

Особенности восстановления профилей температуры неоднородно увлажнённой суглинистой почвы на основе многочастотных радиометрических наблюдений

К. В. Музалевский

*Институт физики им. Л. В. Киренского СО РАН, Красноярск, 660036, Россия
E-mail: rsdkm@ksc.krasn.ru*

В данной теоретической работе исследовались потенциальные возможности и погрешности нахождения профилей температуры в неравномерно увлажнённом по глубине талом суглинистом почвогрунте на основе многочастотных радиометрических наблюдений радиояростной температуры (РТ) в диапазоне частот от 1,4 до 18,7 ГГц и от 409 МГц до 18,7 ГГц. Для расчёта РТ (прямая задача) использовались модифицированная частично когерентная модель радиотеплового излучения почвогрунтов, лишённых покровов, с гладкой границей (в виде интегрального уравнения Фредгольма первого рода); физически обоснованная диэлектрическая модель почвогрунтов; модельные профили температуры и влажности, построенные на основе обобщения большого набора экспериментальных данных. Некорректно поставленная обратная задача по нахождению профилей температуры решалась с применением регуляризирующего алгоритма Тихонова, свойства сходимости которого были изучены для различных комбинаций профилей влажности и температуры. Показана достижимость практически значимой точности 2–4 К (среднее абсолютное отклонение от исходно заданных профилей) восстановления профилей температуры в слое 0–15 см даже в условиях относительно большой зашумлённости РТ 1,0 К. Наблюдение РТ на дополнительной частоте 409 МГц (к диапазону 1,4–18,7 ГГц) позволяет существенно (в ~3 раза) уменьшить погрешность восстановления профилей температуры на глубинах 15–35 см, при этом объёмная влажность поверхности почвогрунта должна быть менее 16 %. Особая практическая ценность проведённого исследования заключается в оценке возможностей восстановления профилей температуры почвогрунтов на заданном наборе рабочих частот спутников радиотеплового дистанционного зондирования, перспективных и действующих в настоящее время.

Ключевые слова: радиотепловое излучение, слоисто-неоднородные среды, неизотермические среды, почвогрунт, профили влажности, профили температуры, диэлектрическая проницаемость

Одобрена к печати: 05.02.2026

DOI: 10.21046/2070-7401-2026-23-2-231-247

Введение

Температура поверхности суши и почвогрунтов влияет на энергетические и водные циклы системы «земля–атмосфера», точность прогнозирования гидрологических и климатических моделей и считается одной из важнейших климатических переменных, рекомендованной Всемирной метеорологической организацией (*англ.* World Meteorological Organization) для наблюдения в глобальном масштабе (Nachem et al., 2012; Muzalevskiy, Ruzicka, 2016). Спутниковые радиометры инфракрасного (ИК) диапазона частот наиболее широко применяются для дистанционного зондирования температуры видимой поверхности суши и почвогрунтов. В работах (Nachem et al., 2012; Muzalevskiy, Ruzicka, 2016) показано, что наблюдаемая ИК-радиометрами температура в большей степени коррелирует с температурой воздуха, измеренной на высоте 1–3 м (над поверхностью почвогрунта), чем с температурой поверхностных слоёв почвогрунтов (0–5 см). По отношению к ИК-радиометрам приборы для измерения энергетических характеристик микроволнового диапазона меньше подвержены влиянию облачности, осадкам, имеют большую проникающую глубину зондирования и могут служить дополнительным всепогодным спутниковым источником информации о температуре поверхности суши и почвогрунтов. В настоящее время ведутся активные исследования в области разработки спутниковых методов микроволновой теплотлокации температуры

поверхности суши и почвогрунтов, однако стандартных спутниковых информационных продуктов не создано (Comiso, Cho, 2013).

В рамках эмпирического подхода температура поверхности почвогрунтов может быть оценена на основе нелинейного уравнения, связывающего температуру поверхности почвогрунтов с поляризационными индексами, яркостной температурой или излучательной способностью, которые измерены микроволновыми радиометрами на горизонтальной и вертикальной поляризации в некотором диапазоне частот, а также с привлечением данных ИК-радиометров (Fily et al., 2003; Han et al., 2017; Pulliainen et al., 1997; Zheng et al., 2016; Zhong et al., 2021). Параметры эмпирических моделей находятся из совместных долговременных спутниковых наблюдений и наземных измерений метеостанциями температуры почвогрунтов. Данные модели зависят от вида тестовых участков, ландшафтов и не являются универсальными.

Методы машинного обучения, представляя собой «чёрный ящик», не позволяют установить явную физическую связь между входными и выходными параметрами модели. Как в случае с эмпирическими моделями, их точность ограничена объёмом обучающей выборки, предсказание температуры вне которой может приводить к значительным ошибкам (Duan et al., 2020; Han et al., 2024; Mao et al., 2018; Tan et al., 2019).

Физические методы восстановления температуры почвогрунтов наиболее универсальны, основаны на моделях радиотеплового излучения, параметры которых имеют ясный физический смысл и могут быть откалиброваны для различных состояний и типов ландшафтов на основе долговременных спутниковых и наземных наблюдений (Chen et al., 2014; Jones et al., 2007; Njoku, Li, 1999; Su et al., 2017). В рамках физического подхода удалось установить влияние глубинных профилей диэлектрической проницаемости и температуры в поверхностном слое почв на погрешность восстановления эффективной температуры талых и мёрзлых почвогрунтов из поляриметрических наблюдений радиояркостной температуры (РТ) в частотном диапазоне от 6,9 до 89 ГГц (Jones et al., 2007; Kohn, Royer, 2010; Marchand et al., 2018). При этом рассмотрение почвогрунта в виде диэлектрически однородного полупространства в ходе решения обратной задачи приводит к высокой погрешности нахождения эффективной температуры: среднеквадратическое отклонение (СКО) и коэффициент детерминации R^2 для различных тестовых участков варьируются от 2,2 до 10,5 °С и от 0,24 до 0,77 соответственно относительно данных контактных измерений почвенно-климатических метеостанций. Потенциально многочастотные, в диапазонах длин волн от 0,8 до 13 см (Gaikovich et al., 1989) и от 3 до 60 см (Кондратьев и др., 1989), или одночастотные (1,4 ГГц), поляриметрические многоугловые (Mironov et al., 2013а, 2016; Muzalevskiy, Ruzicka, 2016), наблюдения РТ позволяют восстановить не только эффективную температуру почвогрунтов (Muzalevskiy, Ruzicka, 2016), но и профиль физической температуры мёрзлых (Gaikovich et al., 1989; Mironov et al., 2013а, 2016) и талых (Кондратьев и др., 1989) почвогрунтов. В работах (Кондратьев и др., 1989; Gaikovich et al., 1989; Mironov et al., 2013а, 2016) не изучалось влияние вертикальных профилей диэлектрической проницаемости (влажности) почвогрунтов на погрешность восстановления профилей температуры, при этом также в ходе решения обратных задач почвогрунты рассматривались в виде диэлектрически однородного полупространства. На основе многочастотных наблюдений РТ (длина зондирующих волн варьировалась от 3 до 60 см) было показано, что до глубины 1,6 м равномерно увлажнённой по глубине песчаной почвы погрешность восстановления профиля температуры достигает 1–3 К при погрешности наблюдения РТ 0,5 К. При этом указывается (Кондратьев и др., 1989), что для достижения указанной точности необходима априорная информация о влажности равномерно увлажнённой почвы с погрешностью не хуже 1 % для расчёта коэффициента излучения при решении обратной задачи. В случае мёрзлых органических почвогрунтов СКО и R^2 восстановленных профилей температуры из поляриметрических наблюдений РТ на частоте 1,4 ГГц варьировались от 2,8 до 6,4 °С и от 0,26 до 0,62 соответственно для различных тестовых участков относительно данных контактных измерений в слое 0–16 см (Mironov et al., 2016). Погрешность (СКО = 2,3...7,2 °С) восстановления профилей температуры в мёрзлой органической тундровой почве из многочастотных наблюдений РТ в диапазоне от 1,4 до 10,7 ГГц (Muzalevskiy

et al., 2015) близка к погрешности одночастотного метода (Mironov et al., 2016). Проведённый анализ показывает, что, несмотря на существующие работы, до настоящего времени слабо изучены вопросы влияния профилей влажности на погрешность восстановления профилей температуры талых почвогрунтов с различным содержанием глинистой фракции из микроволновых радиометрических наблюдений. При этом, по-видимому, наиболее целесообразным следует считать рассмотрение многочастотных методов с добавлением перспективного Р-диапазона частот.

В отличие от существующих подходов в настоящей работе исследуется возможность и погрешности восстановления температуры неравномерно увлажнённой по глубине талой суглинистой почвы на основе многочастотных поляриметрических наблюдений РТ в диапазоне частот от 409 МГц до 18,7 ГГц. Частотный диапазон (1,4–18,7 ГГц) доступен при комбинации радиометрических данных существующей группировки спутников SMAP (*англ.* Soil Moisture Active Passive), SMOS (*англ.* Soil Moisture and Ocean Salinity), GCOM-W1 (*англ.* Global Change Observation Mission-Water); частота 409 МГц может быть использована в перспективе (диапазон частот 406,1–410 МГц зарезервирован для радиоастрономических наблюдений). Для этих целей используется модифицированная частично-когерентная модель радиотеплового излучения (Музалевский, 2018; Muzalevskiy, 2024), погрешность которой сопоставима с точными когерентными моделями радиотеплового излучения слоистых неизотермических сред. Частота выше 18,7 ГГц не рассматривалась в виду заметного влияния водяного пара, кислорода атмосферы на поглощение, а также рассеяния на мелкомасштабных неровностях и элементах растительного покрова волн этого диапазона (Ulaby et al., 1986). Отметим, что в настоящей работе с целью упрощения проблемы ставилась задача для почвогрунтов с гладкой поверхностью, не покрытой растительным покровом.

Модель радиотеплового излучения и детали вычислительной схемы прямой задачи

Радиояркая температура слоистого диэлектрически неоднородного неизотермического полупространства на основе феноменологической теории переноса излучения может быть записана в виде интегрального уравнения Фредгольма первого рода (Шарков, 2014):

$$Tb_p(f, \theta_0) = \int_0^{\infty} dz T_s(z) K(z, f, \theta_0), \quad (1)$$

где $K(z, f, \theta_0) = 2[1 - \Gamma_p(\epsilon_s, f, \theta_0)] \text{Im} \eta(z, f, \theta_0) \exp\left[-2 \int_0^z \text{Im} \eta(\xi, f, \theta_0) d\xi\right]$ — ядро интегрального уравнения; $\Gamma_p = \left|R_p(\epsilon_s, f, \theta_0)\right|^2$ — коэффициент отражения Френеля по мощности плоской волны от границы «воздух–диэлектрическое полупространство» (отражательная способность); $\eta(z, f, \theta_0) = 2\pi f \sqrt{\epsilon_s(z) - \sin^2 \theta_0} / c$ — проекция на вертикальную ось вектора волнового числа; c — скорость света в вакууме; f — частота электромагнитной волны; индекс p может принимать значения Н (*англ.* horizontal) и V (*англ.* vertical) соответственно для горизонтальной и вертикальной поляризации; θ_0 — угол наблюдения РТ. В модели (1) комплексная диэлектрическая проницаемость (КДП) почвогрунта ϵ_s определена прямо под границей раздела: $\epsilon_s = \epsilon_s(z = -0)$. При расчёте $R_p(\epsilon_s, f, \theta_0)$ в модели (1) ϵ_s часто полагается некоторой эффективной величиной, которая для наилучшего согласия с экспериментом (Ulaby et al., 1986, Ch. 19-1.1–19-1.2) подбирается усреднением профиля $\epsilon_s(z)$ в поверхностном слое почвогрунта различной толщины. Вместе с тем, как показано в работах (Музалевский, 2018; Muzalevskiy, 2024), входящий в формулу (1) коэффициент отражения $R_p(\epsilon_s, f, \theta_0)$, вычисленный методом итераций (Бреховских, 1957), позволяет рассчитывать РТ слоисто-неоднородных неизотермических почвогрунтов с погрешностью, сопоставимой с точными когерентными моделями (Njoku, Kong, 1977; Wilheit, 1975). В настоящей работе для расчёта коэффициента отражения

$R_p(\epsilon_s, f, \theta_0)$ от слоисто-неоднородного диэлектрического полупространства применялся метод итераций Бреховских (Бреховских, 1957).

Для расчёта наблюдаемой РТ (прямая задача) использовались шесть профилей (№ 1–6) влажности и температуры (рис. 1), заданных в виде экспоненциальных функций, параметры которых были подобраны в исследовании (Njoku, Kong, 1977) для описания наиболее характерных соответствующих профилей, наблюдаемых экспериментально в минеральных почвогрунтах (суглинок, песчаный суглинок и песчаник) (Hanks et al., 1967; Jackson, 1973).

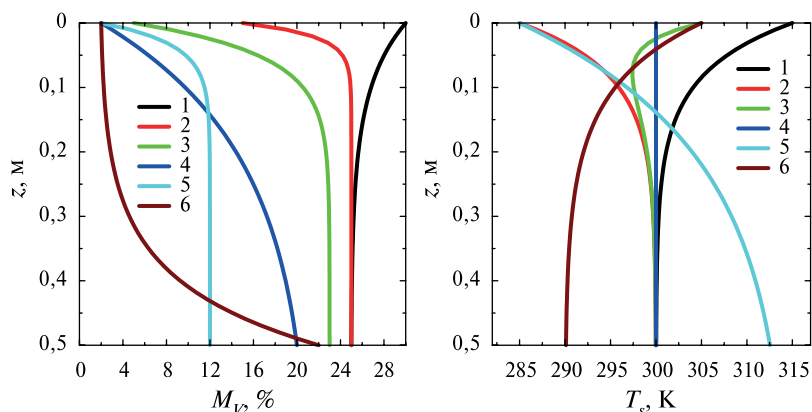


Рис. 1. Профили влажности $M_V(z)$ (слева) и температуры $T_s(z)$ (справа) талых почвогрунтов, аналитически описываемые функциями $M_V(z) = M_0 + \Delta M [e^{-bz} - 1] / [e^{-bd} - 1]$, $T_s(z) = T_0 + \Delta T_1 e^{-g_1 z} + \Delta T_2 e^{-g_2 z}$. Параметры функций могут быть найдены в табл. 1 и 2 работы (Njoku, Kong, 1977)

Профили влажности и температуры характеризуют различные стадии увлажнения и высыхания, нагревания и остывания почвогрунтов, а также присущи почвогрунтам в засушливых районах с уровнем залегания грунтовых вод более 0,5 м (см. рис. 1 (слева), профиль № 6) или имеющим подповерхностные температурные аномалии (см. рис. 1 (справа), профиль № 5). В связи с тем, что профили влажности и температуры (см. рис. 1) получены в результате обобщения результатов измерений из большого набора данных и не связаны между собой (т. е. наблюдались не одновременно), то для моделирования РТ эти профили будут использоваться в различных комбинациях между собой.

В качестве первого набора частот наблюдения РТ выберем комбинацию частот спутников SMAP (1,4 ГГц, угол зондирования 40°) и GCOM-W1 (6,9; 7,3; 10,7; 18,7 ГГц, угол зондирования 55°). В результате может быть доступно до 10 независимых наблюдений РТ. В качестве второго набора рассмотрим наблюдения РТ первого набора, дополненные наблюдениями РТ на горизонтальной и вертикальной поляризации на частоте 409 МГц (угол зондирования 40°). Также для большей объективности будем считать, что наблюдаемые значения $Tb_p(f, \theta_0)$ содержат добавочную случайную величину, распределённую по закону Гаусса со среднеквадратическим отклонением σ_{noise} . При вычислении РТ интеграл (1) разбивался на сумму двух интегралов с пределами интегрирования $[0, 0,5 \text{ м}]$ и $[0,5 \text{ м}, \infty)$. Первый интеграл находился численно на равномерной сетке с 500 узлами методом трапеций с использованием профилей влажности и температуры, которые были заданы до глубины 0,5 м (см. рис. 1). Второй интеграл на интервале $[0,5 \text{ м}, \infty)$ был определён аналитически, так как почвогрунт глубже 0,5 м представлялся в виде однородного полупространства с влажностью и температурой, заданными в точке $z = 0,5 \text{ м}$. Численные расчёты были выполнены на языке программирования Golang.

Для нахождения КДП почвогрунта использовалась диэлектрическая модель (Mironov et al., 2013b). В соответствии с ней показатель преломления n_s и нормированный коэффициент затухания k_s влажного, талого, незасолённого почвогрунта может быть представлен в виде:

$$\left. \begin{aligned} n_s &= \begin{cases} n_d + (n_b - 1)W, & W \leq W_t, \\ n_d + (n_b - 1)W_t + (n_u - 1) \cdot (W - W_t), & W > W_t, \end{cases} \\ \kappa_s &= \begin{cases} \kappa_d + \kappa_b W, & W \leq W_t, \\ \kappa_d + \kappa_b W_t + \kappa_u (W - W_t), & W > W_t, \end{cases} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где n_d, n_b, n_u и $\kappa_d, \kappa_b, \kappa_u$ — показатель преломления и нормированный коэффициент затухания сухого почвогрунта, связанной и свободной почвенной воды соответственно; W и W_t — объёмная влажность и максимальное объёмное содержание связанной воды в почвогрунте соответственно; $n_d = (0,432 - 0,065m_c)\rho_d$, $\kappa_d = (0,008 + 0,011m_c)\rho_d$, m_c — весовое содержание «глинистой фракции» в долях (почвенные частицы размером менее 0,002 мм), ρ_d — плотность сухого сложения почвогрунта; $W_t = 0,024 + 0,339m_c$. Показатель преломления и нормированный коэффициент затухания связаны с КДП формулой $\sqrt{\varepsilon_q} = n_q + ik_q$, где i — мнимая единица, а индекс q пробегает значения s, d, b, u . Комплексная диэлектрическая проницаемость связанной и свободной почвенной воды определена двухрелаксационной моделью Дебая:

$$\varepsilon_q = \varepsilon_{\infty H,q} + \frac{\varepsilon_{0L,q} - \varepsilon_{0H,q}}{1 - 2\pi i f \tau_{L,q}} + \frac{\varepsilon_{0H,q} - \varepsilon_{\infty H,q}}{1 - 2\pi i f \tau_{H,q}} + i \frac{\sigma_q}{2\pi f \varepsilon_r}. \quad (3)$$

Здесь индекс q принимает значения b, u ; $\varepsilon_r = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ с} \cdot \text{Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$ — диэлектрическая проницаемость вакуума; $\varepsilon_{\infty H,b} = \varepsilon_{\infty H,u} = 4,9$ и $\varepsilon_{0L,b} = 761 - 840m_c$; $\varepsilon_{0L,u} = \varepsilon_{0H,u} = 100$ ($\tau_{L,u}$ — не определено); $\varepsilon_{0H,b} = 27,18 + 61 \exp(-m_c/0,287)$ — оптические и статические пределы диэлектрической проницаемости для каждой из релаксаций почвенной воды в формуле Дебая; время релаксации $\tau_{H,b} = 12,5 \text{ пс}$, $\tau_{H,u} = 10,6 \text{ пс}$, $\tau_{L,b} = 2,5 \text{ нс}$ и проводимости $\sigma_u = 0,097 + 0,69m_c \text{ См/м}$, $\sigma_b = 0,001 \text{ См/м}$ в формуле Дебая. Регрессионные коэффициенты модели (2)–(3) определены в исследовании (Mironov et al., 2013b) на основе диэлектрических измерений (в частотном диапазоне от 40 МГц до 26,5 ГГц) шести образцов талых (температура 20 °С) незасолённых минеральных почвогрунтов с содержанием глинистой фракции по весу от 7 до 76 %. В дальнейших вычислениях КДП почвогрунта рассчитывалась для весового содержания глинистой фракции $m_c = 30 \%$ (среднее значение для широкого набора почвенных образцов из работ (Mironov et al., 2013b, 2017), плотность сухого сложения $\rho_d = 1,2 \text{ г/см}^3$ (соответствует среднему значению, измеренному в слое 0–30 см на Европейском континенте (Panagos et al., 2024))).

Метод решения обратной задачи

Нахождение $T_s(z)$ из интегрального уравнения (ИУ) (1) является некорректно поставленной обратной задачей (Верлань, Сизиков, 1986; Самарский, Вабишевич, 2009). Для подобной постановки задачи не выполняется одно из условий Адамара (Верлань, Сизиков, 1986, п. 4.1, 34, п. 1.2): существования, единственности и устойчивости решения. Последнее выражается в сколь угодно большой ошибке определения $T_s(z)$ при сколь угодно малых погрешностях величины Tb_p (например, при конечной точности компьютерного представления вещественных чисел). Количественно данный факт можно продемонстрировать из анализа сингулярных чисел ядра ИУ (1). С этой целью будем искать решение ИУ (1), представляя $T_s(z)$ в виде кусочно-полиномиальной функции, следующим образом:

$$T_s(z) = \begin{cases} \sum_{n=0}^N t_n z^n, & 0 \leq z \leq 0,5 \text{ м}, \\ T_s(z = 0,5 \text{ м}), & z > 0,5 \text{ м}, \end{cases} \quad (4)$$

где N — порядок полинома; t_n — неизвестные коэффициенты. Тогда в случае M независимых наблюдений величины Tb_p дискретный аналог выражения (1) может быть записан в матричном виде:

$$\mathbf{A}\mathbf{T}_s = \mathbf{T}b, \tag{5}$$

где \mathbf{A} — матрица размера $M \times N$; $\mathbf{T}b$ — вектор-столбец размера $M \times 1$, содержащий M наблюдений величины Tb_p ; \mathbf{T}_s — вектор-столбец размера $(N+1) \times 1$, содержащий $N+1$ неизвестных коэффициентов t_n . В случае наблюдения яркостной температуры на M_1 углах и M_2 частотах ($M = 2M_1 + 2M_2$, двойка учитывает наблюдения РТ на двух поляризациях) элементы матрицы \mathbf{A} могут быть записаны в виде:

$$A_{(m_1, m_2), n} = 2 \int_0^\infty dz z^n \left[1 - \Gamma_p(\varepsilon_s(z), f_{m_2}, \theta_{0, m_1}) \right] \text{Im} \eta(z, f_{m_2}, \theta_{0, m_1}) \exp \left[-2 \int_0^z \text{Im} \eta(\xi, f_{m_2}, \theta_{0, m_1}) d\xi \right], \tag{6}$$

здесь (m_1, m_2) , n — составной индекс матрицы \mathbf{A} для порядкового учёта элементов, соответствующих различным поляризациям, углам и частотам наблюдаемых значений РТ. Как видно матрица \mathbf{A} (дискретный аналог ядра ИУ (1)) зависит от вида базисных функций в разложении (4), геометрии зондирования, частоты наблюдения РТ, КДП, а следовательно, профилей влажности и типа почвенного покрова.

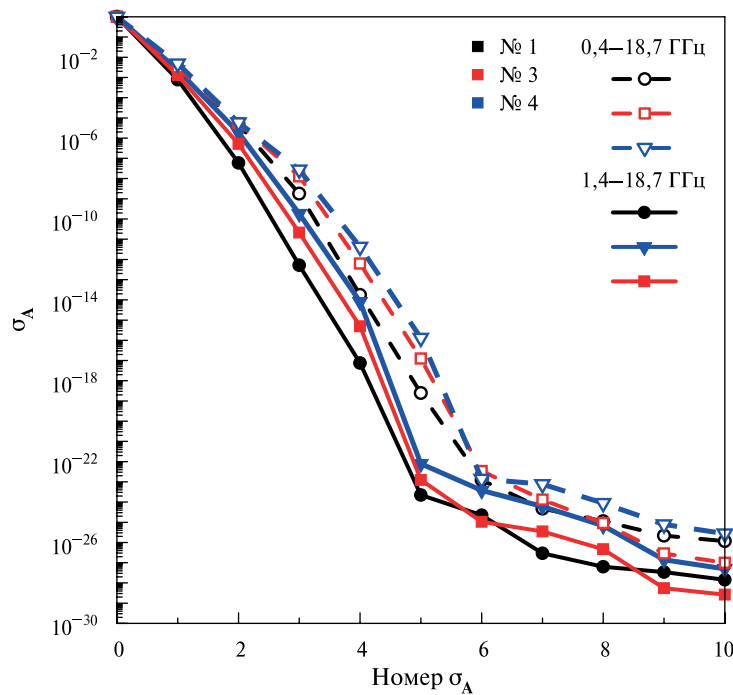
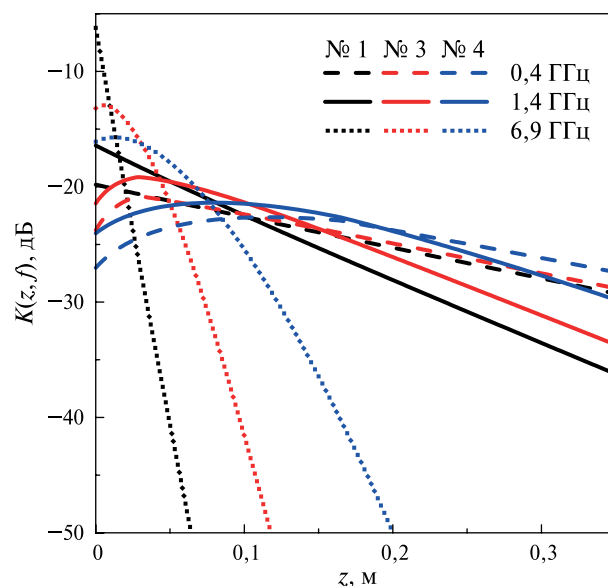


Рис. 2. Спектр сингулярных чисел матрицы \mathbf{A} , построенный для максимальной степени полинома (4), принимаемой равной $N = 10$

В качестве примера на рис. 2 приведены спектры сингулярных чисел σ_A (нормированных на максимальное сингулярное число) матрицы \mathbf{A} для трёх профилей влажности почвогрунта № 1, 3, 4 (см. рис. 1а) и двух наборов наблюдений РТ в частотном диапазоне от 0,4 до 18,7 ГГц и от 1,4 до 18,7 ГГц. Видно, что уже с четвёртого сингулярного числа числа обусловленности (Форсайт, Молер, 1969, п. 8) $\text{cond}(\mathbf{A})$ матрицы \mathbf{A} становятся больше чем 10^{11} . Это говорит о том, что относительная погрешность измерения $Tb_p(f, \theta_0)$ должна быть меньше, чем 10^{-11} , для достижения относительной ошибки восстановления $T_s(z)$ менее 100 %. Это является причиной сильной неустойчивости решения обратной задачи на основе ИУ (1). Из анализа сингулярных чисел видно, что добавление наблюдения РТ на частоте 409 МГц на несколько порядков увеличивает число обусловленности матрицы \mathbf{A} , что повышает устойчивость решения обратной задачи.

Рис. 3. Ядро интегрального уравнения (1) в зависимости от глубины почвогрунта, рассчитанное для трёх частот и профилей влажности № 1, 3 и 4 (см. рис. 1)



Зависимости, представленные на рис. 2, не позволяют предложить критерий ограничения степени полинома N (видно лишь, что с уменьшением степени полинома N устойчивость решения обратной задачи должна повышаться в результате роста значений сингулярных чисел). Вместе с тем дополнительный регрессионный анализ показал, что полином (4) степени $N = 3$ позволяет с коэффициентом детерминации и СКО не хуже, чем $R^2 = 0,98$ и $СКО = 0,4$ К, аппроксимировать исходные профили температуры, за исключением профиля № 3. При аппроксимации профиля температуры № 3 для достижения подобной точности требуется полином степени $N = 5$. В дальнейших расчётах будем использовать полином (4) со степенью $N = 5$ с шестью неизвестными параметрами.

Из анализа ядра ИУ (1) в виде функции $K(z, f, \theta_0)$ также видно (рис. 3), что с понижением частоты увеличивается толщина слоёв почвогрунта, дающих сопоставимый вклад в значения $K(z, f, \theta_0)$.

Вместе с тем видно, что на всех частотах одни и те же поверхностные слои почвогрунта в сопоставимой степени участвуют в формировании величины $K(z, f, \theta_0)$ и несут в себе практически одинаковую информацию об излучении, что является источником сильной связи (зависимости) отдельных измерений на разных частотах (строки матрицы \mathbf{A}). В результате сформированная матрица \mathbf{A} оказывается плохо обусловленной, что не позволяет использовать классические методы решения системы линейных алгебраических уравнений (5). В этой связи были развиты специальные алгоритмы, регуляризирующие уравнение (1) и систему алгебраических уравнений (5), которые либо ограничивают ранг матрицы \mathbf{A} , либо направлены на её сглаживающую аппроксимацию. В настоящей работе для решения обратной задачи на основе ИУ (1) воспользуемся регуляризирующим алгоритмом Тихонова (Верлань, Сизиков, 1986, п. 4.3, 34, п. 6.1.3), в соответствии с которым псевдообратный (к \mathbf{A}) оператор $\mathbf{R}_\alpha = (\mathbf{A}^T \mathbf{A} + \alpha \mathbf{E})^{-1} \mathbf{A}^T$, где \mathbf{E} — единичная матрица; $\alpha > 0$ — параметр регуляризации; T — символ транспонирования матрицы, ставит в соответствие паре $(\mathbf{A}, \mathbf{Tb})$ квазирешение $\mathbf{T}_{s,\alpha}$, минимизирующее норму невязки функционала:

$$\mathbf{M}_\alpha [z] = \|\mathbf{A} \cdot \mathbf{T}_{s,\alpha} - \mathbf{Tb}\|^2 + \alpha \|\mathbf{T}_{s,\alpha}\|^2, \quad (7)$$

где $\|\cdot\|$ — Евклидова норма в пространстве коэффициентов t_n . В результате профили температуры определялись из системы алгебраических уравнений: $\mathbf{T}_{s,\alpha} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A} + \alpha \mathbf{E})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{Tb}$. Вышеописанный алгоритм нахождения профилей температуры $T_{s,\alpha}(z)$ построен исходя из известных и точно заданных профилей влажности почвогрунта. Вместе с тем представляет интерес оценка погрешности нахождения $T_{s,\alpha}(z)$ в случае, когда профиль влажности не известен точно, а имеются лишь сведения о средних значениях влажности в поверхностном слое неоднородно увлажнённой по глубине почвы (как правило бывает на практике). В этом случае в ходе решения обратной задачи полупространство считалось диэлектрически однородным с КДП, соответствующей средней влажности, вычисленной в поверхностном слое толщиной l_w .

Результаты и обсуждение

Нахождение $T_{s,\alpha}$ из уравнения (7) — неоднозначная задача и зависит от абсолютной величины α и уровня шума σ_{noise} (погрешности величин T_b). Вследствие того, что формула (6) и псевдообратный оператор R_α не зависят от конкретного профиля температуры, оптимальное значение α (или диапазон α) может быть найдено при решении задачи минимизации выражения (7) в зависимости от уровня шума σ_{noise} и различных профилей влажности для какого-либо одного профиля температуры. С этой целью 100 раз решалась прямая задача с уровнем шума $\sigma_{noise} = 0,1$ К и $\sigma_{noise} = 1,0$ К (для определённости выбирался профиль температуры почвогрунта № 1). Максимальный уровень шума $\sigma_{noise} = 1,0$ К был выбран как предельная оценка точности радиометрических измерений спутников SMAP около 0,8–0,9 К (Piermeier et al., 2017) на вертикальной и горизонтальной поляризации на частоте 1,4 ГГц и GCOM-W1 около 0,34–0,7 К (Maeda et al., 2015) в диапазоне частот от 6,9 до 18,7 ГГц. Кроме того, в ходе решения прямой задачи к каждой рассчитанной величине РТ добавлялась шумовая компонента со случайными начальными значениями, что обеспечивало статистическую независимость используемых значений РТ (на разных частотах, углах и поляризациях). Для заданного значения α , изменяющегося в диапазоне от 10^{-12} до 10^{-3} , находились профили $T_{s,\alpha}(z)$. Далее для каждой из $P = 100$ реализаций случайных наблюдений РТ рассчитывались профили температуры $T_{sp}^p(z)$, где $p = 1, \dots, P$, вычислялось среднее значение $T(z)$ и СКО $\Delta T(z)$ найденных профилей по глубине по формулам:

$$\bar{T}_{s,\alpha}(z) = \frac{1}{P} \sum_{p=1}^P T_{s,\alpha}^p(z), \quad \Delta T_{s,\alpha}(z) = \sqrt{\frac{1}{P-1} \sum_{p=1}^P (T_{s,\alpha}^p(z) - \bar{T}_{s,\alpha}(z))^2}.$$

Относительно исходно заданного профиля $T_s(z)$ погрешность нахождения $T_{s,\alpha}(z)$ окончательно анализировалась с использованием средних оценок коэффициента детерминации R^2 , абсолютного Δ_1 и среднеквадратического Δ_2 отклонения для слоя заданной толщины от $z = z_1$ до $z = z_2$:

$$R^2 = 1 - \frac{\int_{z_1}^{z_2} dz (T_s(z) - \bar{T}_{s,\alpha}(z))^2}{\int_{z_1}^{z_2} dz (T_s(z) - \overline{T_s(z)})^2}, \quad \Delta_1 = \frac{1}{z_2 - z_1} \int_{z_1}^{z_2} dz |T_s(z) - \bar{T}_{s,\alpha}(z)|, \quad \Delta_2 = \frac{1}{z_2 - z_1} \int_{z_1}^{z_2} dz \Delta T_{s,\alpha}(z),$$

где $T_s(z)$ и $\overline{T_s(z)}$ — исходный профиль физической температуры и его среднее значение в слое от $z = z_1$ до $z = z_2$ соответственно. Результаты вычислений данных статистических оценок представлены на *рис. 4* (см. с. 239) для слоя 0–15 см.

Видно, что при весьма малых значениях параметра регуляризации $\alpha = 10^{-12}$ имеется достаточно точное совпадение между найденным $\bar{T}_{s,\alpha}(z)$ и исходно заданным профилем (погрешность Δ_1 мала, менее 0,3 и 2,0 К при $\sigma_{noise} = 0,1$ К и $\sigma_{noise} = 1,0$ К соответственно). В то время как СКО определённого профиля $T_{s,\alpha}(z)$ от реализации к реализации случайного процесса имеют большие вариации (погрешность Δ_2 варьируется от ~2,0 до 20,0 К при $\sigma_{noise} = 0,1$ К и $\sigma_{noise} = 1,0$ К соответственно). С ростом параметра регуляризации возрастают сглаживающие свойства обратного оператора R_α , что проявляется в уменьшении Δ_2 найденных профилей от реализации к реализации случайного процесса и увеличении Δ_1 . Так, при $\alpha = 10^{-3}$ полученный средний профиль температуры Музалевский-eqn-22 является чрезмерно сглаженным и коэффициент детерминации между определённым Музалевский-eqn-23 и исходным профилем температуры становится менее 0,5. Из *рис. 4* видно, что с ростом α имеется область минимальных значений Δ_1 при уменьшающихся Δ_2 вплоть до точки пересечения кривых $\Delta_1 = \Delta_1(\alpha)$ и $\Delta_2 = \Delta_2(\alpha)$. Точку равенства погрешностей $\Delta_1(\alpha_{max}) = \Delta_2(\alpha_{max})$ можно выбрать в качестве критерия вычисления параметра регуляризации. Видно также, что местоположение данной точки в большей степени определяется уровнем шума наблюдаемых зна-

чений РТ нежели различными профилями влажности. Таким образом найденный параметр регуляризации α_{\max} в зависимости от уровня шума σ_{noise} для двух наборов частот наблюдения РТ приведён на рис. 5. Из рис. 5 видно, что на выбор параметра регуляризации α_{\max} , помимо уровня шума σ_{noise} , влияет также и диапазон частоты наблюдения РТ. Вследствие сложной зависимости α от профилей влажности, уровня шума, геометрии и частоты наблюдения РТ в качестве первого приближения (с точностью до порядка) в выборе оптимального значения α могут быть рекомендованы зависимости (см. рис. 5). На практике же с целью определения оптимального α наиболее целесообразно многократно решать обратную задачу в рекомендованном диапазоне изменения α (см. рис. 5), добиваясь сведения к минимуму общей невязки функционала (7).

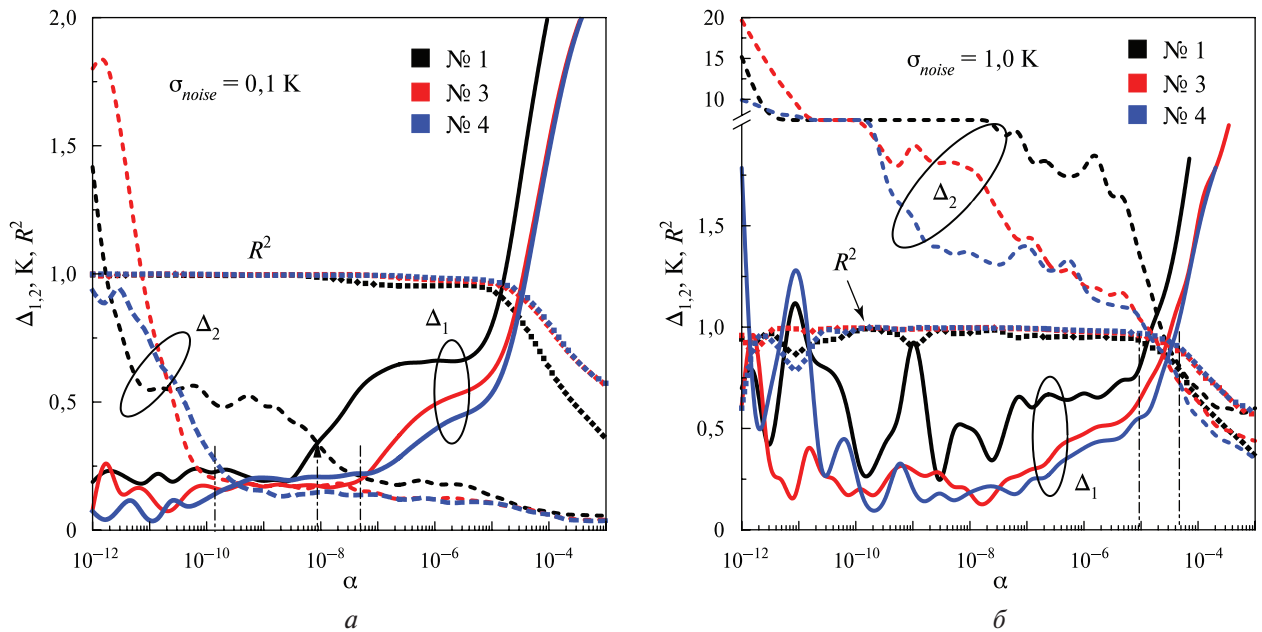


Рис. 4. Зависимости погрешностей $\Delta_{1,2}$ и коэффициента детерминации R^2 от параметра регуляризации α для профилей влажности № 1, 3, 4 (см. рис. 1а) и уровня шума наблюдения РТ $\sigma_{\text{noise}} = 0,1 \text{ K}$ (а) и $\sigma_{\text{noise}} = 1,0 \text{ K}$ (б). Расчёты проведены для набора частот 1,4–18,7 ГГц

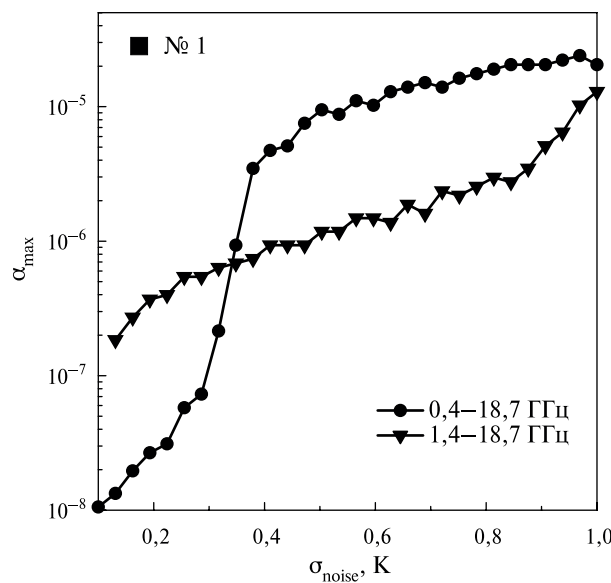


Рис. 5. Зависимость параметра регуляризации в точке $\Delta_1(\alpha_{\max}) = \Delta_2(\alpha_{\max})$ для профиля влажности почвы № 1 и двух наборов частот

В качестве примера при заданном параметре регуляризации $\alpha_{\max} = 2 \cdot 10^{-5}$ на *рис. 6* в виде колоночных графиков представлена погрешность Δ_1 найденных профилей температуры в двух поверхностных слоях почвогрунта (0–15, 15–35 см) для всевозможных комбинаций с профилями влажности для обоих частотных наборов наблюдения РТ с уровнем шума $\sigma_{\text{noise}} = 1,0$ К.

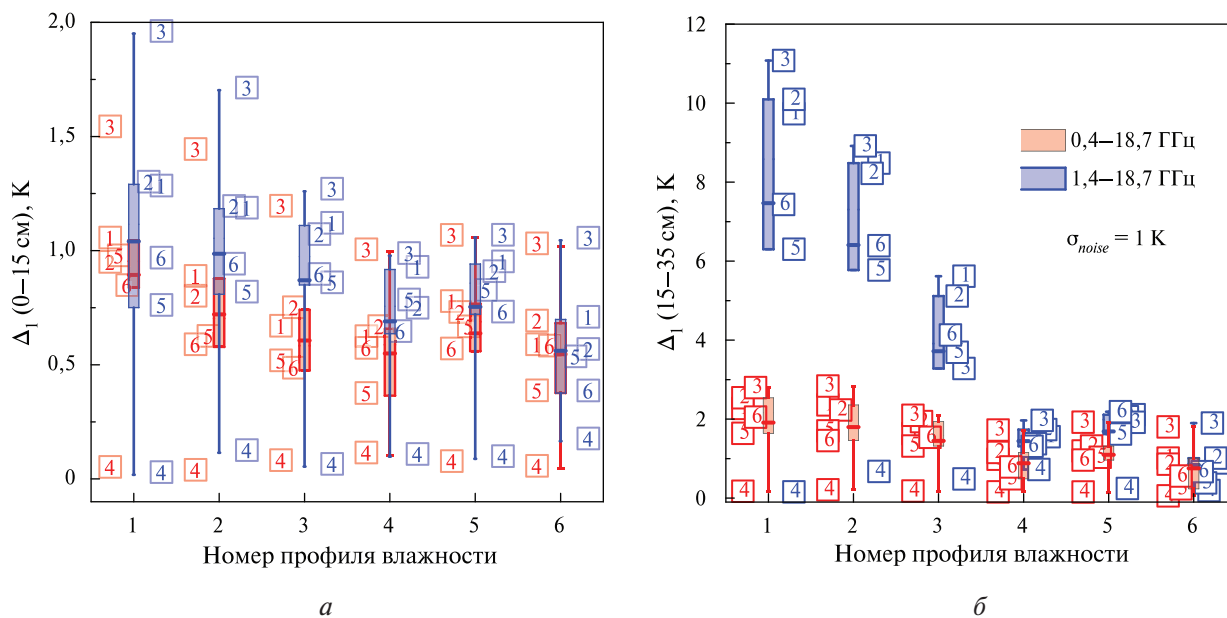


Рис. 6. Погрешность Δ_1 в слое 0–15 см (*a*) и 15–35 см (*б*) для двух наборов частот 0,4–18,7 ГГц (красный цвет) и 1,4–18,7 ГГц (синий цвет) наблюдения РТ при уровне шума $\sigma_{\text{noise}} = 1,0$ К. Значения погрешности Δ_1 для найденных соответствующих номеров профилей температуры указаны цифрами в квадратах. Усами обозначен диапазон вариаций погрешности Δ_1 (от минимальных до максимальных); закрашенными столбиками показан диапазон вариаций Δ_1 для 25–75 % профилей температуры. Жирные горизонтальные линии поперёк закрашенных столбиков — среднее значение Δ_1

При любых профилях влажности минимальная погрешность наблюдается при нахождении профиля температуры № 4 (изотермическое полупространство). Немонотонный профиль температуры № 3 находится с наибольшей погрешностью. Также видно, что в случае наиболее влажной почвы (первые два-три профиля влажности) наблюдаются наибольшие вариации и наибольшие средние величины погрешностей нахождения профилей температуры (см. *рис. 6*). При этом видно, что для глубины 0–15 см два набора частот приводят примерно к одинаковым ошибкам нахождения $\bar{T}_{s,\alpha}(z)$: (1,4–18,7 ГГц) и 0,65 К (409 МГц–18,7 ГГц). Для глубины 15–35 см добавление частоты 0,4 ГГц к набору частот (1,4–18,7 ГГц) позволяет уменьшить среднюю погрешность нахождения $\bar{T}_{s,\alpha}(z)$: с 3,6 до 1,3 К.

Данный уровень погрешностей нахождения профилей температуры достижим в случае, если точно известны профили влажности почвогрунта. Рассчитаем среднюю погрешность Δ_1 для всех найденных профилей температуры (аналогично см. *рис. 6a*), полагая в ходе решения обратной задачи почвогрунт диэлектрически однородным с КДП, соответствующей средней влажности, вычисленной в поверхностном слое различной толщины l_w (для соответствующих профилей влажности, используемых при решении прямой задачи). При этом прямая задача, как и раньше, решалась с использованием профилей влажности, приведённых на *рис. 1a*. Погрешность наблюдения РТ для 100 реализаций случайного процесса зададим равной $\sigma_{\text{noise}} = 1,0$ К. Статистические оценки результатов расчётов приведены в *таблице*.

Из сравнения *рис. 6a* и данных *таблицы* видно не только общее увеличение погрешности Δ_1 нахождения профилей температуры, но и рост Δ_1 с 3,8 и 2,1 К до 13,1 и 10,6 К, в случае наблюдения РТ в диапазоне частот 0,4–18,7 и 1,4–18,7 ГГц соответственно, при

увеличении толщины слоя l_W с 0,5 до 5,0 см. Рост погрешности Δ_1 связан не только с неадекватностью замещения диэлектрически слоистого полупространства средним значением КДП почвогрунта в слое l_W , но и с необходимостью учёта частотной зависимости толщины слоя $l_W(f)$ (Muzalevskiy, 2021; Muzalevskiy et al., 2024). Как было установлено в работах (Muzalevskiy, 2021; Muzalevskiy et al., 2024), по мере высыхания минеральной почвы в течение 37 дней после орошения максимальная глубина зондирования влажности составляет $l_W(f = 409 \text{ МГц}) = 7,0 \text{ см}$, $l_W(f = 1,4 \text{ ГГц}) = 1,8 \text{ см}$ и $l_W(f = 5,4 \text{ ГГц}) = 0,2 \text{ см}$. Применение данной частотной зависимости $l_W(f)$ в ходе решения обратной задачи позволило снизить погрешность Δ_1 более чем в два раза в частотном диапазоне 0,4–18,7 ГГц и практически не повлияло на точность решения в частотном диапазоне 1,4–18,7 ГГц (см. таблицу).

Средняя погрешность Δ_1 найденных профилей температуры в слое 0–15 см

f , ГГц	l_W , см								$l_W(f)$, см	
	0,5	—*	1,0	—*	2,0	—*	5,0	—*	7,0	—*
0,4										
1,4	0,5		1,0		2,0		5,0		1,8	
6,9–18,7									0,2	
Δ_1 , К	3,8	2,1	4,9	2,5	7,7	5,0	13,1	10,6	1,8	1,9

* — обозначено отсутствие наблюдения РТ на данной частоте.

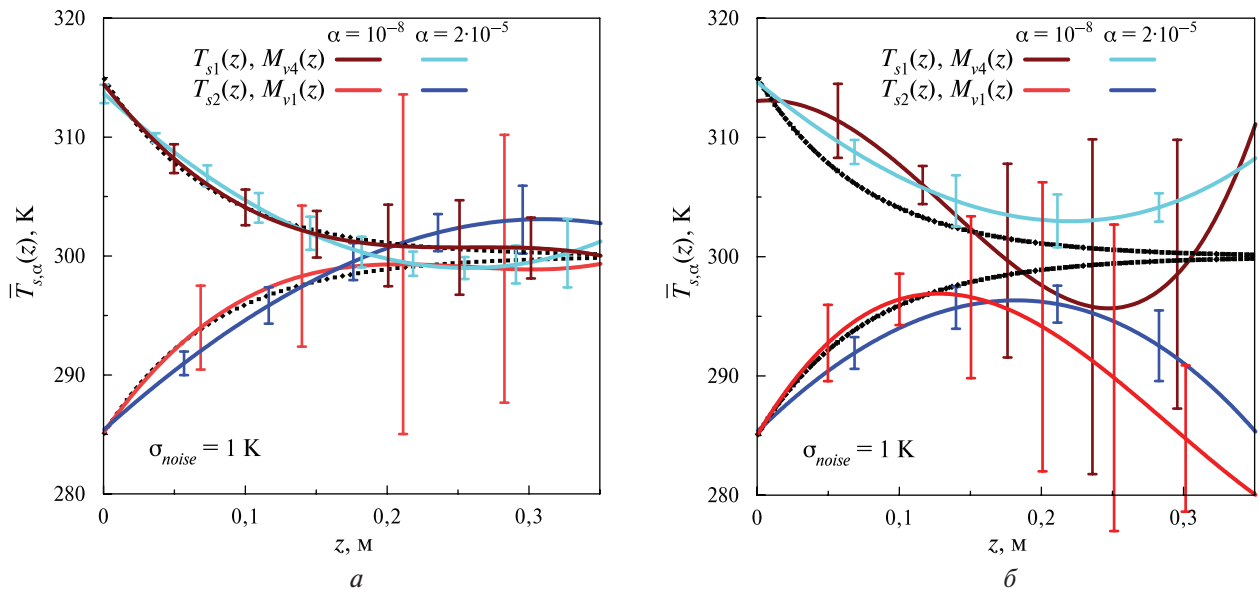


Рис. 7. Найденные $\bar{T}_{s,\alpha}(z)$ (цветные кривые) для двух исходных профилей температуры $T_{s1,2}(z)$ (чёрные точки) и соответствующих профилей влажности $M_{V4,1}(z)$. Решение обратной задачи в случае точного задания исходных профилей влажности (а) и в приближении диэлектрически однородного полупространства (б). Цветами отделены решения обратной задачи для двух параметров регуляризации $\alpha = 10^{-8}$ и $\alpha = 2 \cdot 10^{-5}$. Уровень шума наблюдения РТ задавался равным $\sigma_{noise} = 1,0 \text{ К}$. Усами (выборочно по глубине) отмечены СКО (Δ_2) найденных $T_{s,\alpha}(z)$ для 100 реализаций случайных наблюдений РТ в частотном диапазоне 0,4–18,7 ГГц

В качестве примера на рис. 7 для двух сочетаний наиболее контрастных исходных профилей температуры и влажности $T_{s1}(z), M_{V4}(z)$ и $T_{s2}(z), M_{V1}(z)$ приведены результаты решения обратной задачи в двух случаях: точного задания исходного профиля влажности и в приближении диэлектрически однородного полупространства, КДП которого соответствует средней влажности почвогрунта в частотно-зависящей (см. таблицу) толщине слоя $l_W(f)$. В случае точного задания профилей влажности найденные $\bar{T}_{s,\alpha}(z)$ хорошо согласуются с исходными

$T_{s1,2}(z)$ профилями температуры (см. рис. 7), в случае использования средней влажности почвы в слое $l_w(f)$ погрешность возрастает особенно на глубинах более 15 см.

Как отмечалось выше, также хорошо видны сглаживающие свойства параметра регуляризации α , с его ростом уменьшаются СКО (Δ_2) найденных $T_{s,\alpha}(z)$ (см. рис. 7).

Заключение

Показано, что поляриметрические наблюдения радиояркой температуры на шести дискретных частотах в диапазоне от 409 МГц до 18,7 ГГц позволяют сформулировать обратную задачу о восстановлении профилей температуры в талой минеральной почве как в случае точно известных профилей влажности, так и при приближённо заданном среднем значении влажности в поверхностном слое почвогрунта. При этом достижима практически значимая точность 2–4 К (среднее абсолютное отклонение от исходно заданного профиля температуры) восстановления профилей температуры в слое 0–15 см даже в условиях относительно большой зашумлённости наблюдаемой радиояркой температуры $\sigma_{noise} = 1,0$ К.

Восстановление профилей температуры глубже 15 см носит качественный характер и возможно лишь в случае относительно сухой поверхности почвогрунта (менее 16 %), для профилей влажности с большой влажностью поверхности (16–30 %) погрешность восстановления температуры в слое 15–35 см может достигать ~ 10 К в случае наблюдения РТ в диапазоне частот от 1,4 до 18,7 ГГц. Наблюдение РТ на дополнительной частоте 409 МГц позволяет существенно (в ~ 3 раза) уменьшить погрешность восстановления температуры в слое 15–35 см. Анализ сингулярных чисел (матрицы, аппроксимирующей ядро ИУ) показал, что уже начиная с пятого числа их величины становятся меньше, чем 10^{-12} – 10^{-18} , даже при наблюдении РТ с добавлением частоты 409 МГц. Данное обстоятельство резко сокращает количество параметров, которые могут быть восстановлены на основе многочастотных наблюдений РТ. В этой связи мы ограничились аналитическим заданием профилей температуры в виде степенного ряда Маклорена с шестью отыскиваемыми параметрами. Как было показано выше, применение регуляризирующего алгоритма Тихонова позволяет получать устойчивое решение задачи для восстанавливаемых профилей температуры. Проведённое исследование указывает на необходимость восстановления влажности синхронно с нахождением профиля температуры почвогрунта для повышения точности решения обратной задачи. Предложенный метод требует априорной информации о плотности сухого сложения и весовом содержании глинистой фракции в почвогрунте, погрешность задания которой может послужить источником дополнительных ошибок. Отметим, что рассмотренный физический подход восстановления профилей температуры может быть эффективно дополнен методами машинного обучения. Эти методы особенно полезны при решении задач, для которых физические законы известны неточно или частично, а параметры моделей не могут быть явно связаны с измеряемыми геофизическими величинами. В последние годы физически обоснованные нейронные сети (НС), выступая одним из видов гибридных моделей машинного обучения, продемонстрировали эффективность при решении некорректно поставленных обратных задач (Karniadakis et al., 2021; Raissi et al., 2019). Физически обоснованная НС, встраивая физические законы (уравнения математической физики, систему нелинейных дифференциальных уравнений и т. д.) непосредственно в архитектуру и функцию потерь НС, уменьшает сложность НС; требует меньше данных для обучения; следуя физическим законам, улучшает предсказания НС в области, где данные обучения отсутствовали; позволяет непосредственно обучать неизвестные параметры физических моделей в архитектуре НС (Karniadakis et al., 2021; Raissi et al., 2019). В этой связи проблема разработки новых архитектур физически обоснованных НС для обработки радиометрических данных спутникового дистанционного зондирования с использованием современных моделей радиотеплового излучения и моделей диэлектрической проницаемости для целей измерения не только профилей температуры, но и влажности почвогрунтов становится весьма перспективной междисциплинарной научной проблемой.

Работа выполнена в рамках государственного задания ИФ СО РАН.

Литература

1. *Бреховских Л. М.* Волны в слоистых средах. М.: Изд-во АН СССР, 1957. 502 с.
2. *Верлань А. Ф., Сизиков В. С.* Интегральные уравнения: методы, алгоритмы, программы. Киев: Наукова думка, 1986. 543 с.
3. *Самарский А. А., Вабищевич П. Н.* Численные методы решения обратных задач математической физики. М.: Изд-во ЛКИ, 2009. 480 с.
4. *Форсайт Дж., Молер К.* Численное решение систем линейных алгебраических уравнений. М.: Мир, 1969. 168 с.
5. *Кондратьев К. Я., Шульгина Е. М., Покровский О. М., Мартыщенко В. А., Мелешко В. П.* Радиационный баланс подстилающей поверхности в Арктике по спутниковым данным // Тр. Гл. геофиз. обсерватории им. А. И. Воейкова. 1989. Вып. 295. С. 86–97.
6. *Музалевский К. В.* Особенности радиотеплового излучения мёрзлых тундровых почв в L-диапазоне частот // Журн. радиоэлектроники. 2018. № 12. 37 с. DOI: 10.30898/1684-1719.2018.12.13.
7. *Шарков Е. А.* Радиотепловое дистанционное зондирование Земли: Физические основы. Т. 1. М.: ИКИ РАН, 2014. 544 с.
8. *Chen X., Su Y., Li Y. et al.* Retrieving China's surface soil moisture and land surface temperature using AMSR-E brightness temperatures // Remote Sensing Letters. 2014. V. 5. No. 7. P. 662–671. DOI: 10.1080/2150704X.2014.960610.
9. *Comiso J. C., Cho K.* Description of GCOM-W1 AMSR2 sea ice concentration algorithm // Descriptions of GCOM-W1 AMSR2 Level 1R and Level 2 Algorithms. Ibaraki, Japan: Japan Aerospace Exploration Agency, Earth Observation Research Center, 2013. P. 6-1–6-28.
10. *Duan S.-B., Han X.-J., Huang C. et al.* Land surface temperature retrieval from passive microwave satellite observations: State-of-the-art and future directions // Remote Sensing. 2020. V. 12. No. 16. Article 2573. DOI: 10.3390/rs12162573.
11. *Fily M., Royer A., Goïta K., Prigent C.* A simple retrieval method for land surface temperature and fraction of water surface determination from satellite microwave brightness temperatures in subarctic areas // Remote Sensing of Environment. 2003. V. 85. No. 3. P. 328–338. DOI: 10.1016/S0034-4257(03)00011-7.
12. *Gaikovich K. P., Reznik A. N., Troitskii R. V.* A radiometry method of determining the subsoil temperature profile and depth of soil freezing // Radiophysics and Quantum Electronics. 1989. V. 32. No. 12. P. 1082–1088. DOI: 10.1007/BF01038633.
13. *Hachem S., Duguay C. R., Allard M.* Comparison of MODIS-derived land surface temperatures with ground surface and air temperature measurements in continuous permafrost terrain // The Cryosphere. 2012. V. 6. No. 1. P. 51–69. DOI: 10.5194/tc-6-51-2012.
14. *Han M., Lu H., Yang K. et al.* A surface soil temperature retrieval algorithm based on AMSR-E multi-frequency brightness temperatures // Intern. J. Remote Sensing. 2017. V. 38. No. 23. P. 6735–6754. DOI: 10.1080/01431161.2017.1363438.
15. *Han W., Duan S.-B., Tian H., Lian Y.* Estimation of land surface temperature from AMSR2 microwave brightness temperature using machine learning methods // Intern. J. Remote Sensing. 2024. V. 45. No. 19–20. P. 7212–7233. DOI: 10.1080/01431161.2023.2208714.
16. *Hanks R. J., Gardner H. R., Fairbourn M. L.* Evaporation of water from soils as influenced by drying with wind or radiation // Soil Science Soc. of America J. 1967. V. 31. No. 5. P. 593–598. DOI: 10.2136/sssaj1967.03615995003100050001x.
17. *Jackson R. D.* Diurnal changes in soil water content during drying // Field soil water regime. SSA Special Publication Ser. No. 5. Madison, Wisconsin, USA: Soil Science Society of America, 1973. P. 37–55. DOI: 10.2136/sssaspecpub5.c3.
18. *Jones L. A., Kimball J. S., McDonald K. C. et al.* Satellite microwave remote sensing of boreal and Arctic soil temperatures from AMSR-E // IEEE Trans. Geoscience and Remote Sensing. 2007. V. 45. No. 7. P. 2004–2018. DOI: 10.1109/TGRS.2007.898436.
19. *Karniadakis G. E., Kevrekids I. G., Lu L. et al.* Physics-informed machine learning // Nature Reviews Physics. 2021. V. 3. No. 6. P. 422–440. DOI: 10.1038/s42254-021-00314-5.
20. *Kohn J., Royer A.* AMSR-E data inversion for soil temperature estimation under snow cover // Remote Sensing of Environment. 2010. V. 114. No. 12. P. 2951–2961. DOI: 10.1016/j.rse.2010.08.002.
21. *Maeda T., Taniguchi Y., Imaoka K.* GCOM-W1 AMSR2 level 1R product: Dataset of brightness temperature modified using the antenna pattern matching technique // IEEE Trans. Geoscience and Remote Sensing. 2015. V. 54. No. 2. P. 770–782. DOI: 10.1109/TGRS.2015.2465170.
22. *Mao K., Zuo Z., Shen X. et al.* Retrieval of land-surface temperature from AMSR2 data using a deep neural network // Chinese Geographical Science. 2018. V. 28. No. 1. P. 1–11. DOI: 10.1007/s11769-018-0930-1.

23. *Marchand N., Royer A., Krinner G. et al.* Snow-covered soil temperature retrieval in Canadian Arctic permafrost areas, using a land surface scheme informed with satellite remote sensing data // *Remote Sensing*. 2018. V. 10. No. 11. Article 1703. DOI: 10.3390/rs10111703.
24. *Mironov V.L., Muzalevskiy K.V., Savin I.V.* (2013a) Retrieving temperature gradient in frozen active layer of Arctic tundra soils from radiothermal observations in L-band — Theoretical modeling // *IEEE J. Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*. 2013. V. 6. No. 3. P. 1781–1785. DOI: 10.1109/JSTARS.2013.2262108.
25. *Mironov V.L., Bobrov P.P., Fomin S.V.* (2013b) Dielectric model of moist soils with varying clay content in the 0.04 to 26.5 GHz frequency range // 2013 Intern. Siberian Conf. on Control and Communications (SIBCON). Krasnoyarsk: Siberian Federal University, 2013. 4 p. DOI: 10.1109/SIBCON.2013.6693613.
26. *Mironov V.L., Muzalevskiy K.V., Ruzicka Z.* Retrieving profile temperatures in a frozen topsoil near the TFS, Alaska, based on SMOS brightness temperatures at the 1.4-GHz frequency // *IEEE Trans. Geoscience and Remote Sensing*. 2016. V. 54. No. 12. P. 7331–7338. DOI: 10.1109/TGRS.2016.2599272.
27. *Mironov V.L., Kosolapova L.G., Lukin Y.I. et al.* Temperature- and texture-dependent dielectric model for frozen and thawed mineral soils at a frequency of 1.4 GHz // *Remote Sensing of Environment*. 2017. V. 200. P. 240–249. DOI: 10.1016/j.rse.2017.08.007.
28. *Muzalevskiy K.* Retrieving soil moisture profiles based on multifrequency polarimetric radar backscattering observations. Theoretical case study // *Intern. J. Remote Sensing*. 2021. V. 42. No. 2. P. 506–519. DOI: 10.1080/01431161.2020.1809743.
29. *Muzalevskiy K.V.* Heat equation-based temperature profiles retrieval in frozen tundra soil using dual-polarized multi-angular brightness temperature observations in L-band // *Intern. J. Remote Sensing*. 2024. V. 46. No. 4. P. 1864–1884. DOI: 10.1080/01431161.2024.2440670.
30. *Muzalevskiy K.V., Ruzicka Z.* Retrieving soil temperature at a test site on the Yamal Peninsula based on the SMOS brightness temperature observations // *IEEE J. Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*. 2016. V. 9. No. 6. P. 2468–2477. DOI: 10.1109/JSTARS.2016.2553220.
31. *Muzalevskiy K.V., Ruzhecka Z., Mironov V.L.* Multifrequency radiometric method of the temperature profile measurement in the active topsoil // *Radiophysics and Quantum Electronics*. 2015. V. 58. P. 339–349. DOI: 10.1007/s11141-015-9608-z.
32. *Muzalevskiy K.V., Walker J.P., Brakhasi F. et al.* On the use of dual-polarized multiangular observations of P-band brightness temperature for soil moisture profile retrieval in thawed mineral soil // *Intern. J. Remote Sensing*. 2024. V. 45. No. 5. P. 1498–1521. DOI: 10.1080/01431161.2024.2313993.
33. *Njoku E.G., Kong J.-A.* Theory for passive microwave remote sensing of nearsurface soil moisture // *J. Geophysical Research*. 1977. V. 82. No. 20. P. 3108–3118. DOI: 10.1029/JB082i020p03108.
34. *Njoku E.G., Li L.* Retrieval of land surface parameters using passive microwave measurements at 6–18 GHz // *IEEE Trans. Geoscience and Remote Sensing*. 1999. V. 37. No. 1. P. 79–93. DOI: 10.1109/36.739125.
35. *Panagos P., De Rosa L. et al.* Soil bulk density assessment in Europe // *Agriculture, Ecosystems and Environment*. 2024. V. 364. Article 108907. DOI: 10.1016/j.agee.2024.108907.
36. *Piepmeyer J.R., Focardi P., Horgan K.A. et al.* SMAP L-band microwave radiometer: Instrument design and first year on orbit // *IEEE Trans. Geoscience and Remote Sensing*. 2017. V. 55. No. 4. P. 1954–1966. DOI: 10.1109/TGRS.2016.2631978.
37. *Pulliainen J., Grandell J., Hallikainen M.T.* Retrieval of surface temperature in boreal forest zone from SSM/I data // *IEEE Trans. Geoscience and Remote Sensing*. 1997. V. 35. No. 5. P. 1188–1200. DOI: 10.1109/36.628786.
38. *Raissi M., Perdikaris P., Karniadakis G.E.* Physicsinformed neural networks: A deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations // *J. Computational Physics*. 2019. V. 378. P. 686–707. DOI: 10.1016/j.jcp.2018.10.045.
39. *Su Y., Chen X., Su H. et al.* Digitizing the thermal and hydrological parameters of land surface in subtropical China using AMSR-E brightness temperatures // *Intern. J. Digital Earth*. 2017. V. 10, No. 7. P. 687–700. DOI: 10.1080/17538947.2016.1247472.
40. *Tan J., NourEldeen N., Mao K. et al.* Deep learning convolutional neural network for the retrieval of land surface temperature from AMSR2 data in China // *Sensors*. 2019. V. 19. No. 13. Article 2987. DOI: 10.3390/s19132987.
41. *Ulaby F.T., Moore R.K., Fung A.K.* Microwave remote sensing: Active and passive. V. III: From theory to applications. Dedham, MA: Artech House, 1986. 1646 p.
42. *Wilheit T.T., Jr.* Radiative transfer in a plane stratified dielectric // *NASA Technical Memorandum*. 1975. Article NASA-TM-X-71051. 19 p.
43. *Zheng X., Li X., Jiang T. et al.* Retrieving soil surface temperature under snowpack using special sensor microwave/imager brightness temperature in forested areas of Heilongjiang, China: An improved method // *J. Applied Remote Sensing*. 2016. V. 10. No. 2. Article 026016. DOI: 10.1117/1.JRS.10.026016.

44. Zhong Y., Meng L., Wei Z. et al. Retrieval of all-weather 1 km land surface temperature from combined MODIS and AMSR2 data over the Tibetan Plateau // *Remote Sensing*. 2021. V. 13. No. 22. Article 4574. DOI: 10.3390/rs13224574.

Retrieval of temperature profiles in heterogeneously moisturized loam soil based on multi-frequency brightness temperature observations

K. V. Muzalevskiy

Kirensky Institute of Physics SB RAS, Krasnoyarsk 660036, Russia
E-mail: rsdkm@ksc.krasn.ru

In this theoretical research, potential possibilities and errors of temperature profiles retrieval in unevenly moistened thawed loamy soil were investigated on the basis of multi-frequency polarimetric observations of brightness temperature (BT) in the frequency ranges from 1.4 to 18.7 GHz and from 409 MHz to 18.7 GHz. To calculate BT (forward problem), a modified partially coherent emission model for bare soils with a smooth boundary (in the form of a Fredholm integral equation of the first kind), a physically-based soils dielectric model, and temperature and moisture profiles models (created by generalizing a large set of experimental data) were used. The illposed inverse problem of temperature profiles retrieval was solved using Tikhonov's regularizing algorithm, the convergence properties of which were studied for various combinations of moisture and temperature profiles. The achievability of practically significant accuracy of 2–4 K (mean absolute error relative to the original temperature profiles) for temperature profiles retrieval in a 0–15 cm topsoil is shown even under relatively high noise (1.0 K) of BT observation. BT observations at an additional frequency of 409 MHz (to the range of 1.4 to 18.7 GHz) make it possible to significantly, ~3 times, reduce the error in temperature profiles retrieval at depths of 15–35 cm when soil volumetric moisture content is less than 16 %. The specific practical value of the conducted research lies in assessing the possibilities to retrieve soil temperature profiles using a given set of operational frequencies from current and future microwave radiometric remote sensing satellites.

Keywords: radiothermal emission, layered heterogeneous media, non-isothermal media, soil, moisture profiles, temperature profiles, permittivity

Accepted: 05.02.2026

DOI: 10.21046/2070-7401-2026-23-2-231-247

References

1. Brekhovskikh L. M., *Volny v sloistykh sredakh* (Waves in layered media), Moscow: Izd. AN SSSR, 1957, 502 p. (in Russian).
2. Verlan' A. F., Sizikov V. S., *Integral'nye uravneniya: metody, algoritmy, programmy* (Integral equations: Methods, algorithms, programs), Kiev: Naukova dumka, 1986, 543 p. (in Russian).
3. Samarskii A. A., Vabishchevich P. N., *Chislennye metody resheniya obratnykh zadach matematicheskoi fiziki* (Numerical methods for solving inverse problems of mathematical physics), Moscow: Izd. LKI, 2009, 480 p. (in Russian).
4. Forsythe G. E., Moler C. B., *Computer solution of linear algebraic systems*, Englewood Cliffs, N. J.: Prentice-Hall, 1967, 159 p.
5. Kondrat'ev K. Ya., Shul'gina E. M., Pokrovskii O. M., Martyshchenko V. A., Meleshko V. P., Radiation balance of the underlying surface in the Arctic from satellite data, *Trudy Glavnoi geofizicheskoi observatorii im. A. I. Voeikova*, 1989, Iss. 295, pp. 86–97 (in Russian).
6. Muzalevskiy K. V., Features of microwave emission from frozen tundra soils in the L-band frequency range, *Zhurnal radioelektroniki*, 2018, No. 12, 37 p. (in Russian), DOI: 10.30898/1684-1719.2018.12.13.
7. Sharkov E. A., *Radioteplovoe distantsionnoe zondirovanie Zemli: Fizicheskie osnovy* (Radiothermal remote sensing of the Earth: Physical principles), V. 1, Moscow: IKI RAN, 2014, 544 p. (in Russian).

8. Chen X., Su Y., Li Y. et al., Retrieving China's surface soil moisture and land surface temperature using AMSR-E brightness temperatures, *Remote Sensing Letters*, 2014, V. 5, No. 7, pp. 662–671, DOI: 10.1080/2150704X.2014.960610.
9. Comiso J. C., Cho K., Description of GCOM-W1 AMSR2 sea ice concentration algorithm, In: *Descriptions of GCOM-W1 AMSR2 Level 1R and Level 2 Algorithms*, Ibaraki, Japan: Japan Aerospace Exploration Agency, Earth Observation Research Center, 2013, pp. 6-1–6-28.
10. Duan S.-B., Han X.-J., Huang C. et al., Land surface temperature retrieval from passive microwave satellite observations: State-of-the-art and future directions, *Remote Sensing*, 2020, V. 12, No. 16, Article 2573, DOI: 10.3390/rs12162573.
11. Fily M., Royer A., Goïta K., Prigent C., A simple retrieval method for land surface temperature and fraction of water surface determination from satellite microwave brightness temperatures in subarctic areas, *Remote Sensing of Environment*, 2003, V. 85, No. 3, pp. 328–338, DOI: 10.1016/S0034-4257(03)00011-7.
12. Gaikovich K. P., Reznik A. N., Troitskii R. V., A radiometry method of determining the subsoil temperature profile and depth of soil freezing, *Radiophysics and Quantum Electronics*, 1989, V. 32, No. 12, pp. 1082–1088, DOI: 10.1007/BF01038633.
13. Hachem S., Duguay C. R., Allard M., Comparison of MODIS-derived land surface temperatures with ground surface and air temperature measurements in continuous permafrost terrain, *The Cryosphere*, 2012, V. 6, No. 1, pp. 51–69, DOI: 10.5194/tc-6-51-2012.
14. Han M., Lu H., Yang K. et al., A surface soil temperature retrieval algorithm based on AMSR-E multi-frequency brightness temperatures, *Intern. J. Remote Sensing*, 2017, V. 38, No. 23, pp. 6735–6754, DOI: 10.1080/01431161.2017.1363438.
15. Han W., Duan S.-B., Tian H., Lian Y., Estimation of land surface temperature from AMSR2 microwave brightness temperature using machine learning methods, *Intern. J. Remote Sensing*, 2024, V. 45, No. 19–20, pp. 7212–7233, DOI: 10.1080/01431161.2023.2208714.
16. Hanks R. J., Gardner H. R., Fairbourn M. L., Evaporation of water from soils as influenced by drying with wind or radiation, *Soil Science Soc. of America J.*, 1967, V. 31, No. 5, pp. 593–598, DOI: 10.2136/sssaj1967.03615995003100050001x.
17. Jackson R. D., Diurnal changes in soil-water content during drying, In: *Field soil water regime*, SSA Special Publication Ser., No. 5, Madison, Wisconsin, USA: Soil Science Society of America, 1973, pp. 37–55, DOI: 10.2136/sssaspepub5.c3.
18. Jones L. A., Kimball J. S., McDonald K. C. et al., Satellite microwave remote sensing of boreal and Arctic soil temperatures from AMSR-E, *IEEE Trans. Geoscience and Remote Sensing*, 2007, V. 45, No. 7, pp. 2004–2018, DOI: 10.1109/TGRS.2007.898436.
19. Karniadakis G. E., Kevrekids I. G., Lu L. et al., Physics-informed machine learning, *Nature Reviews Physics*, 2021, V. 3, No. 6, pp. 422–440, DOI: 10.1038/s42254-021-00314-5.
20. Kohn J., Royer A., AMSR-E data inversion for soil temperature estimation under snow cover, *Remote Sensing of Environment*, 2010, V. 114, No. 12, pp. 2951–2961, DOI: 10.1016/j.rse.2010.08.002.
21. Maeda T., Taniguchi Y., Imaoka K., GCOM-W1 AMSR2 level 1R product: Dataset of brightness temperature modified using the antenna pattern matching technique, *IEEE Trans. Geoscience and Remote Sensing*, 2015, V. 54, No. 2, pp. 770–782, DOI: 10.1109/TGRS.2015.2465170.
22. Mao K., Zuo Z., Shen X. et al., Retrieval of land surface temperature from AMSR2 data using a deep neural network, *Chinese Geographical Science*, 2018, V. 28, No. 1, pp. 1–11, DOI: 10.1007/s11769-018-0930-1.
23. Marchand N., Royer A., Krinner G. et al., Snow-covered soil temperature retrieval in Canadian Arctic permafrost areas, using a land surface scheme informed with satellite remote sensing data, *Remote Sensing*, 2018, V. 10, No. 11, Article 1703, DOI: 10.3390/rs10111703.
24. Mironov V. L., Muzalevskiy K. V., Savin I. V. (2013a), Retrieving temperature gradient in frozen active layer of Arctic tundra soils from radiothermal observations in L-band — Theoretical modeling, *IEEE J. Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, 2013, V. 6, No. 3, pp. 1781–1785, DOI: 10.1109/JSTARS.2013.2262108.
25. Mironov V. L., Bobrov P. P., Fomin S. V. (2013b), Dielectric model of moist soils with varying clay content in the 0.04 to 26.5 GHz frequency range, *2013 Intern. Siberian Conf. on Control and Communications (SIBCON)*, Krasnoyarsk: Siberian Federal University, 2013, 4 p., DOI: 10.1109/SIBCON.2013.6693613.
26. Mironov V. L., Muzalevskiy K. V., Ruzicka Z., Retrieving profile temperatures in a frozen topsoil near the TFS, Alaska, based on SMOS brightness temperatures at the 1.4-GHz frequency, *IEEE Trans. Geoscience and Remote Sensing*, 2016, V. 54, No. 12, pp. 7331–7338, DOI: 10.1109/TGRS.2016.2599272.
27. Mironov V. L., Kosolapova L. G., Lukin Y. I. et al., Temperature- and texture-dependent dielectric model for frozen and thawed mineral soils at a frequency of 1.4 GHz, *Remote Sensing of Environment*, 2017, V. 200, pp. 240–249, DOI: 10.1016/j.rse.2017.08.007.
28. Muzalevskiy K., Retrieving soil moisture profiles based on multifrequency polarimetric radar backscattering observations. Theoretical case study, *Intern. J. Remote Sensing*, 2021, V. 42, No. 2, pp. 506–519, DOI: 10.1080/01431161.2020.1809743.

29. Muzalevskiy K. V., Heat equation-based temperature profiles retrieval in frozen tundra soil using dual-polarized multi-angular brightness temperature observations in L-band, *Intern. J. Remote Sensing*, 2024, V. 46, No. 4, pp. 1864–1884, DOI: 10.1080/01431161.2024.2440670.
30. Muzalevskiy K. V., Ruzicka Z., Retrieving soil temperature at a test site on the Yamal Peninsula based on the SMOS brightness temperature observations, *IEEE J. Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, 2016, V. 9, No. 6, pp. 2468–2477, DOI: 10.1109/JSTARS.2016.2553220.
31. Muzalevskiy K. V., Ruzhecka Z., Mironov V. L., Multifrequency radiometric method of the temperature profile measurement in the active topsoil, *Radiophysics and Quantum Electronics*, 2015, V. 58, pp. 339–349, DOI: 10.1007/s11141-015-9608-z.
32. Muzalevskiy K. V., Walker J. P., Brakhasi F. et al., On the use of dual-polarized multi-angular observations of P-band brightness temperature for soil moisture profile retrieval in thawed mineral soil, *Intern. J. Remote Sensing*, 2024, V. 45, No. 5, pp. 1498–1521, DOI: 10.1080/01431161.2024.2313993.
33. Njoku E. G., Kong J.-A., Theory for passive microwave remote sensing of near-surface soil moisture, *J. Geophysical Research*, 1977, V. 82, No. 20, pp. 3108–3118, DOI: 10.1029/JB082i020p03108.
34. Njoku E. G., Li L., Retrieval of land surface parameters using passive microwave measurements at 6–18 GHz, *IEEE Trans. Geoscience and Remote Sensing*, 1999, V. 37, No. 1, pp. 79–93, DOI: 10.1109/36.739125.
35. Panagos P., De Rosa D., Liakos L. et al., Soil bulk density assessment in Europe, *Agriculture, Ecosystems and Environment*, 2024, V. 364, Article 108907, DOI: 10.1016/j.agee.2024.108907.
36. Piepmeier J. R., Focardi P., Horgan K. A. et al., SMAP L-band microwave radiometer: Instrument design and first year on orbit, *IEEE Trans. Geoscience and Remote Sensing*, 2017, V. 55, No. 4, pp. 1954–1966, DOI: 10.1109/TGRS.2016.2631978.
37. Pulliainen J., Grandell J., Hallikainen M. T., Retrieval of surface temperature in boreal forest zone from SSM/I data, *IEEE Trans. Geoscience and Remote Sensing*, 1997, V. 35, No. 5, pp. 1188–1200, DOI: 10.1109/36.628786.
38. Raissi M., Perdikaris P., Karniadakis G. E., Physics-informed neural networks: A deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations, *J. Computational Physics*, 2019, V. 378, pp. 686–707, DOI: 10.1016/j.jcp.2018.10.045.
39. Su Y., Chen X., Su H. et al., Digitizing the thermal and hydrological parameters of land surface in subtropical China using AMSR-E brightness temperatures, *Intern. J. Digital Earth*, 2017, V. 10, No. 7, pp. 687–700, DOI: 10.1080/17538947.2016.1247472.
40. Tan J., NourEldeen N., Mao K. et al., Deep learning convolutional neural network for the retrieval of land surface temperature from AMSR2 data in China, *Sensors*, 2019, V. 19, No. 13, Article 2987, DOI: 10.3390/s19132987.
41. Ulaby F. T., Moore R. K., Fung A. K., *Microwave Remote Sensing: Active and Passive. V. III: From theory to applications*, Dedham, MA: Artech House, 1986, 1646 p.
42. Wilheit T. T., Jr., Radiative transfer in a plane stratified dielectric, *NASA Technical Memorandum*, 1975, Article NASA-TM-X-71051, 19 p.
43. Zheng X., Li X., Jiang T. et al., Retrieving soil surface temperature under snowpack using special sensor microwave/imager brightness temperature in forested areas of Heilongjiang, China: An improved method, *J. Applied Remote Sensing*, 2016, V. 10, No. 2, Article 026016, DOI: 10.1117/1.JRS.10.026016.
44. Zhong Y., Meng L., Wei Z. et al., Retrieval of all-weather 1 km land surface temperature from combined MODIS and AMSR2 data over the Tibetan Plateau, *Remote Sensing*, 2021, V. 13, No. 22, Article 4574, DOI: 10.3390/rs13224574.