

Масштабная статистика рельефа — линейный параметр масштаба, показатели Хортона, растровые характеристики

А. А. Златопольский

*Институт космических исследований РАН, Москва 117997, Россия
E-mail: aazlat@gmail.com*

Приведены результаты исследования мультимасштабных характеристик рельефа, полученных по ЦМР (цифровая модель рельефа) участка территории Дальнего Востока с помощью гидрологических инструментов ГИС (геоинформационная система). В качестве масштабного параметра предложено использовать линейный параметр — максимальную длину линии стока от истока до данной точки. С помощью аппроксимации экспериментальных данных найдена связь этой характеристики со средним числом точек с определённой длиной линии стока (на единицу площади), со средней площадью водосбора в этих точках (закон Хака) и с плотностью всех участков с такой и большей длиной линии стока. У этих зависимостей — однородный степенной характер, так что они дают набор показателей степени, которые мы называем показателями Хортона. Эти показатели (как и те, что были найдены ранее для масштабного параметра — площади водосбора) отражают свойства рельефа полнее, чем коэффициенты Хортона. Приведены формулы взаимосвязи между показателями Хортона. С помощью этих формул можно просто и наглядно переходить от показателей для одного масштабного параметра к показателям для другого, а также рассчитывать новые показатели. Все результаты получены из анализа раstra длин линий стока и раstra стока (площадь водосбора в точке) без выявления и масштабной группировки линий водотоков. Показано, как из таких «растровых» соотношений характеристик находятся зависимости для водотоков, разбитых на участки. Константность площади водосбора подтвердилась на уровне раstra: суммарная площадь водосбора всех пикселей с одинаковой длиной линии стока составляет около трети исследуемой территории.

Ключевые слова: ЦМР, площадь водосбора пикселя, длина линии стока в пикселе, масштаб водотоков, статистические характеристики водотоков, законы Хортона, показатели Хортона, закон Хака

Одобрена к печати: 21.05.2024
DOI: 10.21046/2070-7401-2024-21-3-84-93

Введение

Представляем продолжение исследования мультимасштабных характеристик флювиального рельефа. Наша цель — не анализ особенностей конкретной территории, а поиск общих закономерностей. Мы идём от отношений Хортона для водотоков, разделённых на масштабные уровни системой порядков, к полноценным зависимостям, позволяющим рассчитать средние характеристики водотоков нужного масштаба, а затем получаем аналогичные зависимости из растровых данных. В дальнейшем рассмотрим, как выполняются найденные закономерности на рельефах другого происхождения. Описание предыдущих результатов собрано в публикации (Златопольский, 2024), а ссылки на более ранние работы даны здесь, если нужны детали исследований.

Наша методика строится на статистическом анализе результатов известного алгоритма геоинформационных систем (ГИС) — алгоритма моделирования стока (в восьми направлениях) по цифровым моделям рельефа (ЦМР); он описан, например, в работе (Чернова и др., 2010). Закономерности, которые мы будем обсуждать, имеют статистический характер, т. е. выполняются в среднем на достаточно большой выборке. Поэтому исследования проводим на больших территориях, около 500 000 км² (включающих части нескольких бассейнов), и анализируем не самые крупные элементы рельефа, а те, которых статистически достаточно много. Результаты измерений характеристик рельефа аппроксимируем, получая экспериментальные зависимости. Сходство аппроксимирующей функции с экспериментальной оценивается квадратом коэффициента их корреляции, r^2 .

Чтобы сформулировать задачу этой публикации, необходимо кратко привести ряд результатов, полученных ранее. Начнём с введения обозначений: S — площадь суши исследуемой территории, км²; h — разрешение ЦМР, км/пиксель; G — суммарная длина линейных объектов, км; $D = G/S$ — плотность линейных объектов, км/км²; D_{all} — плотность всех линейных объектов, масштаб которых не меньше заданного (способ задания масштаба обсуждается ниже), км/км²; N — число объектов на 1 км²; $L = D/N$ — средняя длина линейных объектов, км; LL — длина линий водотоков от истока, км; A — площадь водосбора, км²; A_T — порог на минимальную площадь водосбора, км².

Иногда эти характеристики снабжены индексами. Так, индекс p сообщает, что характеристика измеряется в пикселях, например, $S = S_p h^2$. Все приведённые в статье эмпирические соотношения справедливы для характеристик в указанных выше единицах измерения. Значения для L не измеряли, а вычисляли по D и N .

Исследование начиналось с известных отношений Хортона, которым подчиняются характеристики водотоков (в частности, построенные с помощью ГИС), разбитые на группы системой порядков Хортона — Страллера. Первый порядок присваивается истокам, а водоток порядка $k+1$ образуется при слиянии водотоков порядка k . Эмпирически установлено, что изменение характеристик водотоков от порядка k к порядку $k+1$ происходит с постоянным мультипликативным шагом, коэффициентом Хортона. Значение этого шага для каждой характеристики своё, но одинаково для различных территорий. Так, для характеристик, рассчитанных по порядкам, D_k , N_k , L_k и A_k (средняя площадь водосбора в устье водотоков), действуют следующие коэффициенты Хортона: $R_A = A_{k+1}/A_k$ около 4,433; $R_N = N_{k+1}/N_k$ около $1/R_A = 0,225$; $R_D = D_{k+1}/D_k = 0,486$; соответственно, $R_L = L_{k+1}/L_k = R_D/R_N = 2,16$. Коэффициенты показывают «скорость» и «направление» (рост или падение) изменения характеристик при смене масштаба, и только R_A — это свойство самой системы порядков Хортона — Страллера (размер масштабного интервала порядка). Приведённые значения коэффициентов мы нашли экспериментально, они близки к тем, что встречаются в публикациях (Pelletier, 1999; Wang et al., 2022).

Развивая систему отношений Хортона, мы получили полные зависимости этих характеристик от масштаба, назвали их законами Хортона. Масштаб водотоков можно задавать номером порядка и исходным масштабом данных — порогом A_T . Аппроксимация измерений по четырём территориям (при $A_T = 0,85$ км², базовое значение) дала следующие зависимости:

$$A_k = 1,967 R_A^{k-1}, \quad N_k = 0,317 R_N^{k-1}, \quad D_k = 0,399 R_D^{k-1}, \quad L_k = 1,262 R_L^{k-1}.$$

Если же масштаб характеризовать площадью водосбора, A , то по тем же территориям получаем:

$$N_k = 0,623 A_k^{-1,003}, \quad D_k = 0,547 A_k^{-0,485}, \quad L_k = D_k/N_k = 0,878 A_k^{0,518}. \quad (1)$$

Это — однородные степенные уравнения вида $U = aX^{HXU}$, в которых масштабную динамику и взаимозависимости вместо коэффициентов Хортона определяют показатели степени, HXU , которые мы назвали показателями Хортона. Их обозначение строим из трёх букв: первая, H , отмечает показатель Хортона, вторая указывает характеристику, которая определяет масштаб и является основанием степени, третья — характеристику, значение которой получаем. Так, в зависимостях (1) присутствуют показатели $HAN = -1,003$, $HAD = -0,485$ и $HAL = 0,518$.

Мы находим HXU из аппроксимации экспериментальных данных, но их можно рассчитать из коэффициентов Хортона и наоборот. Например, значения R_A и R_D связывает соотношение $HAD = \log_{R_A}(R_D) = -0,485$, т. е. $R_A^{HAD} = R_A^{-0,485} = R_D$. Таким образом, R_A и набор показателей Хортона эквивалентны набору коэффициентов Хортона: $R_D = R_A^{HAD}$, $R_L = R_A^{HAL}$, $R_N = R_A^{HAN}$. На наш взгляд, показатели Хортона — более «первичные», более фундаментальные параметры, чем коэффициенты Хортона. О таких показателях степени писали и раньше (Pelletier, 1999), и хотя их определяли по совершенно иной технологии, чем мы, но значения

там близкие: HAN от $-0,95$ до $-0,99$, а HAL от $0,5$ до $0,55$. В указанной публикации также приведены степенные показатели для уклона вдоль русла (*англ.* along-channel slope) $-0,37$ и для разницы высоты в точке и максимальной высоты бассейна (*англ.* basin relief) от $0,2$ до $0,35$.

Поясним точность представления показателей Хортона. Процедура аппроксимации экспериментальных данных даёт в числах три-четыре знака. Возможно, в дальнейшем, когда от экспериментальных приближений удастся перейти к закономерностям, найденным аналитически, окажется, что значения показателей «круглые», например, не $A^{0,485}$, $D^{0,97}$, а $A^{0,5}$, D . К этому предположению, выдвинутому в предыдущей работе, мы вернёмся в конце статьи, а в тексте сохраним экспериментальные значения без округления, чтобы у читателя не сложилось ложного представления, что «круглые» значения уже обоснованы.

На следующем шаге исследования мы показали, что водотоки можно разделить на группы одного масштаба, не прибегая к довольно субъективному и ограниченному способу группирования по порядкам. В уравнениях (1) разделение водотоков на порядки участвует тем, что средние характеристики рассчитаны по водотокам одного порядка. Мы предложили группировать водотоки непосредственно по величине площади водосбора, которая в ГИС известна для каждой точки водотока. Задаётся интервал площади водосбора от As до Af , его размер $F = Af/As$ и геометрический центр $As = \sqrt{AsAf} = As\sqrt{F} = Af/\sqrt{F}$. Законы Хортона для водотоков, разбитых на диапазоны заданного интервала (характеристики маркируем буквой F), содержат множитель, который отражает влияние выбранного размера интервала. Уравнения получены аппроксимацией результатов измерений по территории «Амур» (она описана ниже):

$$D_F = 0,778(\lg F)Ac^{-0,462}, \quad N_F = 0,609(\lg F)^{0,385}Ac^{-0,993}, \quad L_F = D_F/N_F = 1,278(\lg F)^{0,618}Ac^{0,531}. \quad (2)$$

Если задать $F = R_A$, то образуется разбиение водотоков статистически очень близкое к разбиению на порядки.

Теперь можем сформулировать цель настоящей работы. Как видим, появилась возможность анализировать элементы рельефа нужного масштаба, опираясь на естественный масштабный параметр, A . Предложим ещё один, на наш взгляд более удобный, линейный параметр масштаба. Для него найдём показатели Хортона и установим формальные соотношения между ними и показателями для A . Далее опишем, как получить рассматриваемые зависимости характеристик рельефа не из участков водотоков, а непосредственно из растровых данных. В итоге из статистического анализа растров традиционного моделирования стока почти автоматически получаются известные эмпирические закономерности (Хортона, Хака), причём в более общем виде, а главное, без дополнительных, отчасти субъективных, операций группировки водотоков.

Линейный масштабный параметр

В чём особенность такой характеристики водотоков, как площадь водосбора A ? Почему оказалось, что она может быть масштабным параметром? В отличие от остальных использованных нами характеристик (D , L , N), она характеризует весь водоток до места измерения, а не его фрагмент, и поэтому отражает масштаб. Рассмотрим иную характеристику, которая также отражает масштаб, но не площадью, а линейно — длину водотока, LL . Будем искать законы Хортона относительно этой характеристики. Их можно получить экспериментальными измерениями участков водотоков и аппроксимацией результатов, как мы это делали раньше. Но в следующем разделе приведём иной, на наш взгляд, более фундаментальный вариант и покажем, как соотношение характеристик, включая показатели Хортона, можно экспериментально найти без выявления отдельных водотоков.

Предлагаемый переход к другому масштабному параметру — это не технический вопрос, так как характеристики A и LL связаны только статистически и изменяются по-разному. Так, длина растёт непрерывно, а площадь чаще скачком. Например, если сливаются два водотока

одинаковой длины и с одинаковой площадью водосбора, то после слияния длина увеличится только на пиксель, а площадь — в два раза.

Поскольку у нас появляются показатели Хортона для различных масштабных параметров (оснований степени), приведём их «арифметику», которая короче, чем расписывание соотношений (а иногда соотношений может не быть). Для любых двух оснований X , Y и результирующей характеристики U из определения показателей Хортона следуют следующие формулы: $HXX = 1$, $HXY = 1/HYX$ и $HYU = HXU \cdot HYX$ ($U = aX^{HXU} = a(bY^{HYX})^{HXU} = ab^{HXU} Y^{HYX \cdot HXU} = cY^{HYU}$). В силу того, что $L = D/N$, $HXL = HXD - HXN$. У показателей, полученных аппроксимацией, эти равенства могут не выполняться совершенно точно.

Для показателей Хортона в уравнениях (2) эта «арифметика» выглядит следующим образом: $HAA = 1$; $HAN = -0,993$ (почти $-HAA$); $HAD = -0,462$; $HAL = HAD - HAN = 0,531$. Если предположить, что показатель Хортона для LL тот же, что и для L (далее мы покажем, что так оно есть), то из этих соотношений можно предположить, какими будут показатели при масштабном параметре LL : $HLL = 1$; $HLA = 1/HAL = 1,883$; $HLN = HAN \cdot HLA = -1,87$ (почти $-HLA$); $HLD = HAD \cdot HLA = -0,87$ (можно и $HLD = HLL + HLN = -0,87$).

Заметим, что из определения однородного степенного закона $U = aX^{HXU}$ следует постоянство на всех масштабах произведения UX^{-HXU} . Иногда это произведение имеет физический смысл, и его константность может быть измерена экспериментально. Так, при $HAN = -1$ суммарная площадь водосбора водотоков AN постоянна, что проверено в исследовании (Златопольский, 2023б).

Анализ растровых данных

Экспериментальные измерения в настоящей работе проводились на ЦМР участка Дальнего Востока (рис. 1) (коротко называем его «Амур») — от горной системы Сихотэ-Алинь до р. Буреи, $47,15-53,5^\circ$ с.ш., $130,66-140,11^\circ$ в.д., $717,5 \times 719,4$ км, площадь суши $S = 502\,680$ км² (не учитываем пиксели, относящиеся к водной поверхности), $S_p = 118\,977\,538$ пикселей, разрешение $h = 0,0651$ км/пиксель. Используем достаточно надёжную и доступную для многих территорий модель рельефа SRTM (англ. Shuttle Radar Topographic Mission) в проекции UTM (англ. Universal Transverse Mercator).

На первых шагах гидрологического анализа ЦМР в ГИС, ещё до выявления водотоков, для каждого пикселя определяются:

- направление стока из пикселя (использовали восемь направлений), растр направления;
- максимальная длина от истока среди проходящих через пиксель линий стока, растр длины;
- площадь водосбора для пикселя, растр стока.

В работе (Златопольский, 2023а) подробно описан анализ растра стока для нескольких территорий и для разного разрешения, а здесь мы приведём результаты аналогичного анализа растра длин по «Амуру», не повторяя общие детали. Таблица 1 позволяет соотнести с привычным номером порядка (при A_T около $0,2$ км²) значения характеристик водотоков того же масштаба (начальные значения для водотоков каждого порядка).

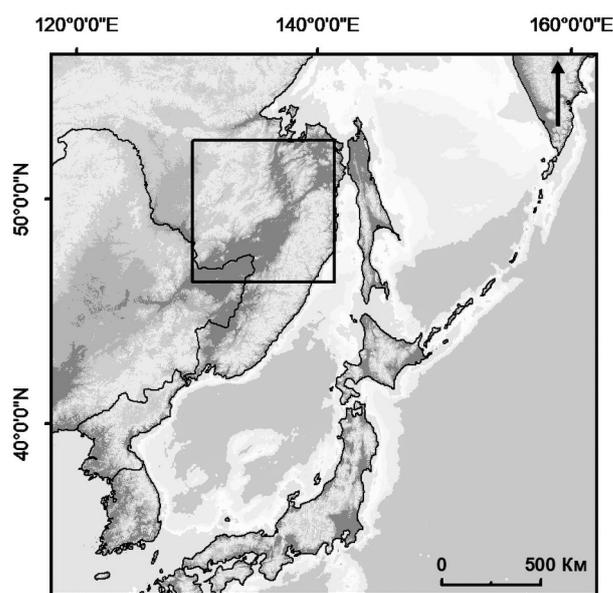


Рис. 1. Экспериментальная территория «Амур»

Таблица 1. Начальные длина линии стока и площадь водосбора у водотоков порядков 1–8

Порядок	1	2	3	4	5	6	7	8
Длина, км	0,89	1,92	4,16	9,01	19,52	42,26	91,5	198
Водосбор, км ²	0,209	0,926	4,105	18,188	80,592	357,11	1582,35	7011,5
Длина, пиксель	14	30	64	139	300	650	1408	3049
Водосбор, пиксель	49	219	972	4305	19075	84523	374522	1659514

Для каждого встречающегося в растре длин значения длины линии стока в пикселях LL_p подсчитываем число пикселей с таким значением длины $Q(LL_p)$, нормируем на площадь суши (в пикселях) и получаем эмпирическую частотную функцию $H(LL_p) = 100Q(LL_p)/S_p$ (в %). Затем рассчитываем интегральную функцию обеспеченности $Hall(LL_p)$ (в %) как сумму значений $H(x)$ для всех $x \geq LL_p$. Некоторые значения этих функций приведены для примера в табл. 2.

Таблица 2. Значения начальных отсчётов функций H и $Hall$, %

LL_p	0	1	2	3	4	5	7	10	14	20	30	45
$H(LL_p)$	33,8	17,74	11,28	6,254	5,207	3,99	2,774	1,223	0,63	0,3	0,13	0,062
$Hall(LL_p)$	100	66,16	48,42	37,14	30,89	25,7	21,69	13,23	9,38	6,61	4,56	3,19

Обе функции переведем в метрическую систему: площадь исследования переведем в квадратные километры, длину стока — в километры, $LL = LL_p h$. Из $H(LL_p)$ получится $N(LL)$ — среднее на квадратный километр число пикселей с такой длиной линии стока (число линий стока, достигших длины LL). Если также число пикселей пересчитать в их суммарную длину (умножить на $1,15h$, где $1,15$ — эмпирический статистический коэффициент, позволяющий учесть отличие длины стока в диагональном направлении), то из $Hall(LL_p)$ получим интегральную плотность $Dall(LL)$. Функции имеют степенной характер, так что их удобно представлять и анализировать в двойном логарифмическом масштабе (рис. 2).

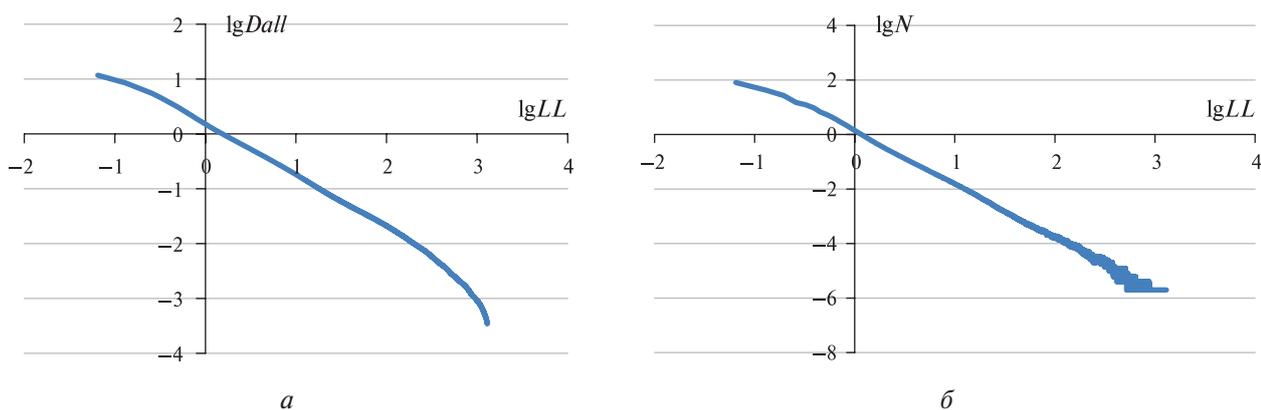


Рис. 2. Графики функций в двойном логарифмическом масштабе: а — $Dall(LL)$; б — $N(LL)$

Начальный участок графиков для самых коротких линий стока (до 8–10 пикселей) имеет особенный вид, и это необходимо отметить, так как значения $LL_p < 10$ присутствуют на 87 % территории, а $LL_p > 30$ — только у 4,5 % пикселей, которые относятся к водотокам. В предыдущих работах сообщалось, что результаты измерения характеристик в пикселях практически не зависят от реального масштаба, поэтому, скорее всего, особенности начального участка

обусловлены тем, что на малых значениях переменных сказывается дискретность их измерения. Поэтому с участком начального стока, $LL_p < 10$ (здесь $LL < 0,65$ км) мы пока не работаем. Дальнейший участок графика функции $Dall(LL)$ практически прямой вплоть до больших масштабов, где, начиная примерно с $LL = 130$ км, слишком мало объектов для надёжной статистики. Аппроксимация на большом участке, $0,65–130$ км, даёт соотношение $Dall = 1,5LL^{-0,929}$ с хорошим показателем качества, $r^2 = 0,9996$. У дифференциальной зависимости $N(LL) = 1,144LL^{-1,912}$ разброс значений при больших LL , естественно, больше и качество аппроксимации чуть ниже, $r^2 = 0,9982$.

Следующее измерение производится по растрам длины и стока совместно. Для каждого возможного значения LL_p в растре длин находим все пиксели с такой длиной линии стока, а по соответствующим пикселям в растре стока считаем (в пикселях): суммарную площадь их водосбора $B(LL_p)$, среднее значение этой площади $Am_p(LL_p) = B(LL_p)/Q(LL_p)$ и стандартное отклонение её значений. Разброс полученных величин площади (отношение стандартного отклонения к среднему) довольно большой, для разных LL_p он $0,37–0,57$. Переходя к метрической системе, получаем зависимость $Am(LL)$, которая представлена на рис. 3. Аппроксимируем график на прежнем участке, $0,65–130$ км, и получаем соотношение $Am = 0,264LL^{1,92}$, или $LL = 2Am^{0,521}$ ($r^2 = 0,9996$).

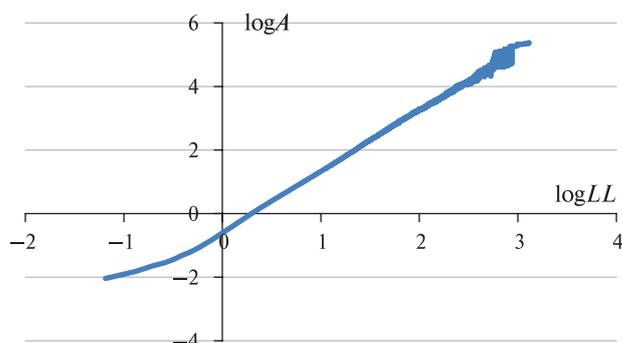


Рис. 3. График $Am(LL)$ в двойном логарифмическом масштабе

При этом оказалось, что суммарная площадь водосбора всех точек с одинаковой длиной линии стока, $B(LL_p)$, практически одна и та же для всех LL_p . Так, при $LL_p \leq 2500$ среднее отношение этой площади ко всей, $B(LL_p)/S_p$, составляет $0,314$ со стандартным отклонением, равным всего $0,06$. Перевод площади в числителе и знаменателе из пикселей в квадратные километры не изменяет этого отношения. Пикселей с $LL_p > 2500$ статистически мало, меньше 50 на каждое LL_p , так что сильно растёт разброс значений отношения, но среднее сохраняется около $0,31$ (по крайней мере, при $LL_p < 12\,000$). При начальных значениях, $LL_p < 10$, среднее значение отношения равно $0,34$ с разбросом $0,086$. Таким образом, константность площади водосбора, установленная ранее для водотоков разбитых на порядки или диапазоны, теперь зафиксирована и по растровым данным для точек с одинаковой длиной линии стока.

Растровые характеристики

Полученные таким путём характеристики называем «растровыми», чтобы отличать их от «интервальных», которые рассчитываются по участкам водотоков. Полагаем, что найденные таким образом зависимости более непосредственные, более естественные, чем интервальные, в расчёте которых присутствуют дополнительные операции разделения и группирования водотоков. Растровые характеристики отличаются не только «происхождением», но и тем, что они относятся не к интервалу значений переменной, а к отдельным значениям, как $N(LL)$, а есть и интегральные характеристики для всех точек со значением переменной не ниже указанного, как $Dall(LL)$. Из растровых соотношений можно получить интервальные (далее приведём пример).

Из растра стока «Амура» получена (Златопольский, 2023а) зависимость $Dall = 0,758A^{-0,482}$, и к ней очень близкая средняя зависимость по растрам стока четырёх территорий $Dall = 0,732A^{-0,486}$. Близким получается и уравнение $Dall = 0,724A^{-0,462}$, которое вычисляется из соотношения для D_f по диапазонам (см. уравнения (2)). Если приравнять соотношения

для $Dall$, полученные по отдельности из растров стока и длин по «Амуру», то мы получим взаимосвязь масштабных параметров $A = 0,244LL^{1,927}$. Это соотношение и будем использовать дальше. Отметим, что оно очень близко к соотношению, полученному прямым расчётом среднего значения, Am (описано выше). В итоге

$$LL = 2,08A^{0,519}, \quad A = 0,244LL^{1,927}, \quad Dall = 1,5LL^{-0,929}, \quad N = 1,144LL^{-1,912}. \quad (3)$$

В исследовании (Соболь, Красильников, 2018) из зарубежных и отечественных публикаций собраны экспериментально полученные зависимости длины реки от площади её водосбора (закон Хака). Варианты формул по регионам или бассейнам отдельных рек, приведённые там, несущественно отличаются от того, что мы получили по растровым данным. Формула с медианными значениями параметров имеет вид $LL = 1,4A^{0,6}$. При A от 40 до 450 км² её численное отличие от нашей формулы не превышает 10 %, а при A от 14 до 2200 км² — 20 %. В работе (Pelletier, 1999) для закона Хака по ряду публикаций указан показатель $HAL = 0,5$.

Выше, исходя из интервальных расчётов, предполагали получить показатели Хортона $HLA = 1,883$; $HLD = 0,87$; $HLN = -1,87$ и получили очень близкие значения $HLA = 1,927$; $HLD = -0,929$; $HLN = -1,912$ (HLN можно найти и как $HLD - HLL = HLD - 1 = -1,929$). Обратим внимание, что $HAN = HLN/HLA = -0,992$, т.е. и таким путём из растровых данных получаем константность произведения AN , а значит, и постоянство суммарной площади водосбора. Не выявляя сеть водотоков, и тем более не разделяя её на участки (системой диапазонов или порядков), мы из растров получили все показатели Хортона, которые используем, а из них и R_A находятся остальные коэффициенты Хортона.

Покажем, как из растровых соотношений получить соотношения для диапазонов. Пусть задан интервал значений длины линии стока размером Fl , от LL/Fl до LL . Из уравнений (3) следует, что плотность водотоков с длиной в этом интервале $D_F = Dall(LL/Fl) - Dall(LL) = 1,5LL^{-0,929}(Fl^{0,929} - 1)$. А число водотоков, вошедших в диапазон, — это число линий стока с длиной LL/Fl : $N_F = N(LL/Fl) = 1,144Fl^{1,912}LL^{-1,912}$. И $L_F = D_F/N_F$. Чтобы сопоставить эти формулы с теми, что получены по водотокам, сгруппированным в диапазоны (2), нужно пересчитать их из зависимости от LL в зависимость от площади водосбора в центре интервала, Ac . Поскольку A соответствует LL , т.е. концу интервала, то $Ac = A/\sqrt{F}$. Опираясь на $LL = 2,08A^{0,519}$, подставим в формулы из растра $2,08F^{0,26}Ac^{0,519}$ вместо LL и $F^{0,519}$ вместо Fl , получим:

$$D_F = 0,76(F^{0,241} - F^{-0,241})Ac^{-0,482}, \quad N_F = 0,282F^{0,504}Ac^{-0,992}, \quad L_F = 2,7(F^{-0,263} - F^{-0,745})Ac^{0,51}. \quad (4)$$

Формулы (4) и (2) состоят из степенного члена и сложного множителя, который реализует учёт размера интервала. Показатели степени соответствующих соотношений близки. А множители формально совершенно различны, так как они получены пересчётом аппроксимаций разных эмпирических зависимостей, но численно они достаточно близки. Подставим в формулы реально возможные значения F в диапазоне 1,05–7,00 (системе порядков соответствует $F = R_A = 4,433$). Значения множителей в двух формулах плотности при этих F почти совпадают, их отношение колеблется в пределах 1,08–1,12. Множители для N совпадают хуже, они относятся как 1,04–1,24 и только при F от 1,3 до 5,7, при других F отличие больше. Множители для L относятся как 0,85–1,048 при F от 1,3 до 7. Таким образом, соотношения, которые получены непосредственно из растров, близки, а для D практически совпадают с соотношениями, полученными из экспериментов с участками водотоков.

В заключение несколько слов ещё об одном линейном масштабном параметре. В предыдущей статье рассмотрен и другой способ мультимасштабного анализа ЦМР, когда с помощью программы линеаментного анализа LESSA (англ. Lineament Extraction and Stripe Statistical Analysis) ищутся не водотоки, а оси долин (линейных отрицательных форм рельефа). Масштабным параметром в этом случае служит расстояние между осями водоразделов, ограничивающих долину, W (называем локальной шириной долины). Было найде-

но соответствие между масштабными параметрами таких долин и водотоков: $W = 1,15A^{0,466}$, $HAW = 0,466$. Пересчитав его в зависимость от LL , получим взаимосвязь, близкую к прямой пропорциональности $W = 0,596LL^{0,898}$, $HLW = 0,898$.

Выводы

В статье описаны три новых шага в исследовании мультимасштабных характеристик рельефа. Результаты получены по участку территории Дальнего Востока аппроксимацией экспериментальных данных и имеют статистический характер.

1. Ранее в качестве масштабного параметра мы использовали площадь водосбора, а здесь предложен линейный масштабный параметр — длина линии стока (от истока), LL . Найдена связь величины LL со средним числом (на единицу площади) точек с такой длиной линии стока N , со средней площадью водосбора в этих точках A (закон Хака) и с плотностью всех участков с такой и большей длиной линии стока $Dall$.
2. У полученных зависимостей от LL однородный степенной характер, так что добавился набор показателей степени, которые мы называем показателями Хортон. Показатели Хортон, на наш взгляд, полнее отражают свойства рельефа, чем коэффициенты Хортон. Приведено формальное описание взаимосвязи показателей Хортон. С помощью этих формул можно рассчитать новые показатели, а также просто и наглядно переходить от показателей для одного масштабного параметра к показателям для другого.
3. Анализ растров стока и длины линий стока позволил получить соотношения для всех использованных нами характеристик рельефа, не прибегая к выявлению и масштабной группировке участков линий водотоков. Эти соотношения соответствуют тем, что получены ранее для водотоков, разбитых на участки (порядками, диапазонами). Показано, как из этих растровых зависимостей находятся зависимости для водотоков, разбитых на диапазоны.

В растровых соотношениях сохраняется отмеченная ранее масштабная инвариантность. Она проявляется не только в однородных степенных законах, но и в постоянстве характеристик, измеренных в пикселях, когда реальный масштаб как бы «выведен за скобки». Формально это постоянство обеспечивают найденные значения показателей Хортон. Кроме того, константность площади водосбора подтвердилась и на уровне раstra: суммарная площадь водосбора всех пикселей с одинаковой длиной линии стока постоянна и составляет 31 % от всей территории.

Ранее мы предположили, что «реальные», не экспериментальные значения показателей Хортон — «круглые». В этом случае соотношения, полученные в настоящей статье, возможно, выглядят как: $A = 0,25LL^2$, $Dall = 1,5LL^{-1}$, $N = 1,25LL^{-2}$. Отметим, что при таких показателях степени размерность правой и левой части соотношений совпадает, что необходимо в физических законах, но в статистических закономерностях выполняется далеко не всегда.

Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (тема «Мониторинг», госрегистрация № 122042500031-8).

Литература

1. Златопольский А. А. (2023а) Структура раstra стока, построенного по цифровой модели рельефа // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2023. Т. 20. № 4. С. 123–132. DOI: 10.21046/2070-7401-2023-20-4-123-132.
2. Златопольский А. А. (2023б) Константность площади суммарного водосбора водотоков одного масштаба и распределение этого водосбора между водосборами водотоков большего масштаба // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2023. Т. 20. № 5. С. 120–129. DOI: 10.21046/2070-7401-2023-20-5-120-129.

3. Златопольский А. А. Масштабная статистика рельефа — порядки, диапазоны, распределение притоков, ориентация, возраст, инвариантность // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2024. Т. 21. № 2. С. 103–121. DOI: 10.21046/2070-7401-2024-21-2-103-121.
4. Соболев С. В., Красильников В. М. Фрактальные параметры водных объектов бассейна реки Суры // Водное хозяйство России: проблемы, технологии, управление. 2018. № 6. С. 4–15. DOI: 10.35567/1999-4508-2018-6-1.
5. Чернова И. Ю., Нугманов И. И., Даутов А. Н. Применение аналитических функций ГИС для усовершенствования и развития структурно-морфологических методов изучения неотектоники // Геоинформатика. 2010. № 4. С. 9–23.
6. Pelletier J. D. Self-organization and scaling relationships of evolving river networks // J. Geophysical Research. 1999. V. 104. Iss. B4. P. 7359–7375. <https://doi.org/10.1029/1998JB900110>.
7. Wang K., Zhang L., Li T. et al., Side tributary distribution of quasi-uniform iterative binary tree networks for river networks // Frontiers in Environmental Science. 2022. V. 9. Article 792289. DOI: 10.3389/fenvs.2021.792289.

Scale terrain statistics: Linear scale parameter, Horton exponents, raster characteristics

A. A. Zlatopolsky

Space Research Institute, Moscow 117997, Russia
E-mail: aazlat@gmail.com

The article describes the results of a study of multiscale relief characteristics obtained from a DEM (digital elevation model) of a region of the Far East using hydrological GIS (geographic information system) tools. It is proposed to use a linear parameter as a scale parameter, that is, the maximum length of the drainage line from the source to a given point. By approximating experimental data, a relation was found between this characteristic and the average number (per unit area) of points with a certain length of a drainage line, with the average catchment area at these points (Hack's law), and with the density of all pieces with the same or greater length of the drainage line. These dependencies have a uniform power-law nature, thus creating a set of exponents which we call Horton exponents. These indices, along with those that were found earlier for such a scale parameter as drainage area, reflect the properties of the relief better than Horton coefficients. Formulas for the interrelation between Horton exponents are given. With their help, one can simply and clearly move from indices for one scale parameter to those for another, as well as calculate new ones. All results are obtained from the analysis of the runoff line length raster and the runoff raster (catchment area at a point), without identification and scale grouping of stream lines. It is shown how, from such "raster" interdependencies of characteristics, dependencies for watercourses divided into sections are found. The constancy of the catchment area was confirmed at the raster level: the total catchment area of all pixels with the same drainage line length is about a third of the study area.

Keywords: DTM, pixel catchment area, length of drainage line in pixel, scale of streams, statistical characteristics of streams, Horton's laws, Horton's exponents, Hack's law

Accepted: 21.05.2024

DOI: 10.21046/2070-7401-2024-21-3-84-93

References

1. Zlatopolsky A. A. (2023a), The structure of the flow raster calculated from a digital terrain model, *Sovremennye problemy distantsionnogo zondirovaniya Zemli iz kosmosa*, 2023, Vol. 20, No. 4, pp. 123–132 (in Russian), DOI: 10.21046/2070-7401-2023-20-4-123-132.
2. Zlatopolsky A. A. (2023b), Constancy of the area of the total catchment of watercourses of the same scale and the distribution of this catchment between watercourses of a larger scale, *Sovremennye proble-*

- my distantsionnogo zondirovaniya Zemli iz kosmosa*, 2023, Vol. 20, No. 4, pp. 123–132 (in Russian), DOI: 10.21046/2070-7401-2023-20-5-120-129.
3. Zlatopolsky A. A., Scale terrain statistics — orders, ranges, tributary distribution, orientation, age, scaling, *Sovremennye problemy distantsionnogo zondirovaniya Zemli iz kosmosa*, 2024, Vol. 21, No. 2, pp. 103–121 (in Russian), DOI: 10.21046/2070-7401-2024-21-2-103-121.
 4. Sobol' I. S., Krasil'nikov V. M., The Sura river basin water bodies fractal parameters, *Vodnoe khozyaistvo Rossii: problemy, tekhnologii, upravlenie*, 2018, No. 6, pp. 4–15 (in Russian), DOI: 10.35567/1999-4508-2018-6-1.
 5. Chernova I. Yu., Nugmanov I. I., Dautov A. N., Application of GIS analytic functions for improvement and development of the structural morphological methods of the neotectonics studies, *Geoinformatica*, 2010, No. 4, pp. 9–23 (in Russian).
 6. Pelletier J. D., Self-organization and scaling relationships of evolving river networks, *J. Geophysical Research*, 1999, Vol. 104, Issue B4, pp. 7359–7375, <https://doi.org/10.1029/1998JB900110>.
 7. Wang K., Zhang L., Li T., et al., Side tributary distribution of quasi-uniform iterative binary tree networks for river networks, *Frontiers in Environmental Science*, 2022, Vol. 9, Article 792289, DOI: 10.3389/fenvs.2021.792289.