

# Формальное описание профиля линии стока на основе статистического анализа цифровой модели рельефа. Часть первая

А. А. Златопольский

*Институт космических исследований РАН, Москва 117997, Россия  
E-mail: aazlat@gmail.com*

Показана возможность нахождения в первом приближении формального описания статистически среднего профиля линий стока. Эти линии получаются при цифровом моделировании стока. Предлагаем учитывать в формуле не только длину линии стока, но и её высоту над уровнем моря. Оказалось, что полученная ранее из анализа матрицы уклонов формула профиля, включающая эти характеристики, хорошо совпадает со средним профилем, экспериментально найденным по большому участку Дальнего Востока. Формулу уточнили за счёт перехода к анализу табличной функции одной переменной (а не двух), когда статистический материал надёжнее, больше измерений приходится на одну ячейку табличной функции. Разброс измеренных значений относительно среднего профиля оказался довольно большим, что связано, в частности, с недостаточно точным учётом в формуле профиля влияния высоты. С помощью аппроксимации нашли зависимости двух параметров формулы от высоты и на этой основе получили более аккуратное формальное описание падения линии стока. Производные исходной и уточнённой функций профиля дают близкие зависимости продольного уклона от длины линии стока и высоты. Эти зависимости описываются общей формулой с разными параметрами.

**Ключевые слова:** ЦМР, модель стока, профиль линии стока, падение линии стока, продольный уклон, длина линии стока, высота истока, статистическая зависимость

Одобрена к печати: 16.02.2026  
DOI: 10.21046/2070-7401-2026-23-2-141-149

## Введение

В классической монографии Н. И. Маккавеева (1955) формальному описанию продольного профиля посвящён специальный раздел. Приводятся примеры формул для «профиля равновесия»: в виде логарифмической функции (формула Грина), показательной функции (формула Форхгеймера), упоминается циклоида, но в большинстве случаев исследователи, как и автор монографии, описывают не сам профиль, а продольный уклон  $U$ , используя степенную зависимость. У Маккавеева уклон связан с расходом в этой точке водотока. Если, опираясь на его соотношения, переписать формулу как зависимость от длины водотока в этой точке  $L$ , то получим  $U = K/L^p$ , где показатель  $p$  около 1. Автор подчёркивает, что все подобные формулы носят иллюстративный характер, а константу  $K$  необходимо подбирать не только для каждой реки, но и для каждого участка реки. О том, что взгляды Маккавеева не потеряли актуальность, свидетельствует переиздание этой книги в 2003 г. В целом эта точка зрения, включая и формулу для уклона, сохраняется и сейчас (Сидорчук, 2025).

Разумеется, при построении модели конкретной реки совершенно необходим дотошный учёт местных геологических, климатических, растительных и других физико-географических условий. Однако есть и другой угол зрения, другой интерес — найти и формально описать общие, базовые, средние, статистические закономерности формы профиля. Теперь есть возможности для объёмного, аккуратного статистического исследования таких закономерностей.

Ищем формальное статистическое описание среднего профиля, анализируя результаты моделирования стока. Опираемся на следующие данные. Цифровая модель рельефа (ЦМР) даёт высоту  $V$  в любой точке территории. По ЦМР модель стока задаёт направление стока в каждой точке, и это определяет линии стока. В геоинформационной системе измеряется

расстояние вдоль линии стока от любой точки до самого дальнего истока  $L_d$ . Продвигаясь вверх по линии стока, можно найти этот исток и определить его высоту  $V_0$  (авторская программа). Изучаем характеристики таких смоделированных линий стока от самого истока, где в рельефе не отражено русло. Полученные результаты можно будет сопоставить с данными по рекам.

Решаем эту задачу постепенно, начиная с тех ситуаций, когда есть возможность получить достаточно точное формальное описание. Общепринято учитывать текущую длину водотока (иногда расстояние до устья), а мы шаг за шагом будем учитывать и другие характеристики территории, в первую очередь рельефа. Изучая уклоны на участке территории Дальнего Востока (Златопольский, 2026), мы нашли в первом приближении формулу взаимосвязи локального продольного уклона с длиной водотока и высотой над уровнем моря:  $U = p(V + V_a)/(L_d + L_{ao})$ , где  $V_a = 100$  м,  $L_{ao} = 715$  м и  $p = 0,28$ . Из этой формулы в сочетании с  $U = -V(L)'$  как решение дифференциального уравнения получаем соотношение:

$$(V_0 + V_a)/(V + V_a) = (L_d/L_{ao} + 1)^p.$$

(В упомянутой работе мы использовали не расстояние от истока  $L_d$ , а длину водотока  $L = L_d + L_0$ , где  $L_0$  — длина начального участка в истоке, а также и аддитивный параметр  $L_a$ . Здесь для упрощения заменили  $L_0 + L_a$  на  $L_{ao}$  и  $L + L_a$  на  $L_d + L_{ao}$ .)

Проверим это первое приближение формального описания продольного профиля следующим образом. На той же территории рассчитаем табличную зависимость  $y = (V_0 + V_a)/(V + V_a)$  от  $x = (L_d/L_{ao} + 1)$ . Затем найдём степенную аппроксимацию этой табличной функции в виде  $y = mx^p$  и посмотрим, насколько такая аппроксимация точна и насколько  $p$ , полученный при  $V_a = 100$  м, близок к 0,28. Если эта формула «работает», то постараемся её уточнить: проверим, есть ли близкие формулы, которые лучше совпадают с экспериментальными данными. Ожидаем получить уточнение, так как, в отличие от предыдущего исследования, здесь мы будем работать с функцией не двух, а одной переменной.

Такую функцию проще аппроксимировать, а главное, статистических данных на ячейку одномерной таблицы приходится гораздо больше, так что результат надёжнее.

Наша текущая задача — разобраться в целом, насколько работает такой подход, насколько подобные формулы соответствуют экспериментальным данным.

## Экспериментальные данные

Экспериментальные измерения проводили на ЦМР участка Дальнего Востока, рис. 1, от горной системы Сихотэ-Алинь до Буреи, 47,15–53,50° с.ш., 130,66–140,11° в.д., 717,5×719,4 км, площадь суши 502 680 км<sup>2</sup> или 118 977 538 пикселей при разрешении  $h = 65$  м/пиксель. Используем достаточно надёжную и доступную для многих территорий модель рельефа SRTM (англ. Shuttle Radar Topographic Mission) в проекции UTM (англ. Universal Transverse Mercator). Работаем с ЦМР, в которой убраны локальные понижения. Применяем популярную модель стока D8 (описана, например, в работе (Чернова и др., 2010)).

Значения высоты  $V$  и  $V_0$  берём с точностью до метра, как они и приведены в ЦМР.

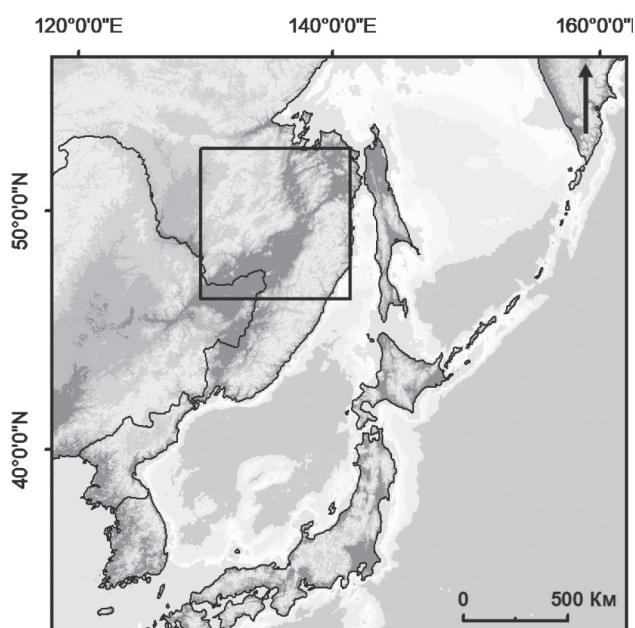


Рис. 1. Экспериментальная территория

Поскольку длина линии стока  $L_d$  измеряется в геоинформационной системе фактически в пикселях (с учётом длины диагональных направлений) значение расстояния для таблицы берём с точностью до пикселя, т.е. делим величину, которую геоинформационная система даёт в метрах, на  $h = 65$  (округляем в меньшую сторону). При расчёте табличной функции в одну ячейку попадают данные точек, для которых такое значение  $L_d$  одинаково. Ограничиваемся длиной в 30 км. Считаем две табличные функции: в одной для каждой  $L_d$  фиксируется среднее значение отношения  $(V_0 + V_a)/(V + V_a)$  (среднее измерений, попавших в ячейку), а в другой — среднее квадратичное отклонение. Частное от деления второго на первое называем разбросом  $R(L_d)$ .

Разброс получается большим: максимальный 1,3, а по всем  $L_d$  в среднем  $R_{\text{mean}} = 0,7$  (при длине меньше 0,6 км разброс меньше среднего). Большой разброс дают в основном отношения в точках с малым значением  $V$ , где особенно существенно сказывается погрешность SRTM в измерении высоты (декларируется ошибка меньше 16 м). Если не учитывать измерения в точках с  $V < 20$  м, то у оставшихся 97,5 % данных  $R_{\text{mean}}$  около 0,25, максимальный разброс 0,32 (при длинах меньше 0,6 км  $R < 0,15$ ). (Обратим внимание, что при расчёте  $R_{\text{mean}}$  усредняются  $R(L_d)$ , рассчитанные по разному числу точек. Поэтому мы используем  $R_{\text{mean}}$  не как полноценное описание отличия от среднего, а для сопоставления вариантов.)

Измерений много (больше  $10^8$ ). Большинство из них относится к точкам самого начального стока (90 % до длины 0,8 км, 96 % до 1,8 км). Тем не менее при  $L_d = 5,2$  км в ячейку попадает более 24 000 измерений и нет флуктуаций табличной функции, при  $L_d = 10$  км в ячейке около 7000 измерений и флуктуации малы, при  $L_d = 17$  км в ячейке 2600 измерений и даже при  $L_d = 30$  км их 760, но флуктуации уже не маленькие (пример см. на рис. 3).

Напомним, большую выборку нам обеспечивает работа с отношением  $V_0/V$ , с табличной функцией одной переменной, а не двух. Такую возможность подсказало прошлое исследование. Считаем среднее значение  $V_0/V$  для одного расстояния от истока при разной высоте, как если бы форма профиля была постоянна, но менялась пропорционально изменению высоты истока. Это заведомое закругление анализа ради получения пусть менее точного, но более надёжного первого приближения, на которое можно опереться.

## Аппроксимация табличных данных

Первый шаг исследования — проверка соответствия экспериментальной табличной функции и предполагаемой формулы. Ищем аппроксимацию табличной функции среднего в ячейке значения  $(V_0 + V_a)/(V + V_a)$  степенной функцией  $(L_d/L_{ao} + 1)^p$ ,  $V_a = 100$  м,  $L_{ao} = 715$  м при  $V \geq 20$  м и  $L_d < L_m$ . Рассматриваем разные  $L_m$ , так как с ростом учитываемой длины в анализ включается больше данных, но с всё более сильными флуктуациями. Начнём с  $L_m = 10$  км, как это было в предшествующей работе (при большей длине в ячейках двумерной таблицы было мало данных об уклонах). Получаем аппроксимацию с показателем степени  $p = 0,257$ , очень близким к ожидаемому 0,28, и с хорошим совпадением аналитической и табличной функций. Качество совпадения оцениваем квадратом коэффициента корреляции  $r^2 = 0,9971$ . И при  $L_m = 30$  км аппроксимация даёт  $p = 0,288$  с  $r^2 = 0,9923$ , хотя флуктуации существенно сильнее. Таким образом, предложенная ранее формула хорошо соответствует экспериментальным измерениям.

Пробуем уточнить параметры формулы: подобрать их так, чтобы получить более точное совпадение с экспериментом ( $L_m = 10$  км). При  $L_{ao} = 1105$  м аппроксимация лучше совпадает с табличной функцией  $r^2 = 0,9987$  и  $p = 0,2898$ , что ближе к ожидаемому 0,28.

Проверяем, можно ли исключить один параметр, положив  $V_a = 0$  м. Считаем новую табличную функцию  $V_0/V$  от  $L_d$ . Такое отношение меняется менее плавно, и, значит, ожидаем большее  $p$ . При  $L_{ao} = 845$  м получаем  $p = 0,4038$  и  $r^2 = 0,9989$  (на вид совпадение кривых идеальное, рис. 2, см. с. 144). Поскольку совпадение лучше, упростим формулу, исключив параметр  $V_a$ . Далее исследуем получившееся соотношение:

$$V_0/V = (L_d/L_{ao} + 1)^p. \quad (1)$$

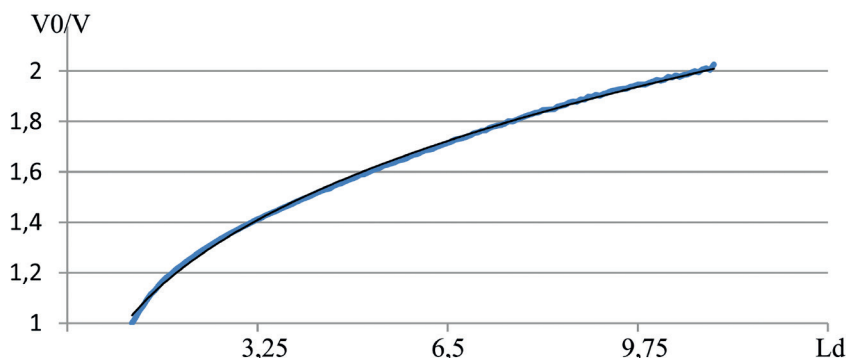


Рис. 2. Графики табличной функции  $V_0/V$  (синий цвет) и аппроксимирующей функции (чёрный цвет),  $V_0/V$  — безразмерное отношение,  $L_d$  (в км)

Для наглядности в *табл. 1* иллюстрируем эту зависимость примерами из табличной функции (при  $V \geq 20$  м). По четырём значениям  $V_0/V$  при разных расстояниях  $L_d$  получаем значения  $V$  для трёх  $V_0$ . По пятикилометровым участкам считаем падение  $F$  и средний уклон  $U$ .

Таблица 1. Пример данных из экспериментальной табличной функции  $V_0/V$  при разной длине стока  $L_d$  (пояснения в тексте)

$L_d$ , км	$V_0/V$	Для $V_0 = 1000$ м			Для $V_0 = 500$ м			Для $V_0 = 200$ м		
		$V$ , м	$F$ , м	$U$ , %	$V$ , м	$F$ , м	$U$ , %	$V$ , м	$F$ , м	$U$ , %
5	2,18	459	541	11,00	230	270	5,40	92	108	2,16
10	2,84	352	107	2,14	176	54	1,08	70	22	0,44
15	3,34	300	52	1,00	150	26	0,52	60	10	0,20
20	3,84	260	40	0,80	130	20	0,40	52	8	0,16

Фактически мы ищем наилучшее приближение к табличным данным функции  $a(L_d/L_{ao} + 1)^p$ . Задаём  $L_{ao}$  и получаем оптимальные для этого параметры  $a$ ,  $p$  и оценку качества  $r^2$ . Подбираем такое  $L_{ao}$ , которое даёт лучшее приближение — высокое  $r^2$  и  $a$ , максимально близкий к 1 (чтобы не расширять число параметров). Примеры значений  $a$ ,  $p$  и  $r^2$  есть в *табл. 2* и *3*. (Детали. С ростом  $L_{ao}$  монотонно растёт  $r^2$ , а затем постепенно падает; значение  $a$  монотонно понижается и достигает 1 не далеко от значения  $L_{ao}$  с максимумом  $r^2$ . Выбираем  $L_{ao}$ , при котором  $a$  максимально близок к 1.)

Таблица 2. Результаты аппроксимации разных участков табличной функции  $V_0/V$

$L_m$ , км	$L_{ao}$ , м	$p$	$a$	$r^2$
1,17	520	0,3075	0,9995	0,9997
2,47	585	0,3320	1,0010	0,9999
5,07	650	0,3549	0,9996	0,9994
10,00	845	0,4038	1,0058	0,9989
17,00	910	0,4198	1,0043	0,9991
30,00	1170	0,4694	1,0043	0,9962

Посмотрим, существенно ли меняются результаты аппроксимации при смене учитываемых длин  $L_m$ , *табл. 2*. С ростом  $L_m$  монотонно растут  $p$  и  $L_{ao}$ , а качество аппроксимации постепенно падает из-за нарастания флуктуаций. Для дальнейшего рассмотрения возьмём

за основу аппроксимацию при  $L_m = 10$  км, когда ещё не особенно сказываются флуктуации:  $V = V_0 / (L_d / 845 + 1)^{0,4}$  или  $V = 14,8 V_0 / (L_d + 845)^{0,4}$ . Табличная и аналитическая функция при этом очень близки (см. рис. 2), на глаз их графики невозможно различить кроме самого начального участка, где при аппроксимации на коротком интервале мы получили существенно меньший показатель степени.

### Анализ данных по частям

Вернёмся к отмеченному факту большого разброса значений при расчёте среднего  $V_0/V$  в ячейках табличной функции. Это может быть связано как с влиянием параметров среды, которые мы не учитывали, так и с недостаточно адекватным учётом использованных параметров  $V$  и  $V_0$ . Мы получили хороший статистический материал за счёт замены двух переменных одной. Но, возможно, мы объединили их слишком прямолинейно, тогда как их взаимосвязь более сложная. Посмотрим, можно ли это понять, если вернуться ближе к двум переменным, изучая ситуацию в ограниченных диапазонах значений  $V$  и  $V_0$ .

Рассчитаем таблицу  $V_0/V$  для точек с  $V \geq 20$  м и  $V_0$  из заданного диапазона значений. Рассмотрим пять таблиц для  $V_0$  из диапазонов: 20–120, 120–320, 320–520, 520–820, 820–1300. В каждой таблице около 20 % от всех точек с  $V \geq 20$  м. Графики этих табличных функций приведены на рис. 3а. Линии близки, переплетаются, за исключением функции для самых малых  $V_0$  (синяя линия). Группировка данных по  $V_0$  не помогла уменьшить разброс:  $R_{\text{mean}}$  в этих таблицах — 0,263; 0,179; 0,167; 0,177; 0,20 — мало отличается от общего 0,25.

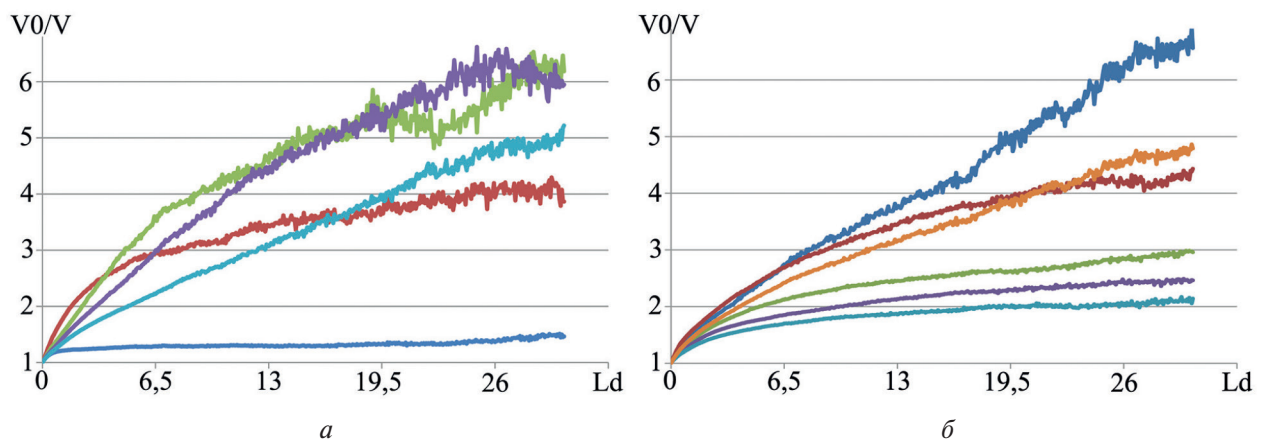


Рис. 3. Линии табличных функций  $V_0/V$ : а — для  $V_0$  из диапазонов: 20–120, 120–320, 320–520, 520–820, 820–1300; б — для  $V$  из диапазона 20–1300 (оранжевая линия), остальные линии сверху вниз для  $V$  в диапазонах 20–120, 120–320, 320–520, 520–820, 820–1300 м;  $V_0/V$  — безразмерное отношение,  $L_d$  (в км)

Таблица 3. Данные о табличных функциях  $V_0/V$ , рассчитанных для высот от  $V_{\min}$  до  $V_{\max}$ ;  $V_c = (V_{\min} + V_{\max})/2$ ; в каждой таблице  $N_p$  точек (часть от всех точек (в %)); средний разброс  $R_{\text{mean}}$  и максимальный  $R_{\text{max}}$ ; а также параметры их аппроксимации

$L_m$ , км	$L_{ao}$ , м	$p$	$a$	$r^2$
1,17	520	0,3075	0,9995	0,9997
2,47	585	0,3320	1,0010	0,9999
5,07	650	0,3549	0,9996	0,9994
10,00	845	0,4038	1,0058	0,9989
17,00	910	0,4198	1,0043	0,9991
30,00	1170	0,4694	1,0043	0,9962

Аналогично пять табличных функций  $V_0/V$  рассчитали для точек территории с  $V$  в тех же диапазонах (при произвольных  $V_0$ ). Графики этих функций приведены на *рис. 3б*, а результаты их аппроксимации в *табл. 3*. Флуктуации в этих табличных линиях гораздо меньше, чем их расхождение друг от друга. Во всех диапазонах, кроме первого (малые высоты),  $R_{\text{mean}}$  в 2–4 раза меньше, чем у функции, не разбитой на диапазоны. Расхождение линий в пределах общего разброса, но это не мало. При  $L_d = 5$  км значения этих функций 2,40; 2,44; 2,00; 1,77; 1,63 со средним 2,00 и максимальным отклонением от него  $\pm 20$  %. При  $L_d = 15$  км линии расходятся больше: 3,97; 3,64; 2,52; 2,19; 1,93 — со средним 2,95 и отклонением  $\pm 34$  %.

Таким образом, формула (1) описывает ситуацию грубо. Только в первом приближении  $V_0/V$  зависит исключительно от  $L_d$ , но фактически ситуация сложнее, что проявляется при рассмотрении зависимости для диапазонов высоты. Следовательно, необходимо уточнить характер вхождения высот в формулу профиля.

### Второй вариант формулы профиля

Из *табл. 3* видим, что параметры аппроксимации меняются с ростом значения центра диапазона  $V_c$  монотонно. Эти изменения закономерны: зависимость  $p$  и  $L_{ao}$  от высоты неплохо аппроксимируется функциями:  $p = 3,16V^{-0,415}$  с  $r^2 = 0,9715$  и  $L_{ao} = 5832V^{-0,428}$  с  $r^2 = 0,945$ . Подставив эти соотношения в формулу (1), получим:

$$V_0 = V - \left( L_d / (5832V^{-0,428}) + 1 \right)^{3,16V^{-0,415}}.$$

Эту формулу сложно анализировать, и нам не удалось упростить её аналитически. Воспользовались численным методом: рассчитали по этой формуле матрицу значений  $V_0$  для нашего диапазона изменений  $V$  и  $L_d$  и нашли аппроксимацию для этой матрицы. При  $V > 55$  м хорошо подошла формула

$$(V_0 - V + 27) / V_0^{0,7225} = \ln(L_d / 65 + 1) \quad (2)$$

со средним отклонением от матрицы 5,6 % и разбросом 0,03. Однако на малых высотах, а особенно если и длины большие, отличие  $V_0$  по формуле (2) от матрицы очень велико. Кроме того, довольно плохо совпадают значения при минимальных  $L_d$ .

Но это отличие формулы (2) не от экспериментальных данных, а от сконструированной нами функции. Вернёмся к реальным данным: рассчитаем табличную функцию  $F/V_0^{0,7}$  от  $L_d$ , где  $F = V_0 - V$ . (Упростили формулу (2), проверив, что аддитивный параметр 27 и точное значение степени мало сказываются на результате.) Табличные функции, рассчитанные в тех же пяти диапазонах  $V$ , оказались очень близки между собой, за исключением диапазона самых малых высот 20–120: при  $L_d$  меньше 6,5 км они практически совпадают, а к 20 км расходятся на  $\pm 4$  % от среднего (от 4,7 до 5,1), *рис. 4* (см. с. 147).

С изменением показателя степени  $V_0$  экспериментировали пока мало: значения степени 1 или 0,5 вместо 0,7 увеличивают расхождение табличных функций по диапазонам высоты. Аппроксимация табличной функции  $F/V_0^{0,7}$  для высот  $V > 20$  м, очень близка к формуле (2): при  $L = 24$  км это  $F/V_0^{0,7} = \ln(L_d/307 + 1,06)$  с  $r^2 = 0,9988$ , при  $L_m = 12$  км параметры почти те же, а  $r^2 = 0,9991$ .

Перестроив измерения таким образом, мы получили результаты, близкие на разных высотах. Разброс относительно среднего значения отношения в ячейках табличных функций также упал, но не везде. Он стал очень большим в диапазоне 20–120 —  $R_{\text{mean}} = 0,45$  и малым в остальных диапазонах: 0,11; 0,09; 0,08 и 0,07. Разброс также стал меньше для  $V > 20$  м, где  $R_{\text{mean}} = 0,18$ , а для  $V > 120$  м —  $R_{\text{mean}} = 0,095$ . Ситуацию при малых высотах и малых длинах нужно будет специально рассматривать в дальнейшем.

Полученная формула

$$F = cV_0^q \cdot \ln(L_d/M + 1) \quad (c = 1 \text{ м}^{(1-q)} \text{ уравнивает размерность при } q \neq 1)$$

средни упомянутой выше формуле Грина  $F = K \cdot \lg(L_d)$ , где  $K$  — константа, определяемая для каждой реки. Пробовали аппроксимировать табличные функции  $F/V^{0,7}$  степенными функциями, которые более привычны по нашим исследованиям и по работам других авторов, но такая аппроксимация совпадает с измерениями явно хуже.

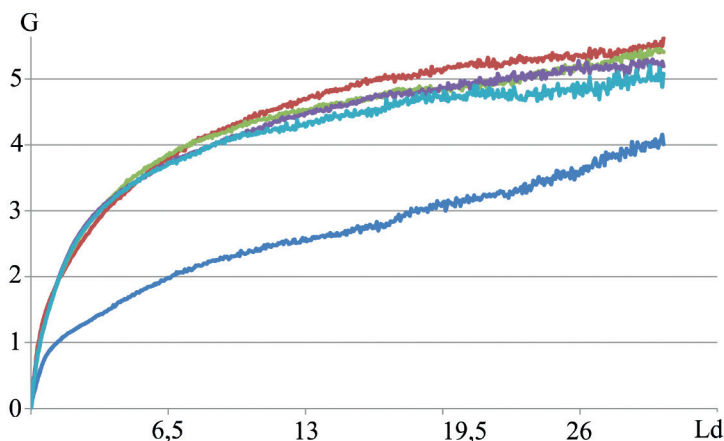


Рис. 4. Линии табличных функций  $G = F/V^{0,7}$  для  $V$  из диапазонов 20–120 (синяя линия), 120–320, 320–520, 520–820, 820–1300 м;  $F$  и  $V_0$  (в м),  $L_d$  (в км)

Отметим, что формула (2) не очень далека от формулы (1), которую можно переписать как  $F = V_0(1 - (L_d/L_{ao} + 1)^{-p})$ , учитывая, что  $F/V^0 = (1 - 1/(V_0/V))$ . Отличие варианта (1) в том, что у  $V_0$  степень 1 и  $L_d$  входит в обратную гиперболу вместо логарифма. Отметим, что при степени 1 обратная гипербола явно ближе к реальной ситуации, так как с ростом  $L_d$  формула даёт  $F$ , не превышающее  $V_0$ , а вот логарифмическая кривая растёт безгранично.

Ещё меньше отличий, если по этим формулам перейти к продольному уклону. Взяв производную  $U = F(L_d)$ , получим  $U = p(V_0/L_{ao})/(L_d/L_{ao} + 1)^{p+1}$  и  $U = cV^q/(L_d + M)$ . В формуле уклона логарифмическая функция перешла в степенную со степенью 1. Эти формулы уклона можно записать единым образом:

$$U = cAV^q/(L_d/B + 1)^{p+1},$$

в первом случае  $A = p/L_{ao}$ ,  $B = L_{ao}$ ,  $q = 1$ ,  $p = 0,4$ , а во втором —  $A = 1/M$ ,  $B = M$ ,  $q = 0,7$ ,  $p = 0$ .

## Обсуждение результатов

Представлена наша первая попытка получить формальное описание среднего профиля линии стока, которое учитывает как длину водотока, так и его высоту над уровнем моря. Основной вывод — найти такую зависимость в первом приближении возможно. Полученная в предыдущей работе из анализа уклонов формула довольно хорошо совпадает с экспериментальными измерениями среднего профиля линий стока на той же территории. Исходя из экспериментальных данных, уточнили формулу, изменив характер влияния высоты. Сформулируем результаты конкретнее:

1. Функция  $V_0/V = (L_d/L_{ao} + 1)^p$  хорошо описывает экспериментальную зависимость среднего отношения  $V_0/V$  от длины  $L_d$ . Однако, если опираться на  $V_0/V$ , влияние высоты учитывается недостаточно аккуратно, что приводит к расхождению экспериментальных измерений для разных высот.
2. Результат существенно лучше (для высот больше 120 м над уровнем моря), если использовать  $F/V_0^q$ . Для средней величины этого отношения получено достаточно точное формальное описание  $F/V_0^q = c \cdot \ln(L_d/M + 1)$  ( $c = 1 \text{ м}^{(1-q)}$ ) уравнивает размерность при  $q \neq 1$ ).

3. Велик разброс измерений в ячейках вокруг среднего значения. Возможно, средняя линия профиля определяется выработанным профилем, а остальные профили дают разброс. А может, требуется учесть и другие характеристики территории, хотя они скорее влияют на формирование русла при большом удалении от истока.
4. Производные найденных зависимостей для профиля дают единую формулу продольного уклона  $U = cAV_0^q / (L_d/B + 1)^{p+1}$ , но с разными параметрами.

Предполагаем шаг за шагом прийти к более точной и полной формуле профиля, начиная с тех ситуаций, которые поддаются анализу, — достаточно много данных (не особо большая длина стока) и не сказывается дискретизация (ни первые шаги стока, ни малые высоты). Возможно, дальнейшее уточнение описания профиля вернёт нас к привычным степенным функциям и к такой ситуации, как в формуле (1), где без специальных множителей совпадает размерность правой и левой части.

В дальнейшем необходимо проанализировать причину большого разброса измеряемых характеристик вокруг среднего, а также сопоставить результаты по разным территориям.

Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (тема «Мониторинг», госрегистрация № 122042500031-8).

## Литература

1. Златопольский А. А. Статистическая связь локального продольного уклона водотока с другими локальными характеристиками (матрица уклонов) // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2026. Т. 23. № 1. С. 140–149. DOI: 10.21046/2070-7401-2026-23-1-140-149.
2. Маккавеев Н. И. Русло реки и эрозия в ее бассейне. М.: Изд-во АН СССР, 1955. 346 с.
3. Сидорчук А. Ю. Процессы формирования продольного профиля реки // Геоморфология и палеогеография. 2025. Т. 56. № 2. С. 185–196. DOI: 10.31857/S2949178925020017.
4. Чернова И. Ю., Нугманов И. И., Даутов А. Н. Применение аналитических функций ГИС для усовершенствования и развития структурно-морфологических методов изучения неотектоники // Геоинформатика. 2010. № 4. С. 9–23.

## Formal description of the runoff profile based on statistical analysis of the digital terrain model: Part 1

A. A. Zlatopolsky

*Space Research Institute RAS, Moscow 117997, Russia*  
*E-mail: aazlat@gmail.com*

The article demonstrates the possibility of finding a first approximation of a formal description of the statistically average profile of runoff lines. These lines are obtained through digital runoff modeling. We propose considering in the formula not only the length of the runoff line but also its elevation above sea level. It turned out that the profile formula, previously obtained from the analysis of the slope matrix, which includes these characteristics, coincides well with the average profile experimentally found over a large area of the Far East. The formula was refined by switching to an analysis of a tabular function of one variable (instead of two), which provides more reliable statistical data and more measurements per cell of the tabular function. The scatter of measured values relative to the average profile turned out to be quite large due, in part, to the insufficiently accurate consideration of the influence of elevation in the profile formula. Using approximation, we found the dependence of

two parameters of the formula on height and, on this basis, obtained a more accurate formal description of the fall of the runoff lines. The derivatives of the original and refined profile functions yield similar dependences of the longitudinal slope on the runoff length and elevation. These dependences are described by a common formula with different parameters.

**Keywords:** DTM, runoff model, runoff line profile, fall of the runoff line, longitudinal slope, runoff line length, source height, statistical dependence

Accepted: 16.02.2026

DOI: 10.21046/2070-7401-2026-23-2-141-149

## References

1. Zlatopolsky A. A., Statistical relationship of local longitudinal slope of watercourse with other local characteristics (slope matrix), *Sovremennye problemy distantsionnogo zondirovaniya Zemli iz kosmosa*, 2026, V. 23, No. 1, pp. 140–149 (in Russian), DOI: 10.21046/2070-7401-2026-23-1-140-149.
2. Makkaveev N. I., *Ruslo reki i ehroziya v ee basseine* (River bed and erosion in its basin), Moscow: Izd. AN SSSR, 1955, 346 p. (in Russian).
3. Sidorchuk A. Yu., Processes of formation of longitudinal profile of a river, *Geomorfologiya i paleogeografiya*, 2025, V. 56, No. 2, pp. 185–196 (in Russian), DOI: 10.31857/S2949178925020017.
4. Chernova I. Yu., Nugmanov I. I., Dautov A. N., Application of GIS analytic functions for improvement and development of the structural morphological methods of the neotectonics studies, *Geoinformatika*, 2010, No. 4, pp. 9–23 (in Russian).