,1	35,4
0,2	8	-3,20	-2,87	29,7	36,2
0,3	9	-3,13	-2,95	33,1	37,2
0,4	10	-3,22	-3,10	33,3	39,1

Используя соотношение $\xi = \sigma \tilde{\xi}$, перейдем от безразмерных характеристик $\tilde{\xi}$ к размерным ξ . Согласно (Bréon, Henriot, 2006) дисперсия продольной компоненты уклона описывается выражением $\sigma_u^2 = 0,001 + 0,00316U \pm 0,0005$. Локальный угол наклона морской поверхности связан с локальным уклоном нелинейным соотношением $\alpha = \text{arctg} \xi$. Оценки углов α_{u0} и α_{u1} , соответствующие $\tilde{\xi}_{u0}$ и $\tilde{\xi}_{u1}$, приведены в *таблице*. Углы α_{u0} и α_{u1} измеряются в градусах.

При скорости ветра менее 7 м/с уклон ξ_u находится в области допустимых значений. При большой скорости ветра он может выходить за пределы этой области, если соответствующий ξ_u угол α_u превышает 30° . Несмотря на то, что $\tilde{\xi}_{u0} > \tilde{\xi}_{u1}$, для углов α_u имеет место обратное неравенство: $\alpha_{u0} < \alpha_{u1}$. Это объясняется тем, что $\tilde{\xi}_{u1}$ рассчитываются для большей скорости ветра, чем $\tilde{\xi}_{u0}$, и, соответственно, при большей дисперсии σ_u^2 .

Для анализа оптических изображений морской поверхности необходимо иметь информацию о характеристиках солнечного блика (размеры, контраст) (Kay et al., 2009). Ранее эти характеристики рассчитывались на основе изотропного варианта распределения уклонов морской поверхности Кокса – Манка и модели атмосферного рассеяния (Lebedev, Zapevalov, 2018). Полученные в настоящей работе результаты позволяют уточнить указанные расчёты. Они будут полезны при анализе спутниковых измерений параметров моря и атмосферы, чувствительных к проявлению солнечного блика.

Заключение

Путём численного моделирования определена граница области допустимых для модели (1) значений уклонов, внутри которой аппроксимация плотности вероятности является положительной и не имеет дополнительных экстремумов. Анализ проведён для коэффициентов C_{ij}^{BH} , рассчитанных по данным измерений оптическим сканером, установленным на КА.

Компонента уклона, ориентированная поперёк направления ветра, всегда лежит в области допустимых значений. Положение границы области допустимых значений продольной компоненты уклона ξ_u зависит от скорости ветра, что вызвано зависимостью третьего статистического момента ξ_u от скорости ветра. При скорости ветра до 7 м/с все значения продольной компоненты лежат в области допустимых величин. При более высокой скорости ветра уклон ξ_u может выходить за область допустимых значений, если соответствующий ему угол наклона $\alpha_u = \text{arctg} \xi_u$ превышает 30° .

Проведённый анализ также показал необходимость построения модели, описывающей функцию плотности вероятности уклона морской поверхности, свободной от ограничений, которые присущи аппроксимациям, построенным на основе усечённых рядов Грама – Шарлье.

Работа выполнена в рамках госзадания по теме FNNN-2021-0003 «Развитие методов оперативной океанологии на основе междисциплинарных исследований процессов формирова-

ния и эволюции морской среды и математического моделирования с привлечением данных дистанционных и контактных измерений».

Литература

1. Запезалов А. С., Лебедев Н. Е. Моделирование статистических характеристик поверхности океана при дистанционном зондировании в оптическом диапазоне // *Оптика атмосферы и океана*. 2014. № 1. С. 28–33.
2. Запезалов А. С., Ратнер Ю. Б. Аналитическая модель плотности вероятностей уклонов морской поверхности // *Морской гидрофиз. журн.* 2003. № 1. С. 3–17.
3. Кендалл М. Дж., Стьюарт А. Теория распределений / пер. с англ. В. В. Сазонова, А. Н. Ширяева; под ред. А. Н. Колмогорова. М.: Наука, 1966. 587 с.
4. Лебедев Н. Е. Определение скорости приводного ветра и степени загрязненности морской поверхности по излучению, регистрируемому спутниковыми оптическими сканерами в зоне солнечного блика // *Эколог. безопасность прибрежной и шельфовой зон и комплексное использование ресурсов шельфа*. 2013. Вып. 27. С. 49–54.
5. Лебедев Н. Е., Пустовойтенко В. В., Показеев К. В., Мельникова О. Н. Моделирование двулучевой функции отражательной способности морской поверхности // *Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса*. 2014. Т. 11. № 3. С. 310–320.
6. Пустовойтенко В. В., Лебедев Н. Е. Сравнение статистических моментов уклонов морской поверхности, полученных по данным оптических сканеров и лазерных уклономеров // *Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса*. 2015. Т. 12. № 1. С. 102–109.
7. Соболев В. В. Рассеяние света в атмосферах планет. М.: Наука, 1972. 335 с.
8. Федоров С. В., Станичный С. В. Определение батиметрии в прибрежной зоне Чёрного моря по спектральному коэффициенту яркости моря // *Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса*. 2022. Т. 19. № 1. С. 39–49. DOI: 10.21046/2070-7401-2022-19-1-39-49.
9. Финенко З. З., Ковалева И. В., Суслин В. В. Новый подход к оценке биомассы фитопланктона и ее variability в поверхностном слое Чёрного моря по спутниковым данным // *Успехи современ. биологии*. 2018. Т. 138. № 3. С. 294–307. DOI: 10.7868/S0042132418030079.
10. Blinnikov S., Moessner R. Expansions for nearly Gaussian distributions // *Astronomy and Astrophysics. Suppl. Ser.* 1998. V. 130. P. 193–205.
11. Bréon F. M., Henriot N. Spaceborne observations of ocean glint reflectance and modeling of wave slope distributions // *J. Geophysical Research*. 2006. V. 111. No. C6. Article C06005.
12. Cavalli R. M., Pignatti S., Zappitelli E. Correction of sun glint effect on MIVIS data of the Sicily Campaign in July 2000 // *Annals of Geophysics*. 2006. V. 49. No. 1. P. 277–286.
13. Cox C., Munk W. (1954a) Measurements of the roughness of the sea surface from photographs of the sun glitter // *J. Optical Society of America*. 1954. V. 44. No. 11. P. 838–850.
14. Cox C., Munk W. (1954b) Statistics of the sea surface derived from the sun glitter // *J. Marine Research*. 1954. V. 13. No. 2. P. 198–227.
15. Kay S., Hedley J. D., Lavender S. Sun glint correction of high and low spatial resolution images of aquatic scenes: a review of methods for visible and near-infrared wavelengths // *Remote Sensing*. 2009. No. 1. P. 697–730.
16. Kwon O. K. Analytic expressions for the positive definite and unimodal regions of Gram–Charlier series // *Communications in Statistics — Theory and Methods*. 2020. V. 51. P. 5064–5084. DOI: 10.1080/03610926.2020.1833219.
17. Lebedev N. E., Zapevalov A. S. Characteristic geometric features of the sun glint on the sea surface for satellite optical measurements // 24th Intern. Symp. Atmospheric and Ocean Optics: Atmospheric Physics. Proc. SPIE. 2018. V. 10833. Article 108334J. DOI: 10.1117/12.2504235.
18. Tatarskii V. I. Multi-Gaussian representation of the Cox–Munk distribution for slopes of wind-driven waves // *J. Atmospheric and Oceanic Technology*. 2003. V. 20. P. 1697–1705.
19. Wald L., Monget J. M. Sea surface winds from sun glitter observations // *Geophysical Research*. 1983. V. 88. No. C4. P. 2547–2555.

Simulation of sunlight reflection by a sea surface with a truncated Gram–Charlier distribution

A. S. Zapevalov

Marine Hydrophysical Institute RAS, Sevastopol 299011, Russia

E-mail: sevzepter@mail.ru

When modeling the reflection of light from the sea surface, a representation of the distribution of its slopes using truncated Gram–Charlier series is traditionally used. Gram–Charlier series contain polynomial multipliers, and a small number of terms of the series lead to distortions on the tails of the distribution. The errors of approximation of the probability density function of sea surface slopes associated with the appearance of negative values, as well as with the appearance of local extremes, are considered. For the analysis, the coefficients of the series calculated from remote sensing data by an optical scanner installed on the spacecraft are used. These coefficients differ from the previously obtained coefficients calculated from aerial photographs of the sun glitter. The boundary of the range of acceptable slope values is determined, within which the approximation of the probability density is positive and has no additional extremes. It is established that additional extremes can appear only in the region of negative values of the approximation of the probability density function. It is shown that the slope components oriented across the wind direction always lie in the range of acceptable values. The boundaries of the range of acceptable values for the upwind component of slopes change with changes in wind speed. At wind speeds up to 7 m/s, all values of the upwind component of slopes lie in the range of acceptable values, at higher wind speeds, they can extend beyond this area. In conclusion, the necessity of constructing a model free from the limitations inherent in approximations based on truncated Gram–Charlier series is noted.

Keywords: sea surface, bidirectional reflectance distribution function, slopes, statistical moments, Gram–Charlier distribution

Accepted: 04.12.2023

DOI: 10.21046/2070-7401-2024-21-1-66-75

Reference

1. Zapevalov A. S., Lebedev N. E., Simulation of the sea surface statistical characteristics at the remote sensing in the optical range, *Atmospheric and Oceanic Optics*, 2014, Vol. 27, No. 6, pp. 487–492, DOI: 10.1134/S1024856014060220.
2. Zapevalov A. S., Ratner Yu. B., Analytic model of the probability density of slopes of the sea surface, *Physical Oceanography*, 2003, Vol. 13, Issue 1, pp. 1–13, DOI: 10.1023/A:1022444703787.
3. Kendall M. J., Stewart A., *The advanced theory of statistics. Vol. 1. Distribution theory*, London: Butler and Tanner Ltd, 1958, 675 p.
4. Lebedev N. E., Determination of wind speed and degree of contamination of the sea surface by radiation measured by satellite optical scanners in the area of sun glint, *Ekologicheskaya bezopasnost' pribrezhnoi i shel'fovoi zon i kompleksnoe ispol'zovanie resursov shel'fa*, 2013, Issue 27, pp. 49–54 (in Russian).
5. Lebedev N. E., Pustovoitenko V. V., Pokazeev K. V., Melnikova O. N., Simulation of the sea surface bidirectional reflectance distribution function, *Sovremennye problemy distantsionnogo zondirovaniya Zemli iz kosmosa*, 2014, Vol. 11, No. 3, pp. 310–320 (in Russian).
6. Pustovoitenko V. V., Lebedev N. E., Comparison of sea surface slope statistical moments obtained by means of optical scanners and laser inclinometers, *Sovremennye problemy distantsionnogo zondirovaniya Zemli iz kosmosa*, 2015, Vol. 12, No. 1, pp. 102–109 (in Russian).
7. Sobolev V. V., *Light Scattering in Planetary Atmospheres*, Oxford; New York: Pergamon Press, 1975, 256 p.
8. Fedorov S. V., Stanichny S. V., Satellite-derived bathymetry in the coastal zone of the Black Sea from remote sensing reflectance, *Sovremennye problemy distantsionnogo zondirovaniya Zemli iz kosmosa*, 2022, Vol. 19, No. 1, pp. 39–49 (in Russian), DOI: 10.21046/2070-7401-2022-19-1-39-49.
9. Finenko Z. Z., Kovaleva I. V., Suslin V. V., A New Approach to Estimate Phytoplankton Biomass and Its Variability in the Black Sea Surface Water Layer Based on Satellite Data, *Uspekhi sovremennoi biologii*, 2018, Vol. 138, No. 3, pp. 294–307 (in Russian), DOI: 10.7868/S0042132418030079.
10. Blinnikov S., Moessner R., Expansions for nearly Gaussian distributions, *Astronomy and Astrophysics. Suppl. Ser.*, 1998, Vol. 130, pp. 193–205.

11. Bréon F. M., Henriot N., Spaceborne observations of ocean glint reflectance and modeling of wave slope distributions, *J. Geophysical Research*, 2006, Vol. 111, No. C6, Article C06005.
12. Cavalli R. M., Pignatti S., Zappitelli E., Correction of sun glint effect on MIVIS data of the Sicily Campaign in July 2000, *Annals of Geophysics*, 2006, Vol. 49, No. 1, pp. 277–286.
13. Cox C., Munk W. (1954a), Measurements of the roughness of the sea surface from photographs of the sun glitter, *J. Optical Society of America*, 1954, Vol. 44, No. 11, pp. 838–850.
14. Cox C., Munk W. (1954b), Statistics of the sea surface derived from the sun glitter, *J. Marine Research*, 1954, Vol. 13, No. 2, pp. 198–227.
15. Kay S., Hedley J. D., Lavender S., Sun glint correction of high and low spatial resolution images of aquatic scenes: a review of methods for visible and near-infrared wavelengths, *Remote Sensing*, 2009, No. 1, pp. 697–730.
16. Kwon O. K., Analytic expressions for the positive definite and unimodal regions of Gram–Charlier series, *Communications in Statistics — Theory and Methods*, 2020, Vol. 51, pp. 5064–5084, DOI: 10.1080/03610926.2020.1833219.
17. Lebedev N. E., Zapevalov A. S., Characteristic geometric features of the sun glint on the sea surface for satellite optical measurements, *24th Intern. Symp. Atmospheric and Ocean Optics: Atmospheric Physics, Proc. SPIE*, 2018, Vol. 10833, Article 108334J, DOI: 10.1117/12.2504235.
18. Tatarskii V. I., Multi-Gaussian representation of the Cox–Munk distribution for slopes of wind-driven waves, *J. Atmospheric and Oceanic Technology*, 2003, Vol. 20, pp. 1697–1705, DOI: 10.1175/1520-0426(2003)020<1697:MROTCO>2.0.CO;2.
19. Wald L., Monget J. M., Sea surface winds from sun glitter observations, *J. Geophysical Research*, 1983, Vol. 88, No. C4, pp. 2547–2555.